

# Stabilité et changement de modélisation du comportement économique

Romuald ELIE

Université Paris-Est

13 Décembre 2018

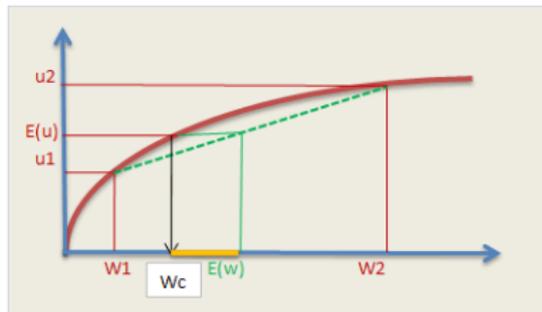
- L'agent rationnel est-il si représentatif?
- Asymétrie d'information et incitations
- Influences et interactions entre agents économiques
- Décisions économiques et développement durable

## Décisions économiques rationnelles

- Les agents économiques sont tous **identiques** et leur comportement est caractérisé par celui d'un **agent économique représentatif**.
- **Axiomes** de décision rationnelle en univers incertain introduits par **Von Neumann et Morgenstern (1944)**.
- Théorie de l'**espérance d'utilité**.

X est **préféré** à Y si et seulement si  $\mathbb{E}[U(X)] \geq \mathbb{E}[U(Y)]$

- La **fonction d'utilité** est croissante et **concave**.



- Sa convexité caractérise l'**aversion au risque** de l'agent économique.
- Exemple : problème de Merton :  $\text{Sup}_\alpha \mathbb{E}[U(X_T^\alpha)]$

Voici un petit Jeu

- **Option A :**

- vous gagnez \$5.000 avec probabilité  $1/2$

- vous perdez \$8.000 avec probabilité  $1/2$

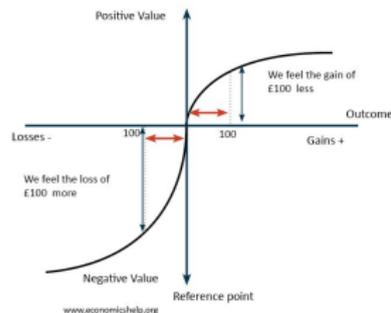
- **Option B :**

- vous perdez \$1.000 avec probabilité 1

Voici un petit Jeu

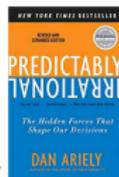
- **Option A** :
  - vous gagnez \$5.000 avec probabilité 1/2
  - vous perdez \$8.000 avec probabilité 1/2
- **Option B** :
  - vous perdez \$1.000 avec probabilité 1
- Généralement, le gens choisissent l'Option A. Le ressenti vis à vis des **pertes** est différent de celui ressenti vis à vis des **gains**.
- Approche formalisée par **Kahneman et Tversky** (1970, Nobel 2002)
- **S shaped utility** function
- Les individus **surestiment les probabilités d'évènement rares**
- Les 4 attitudes envers le risque :

	Petites probabilités	Grandes probabilités
Gains	Recherche de risque	Aversion pour le risque
Pertes	Aversion pour le risque	Recherche de risque



<b>Economist.com</b>	<b>SUBSCRIPTIONS</b>
Saturday May 24th 2008	Welcome to <b>The Economist Subscription Centre</b>
<a href="#">Home</a>	Pick the type of subscription you want to buy or renew.
<a href="#">This week's print edition</a>	Economist.com subscription - US \$59.00 One-year subscription to Economist.com. Includes online access to all articles from The Economist since 1997.
<a href="#">Daily news analysis</a>	16
<a href="#">Opinion</a>	Print subscription - US \$125.00 One-year subscription to the print edition of The Economist.
<a href="#">World politics</a>	0
<a href="#">Special reports</a>	Print & Web subscription - US \$125.00 One-year subscription to the print edition of The Economist and online access to all articles from The Economist since 1997.
<a href="#">Business</a>	84
<a href="#">Finance and economics</a>	
<a href="#">Markets and data</a>	
<a href="#">Science and technology</a>	
<a href="#">Books and arts</a>	
<a href="#">People</a>	
<a href="#">Diversions</a>	

source : Dan Ariely

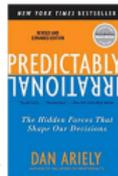


<b>Economist.com</b>	<b>SUBSCRIPTIONS</b>
Saturday May 24th 2008	Welcome to <b>The Economist Subscription Centre</b>
<a href="#">Home</a>	Pick the type of subscription you want to buy or renew.
<a href="#">This week's print edition</a>	Economist.com subscription - US \$59.00 One-year subscription to Economist.com. Includes online access to all articles from The Economist since 1997. <b>68</b>
<a href="#">Daily news analysis</a>	Print & Web subscription - US \$125.00 One-year subscription to the print edition of The Economist and online access to all articles from The Economist since 1997. <b>32</b>
<a href="#">Opinion</a>	
<a href="#">World politics</a>	
<a href="#">Special reports</a>	
<a href="#">Business</a>	
<a href="#">Finance and economics</a>	
<a href="#">Markets and data</a>	
<a href="#">Science and technology</a>	
<a href="#">Books and arts</a>	
<a href="#">People</a>	
<a href="#">Diversions</a>	

Nudge



source : Dan Ariely



- Problème de l'Assuré - Agent :

$$V_0^A = \inf_{\lambda} \mathbb{E} \left[ U_A \left( \int_0^T f_t dL_t^{\lambda} + \int_0^T \pi_t dt + \int_0^T c(\lambda_t - \lambda_t^0) dt \right) \right]$$

$L^{\lambda}$  processus à saut de sinistres d'intensité  $\lambda$  contrôlé par l'assuré

$c$  : fonction de coût pour s'écarter de la fréquence par défaut  $\lambda^0$

$\pi_t$  : prime versée de façon continue en temps

$f_t$  : montant de la franchise

- Problème de l'Assureur - Principal :

$$V_0^P = \sup_{f; \pi} \mathbb{E} \left[ U_P \left( \int_0^T f_t dL_t^{\lambda_t} + \int_0^T \pi_t dt \right) \right] \text{ sous la contrainte } V_0^A > R$$

$R$  : Utilité de réservation de l'agent (i.e. offres de la concurrence)

- Comment choisir un contrat incitatif pour l'assuré ?

Point central : quelle est l'information disponible pour l'assureur ?

- Problème de l'**Assuré - Agent** :

$$V_0^A = \inf_{\lambda} \mathbb{E} \left[ U_A \left( \int_0^T f_t dL_t^{\lambda} + \int_0^T \pi_t dt + \int_0^T c(\lambda_t - \lambda_t^0) dt \right) \right]$$

- Problème de l'**Assureur - Principal** :

$$V_0^P = \sup_{f; \pi} \mathbb{E} \left[ U_P \left( \int_0^T f_t dL_t^{\lambda_t} + \int_0^T \pi_t dt \right) \right] \text{ sous la contrainte } V_0^A > R$$

Point central : quelle est l'**information disponible** pour l'assureur ?

- **First Best** : l'Assureur observe tout  
⇒ répartition des risques entre assurés et assureur
- **Second best** ou **Aléa moral** :  
⇒ l'Assureur observe les sinistres mais ne voit pas  $\lambda$
- **Third best** ou **Anti Sélection** : l'assureur ne connaît pas bien les caractéristiques de chaque assuré  
⇒ Principe de **révélation** : l'assureur offre un **menu de contrat**
- A l'ère du digital / Big Data :
  - **Boitier connecté,...** : Second best → First best
  - meilleure **connaissance client** : Third best → Second best

A quand une **mise en commun de données entre assureurs**? Prévention ?

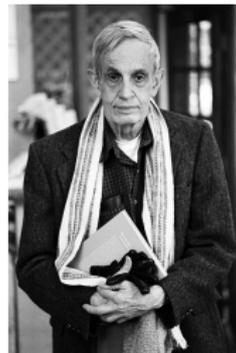
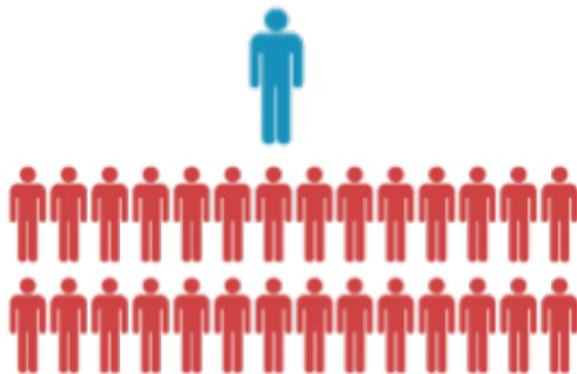
- Problème de **chaque Assuré - Agent** :

$$V_0^{A_i} = \inf_{\lambda^i} \mathbb{E} \left[ U_A \left( \int_0^T f_t^i dL_t^{\lambda^i} + \int_0^T \pi_t^i dt + \int_0^T c(\lambda_t^i - \lambda_t^0) dt \right) \right]$$

- Problème de l'**Assureur - Principal** :

$$V_0^P = \sup_{(f^i)_i; (\pi^i)_i} \mathbb{E} \left[ U_P \left( \frac{1}{N} \sum_i \int_0^T f_t^i dL_t^{\lambda^i} + \int_0^T \pi_t^i dt \right) \right] \text{ contrainte } V_0^{A_i} > R$$

- L'assureur observe les sinistres des assurés
- En fonction des **sinistres observés**, il calibre une **loi de sinistre** et décide sa politique tarifaire
- Donc les "contrôles" de l'assureur : **prime  $\pi$  et franchise  $f$**  dépendent de la **distribution des sinistres de tous les agents**
  - ⇒ Chaque agent est en train d'optimiser en fonction de la distribution des sinistres de tous les autres
- **Jeu** et recherche d'**équilibre de Nash** entre les agents



- Régulateur & Institutions financières
- Producteur d'énergie & consommateurs
- Assureur & Assurés
- coach & Joueurs
- Chercheur & étudiants en thèse

Comment réconcilier **comportements microéconomiques** et **effets macroéconomiques** ?

Une réponse convaincante : **les jeux à champs moyen**

La **théorie des jeux** est l'étude mathématiques des interactions stratégiques entre plusieurs agents rationnels.

Les mots important sont dans cette définition sont :

- **Interaction** : il y a plusieurs agents (ou joueurs) qui interagissent.
- **Stratégique** : Les joueurs ont le choix entre plusieurs options.
- **Rationnel** : un joueur ne joue pas n'importe comment, il cherche à optimiser sa satisfaction.

Élément clef : **la satisfaction de chacun dépend (en partie) des actions des autres.**

Idée des jeux à champs moyen : **anonymiser** les trop nombreux autres agents et les représenter par leur **distribution**

Comment passer des comportements microéconomiques aux effets macroéconomiques ?



**Idee** : Comme pour la modélisation des gaz, si le **nombre de joueur** est grand, faisons comme si il était **infini**.

Les variables d'état caractéristiques des agents (position géographique, vitesse, richesse) sont représentées par leur **densité de probabilité**.

Cette densité  $p$  a une dynamique **forward** via une équation de **Fokker Planck** :

$$\frac{\partial p}{\partial t}(t, x) = \frac{\sigma^2}{2\gamma^2} \Delta \frac{\partial V}{\partial x}(t, x) p(t, x) + \nabla \left( \frac{F(x)}{\gamma} p(t, x) \right)$$

Etant donné cette **densité**  $p$ , les agents choisissent leur **action optimale** de façon dynamique et rétrograde du type :

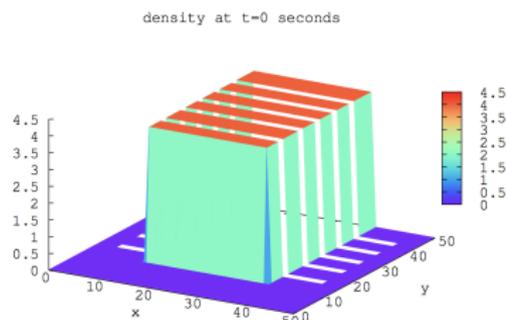
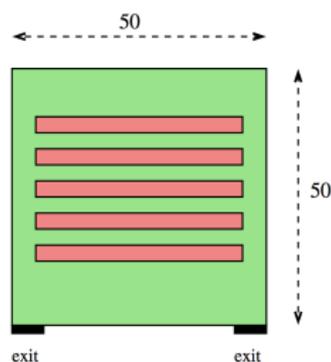
$$-\frac{\partial V}{\partial t}(t, x) = \frac{1}{2} q(t, x, p) + \frac{\partial V}{\partial x}(t, x) ax - \frac{b^2}{2r(t)} \left( \frac{\partial V}{\partial x}(t, x) \right)^2 + \frac{\sigma^2}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial x^2}(t, x)$$

**Bouclage** : le contrôle optimal  $\frac{\partial V}{\partial x}(t, x)$  influence la densité  $p$  et la densité  $p$  influence le contrôle optimal.

L'**aggrégation** des comportements de chacun décide la dynamique de la population.

⇒ Passage de la **modélisation microéconomique fine** à des **mouvements macroéconomiques globaux**.

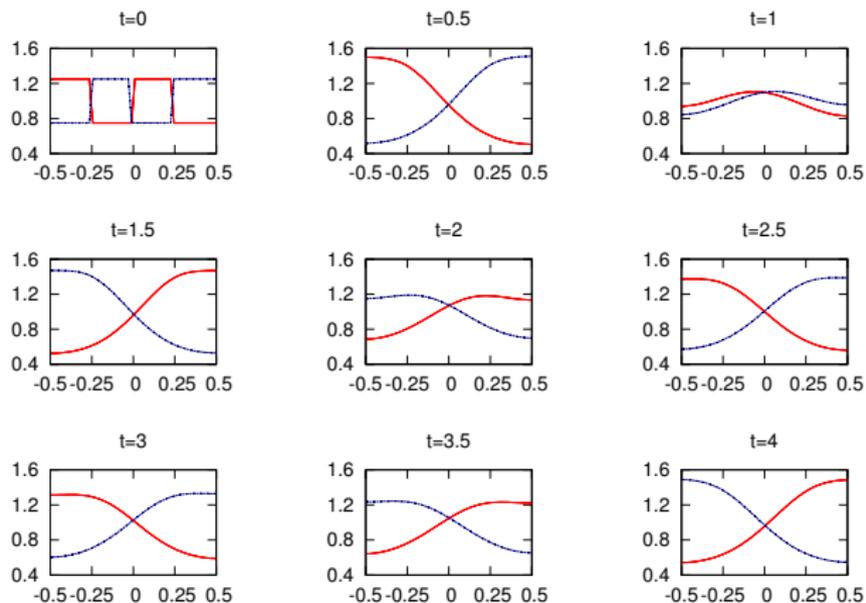
# Un exemple de mouvement de foule [Achdou, Capuzzo-Dolcetta]



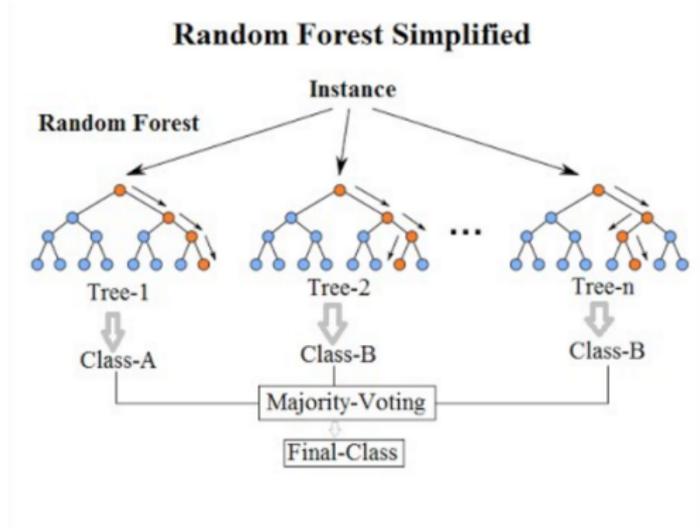
**A gauche : géométrie de la salle. A droite : répartition initiale**

**Evolution de la densité de population**  
source : Mathieu Laurière, Princeton University

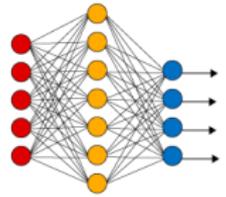
Equilibre instable de répartition entre 2 populations :



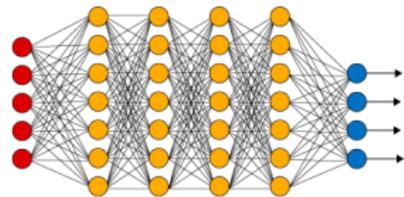
Consensus et Interaction entre agents/modèles pouvoir prédictif



Simple Neural Network



Deep Learning Neural Network



● Input Layer    ● Hidden Layer    ● Output Layer



Enjeu de notre siècle : le réchauffement climatique

- Hausse de température de  $4^{\circ}\text{C}$  d'ici la fin du siècle si rien ne change
- Soient  $N$  nations choisissant une politique climatique de coût  $c$  et de bénéfice  $nB$  où  $n$  est le nombre de nations participant.
- Si tout le monde participe, le bénéfice est  $NB \gg c$  pour tout le monde!!!

Qui va participer ?

- Si la France participe comme tout le monde, le gain est  $NB - c$
- Si la France ne participe finalement pas, le gain est  $(N - 1)B$
- Si  $c > B$ , la France est passager clandestin
- Tous les états souhaitent être passager clandestin
- Problème économique : le climat est un bien public

Quelques éléments de réflexion :

- Quel **horizon de temps** ?  
fin du mois                      fin du monde                      fin du mandat
- Une politique de réduction d'émission de CO2 provoque des effets à horizon 50 ans
- Comment pondérer les **générations futures** ?  
Que vaut aujourd'hui 1 Million dans  $T$  années ?

	T=50	T=100
10%	8.000	73
4.6%	105.000	11.000
1.4 %	499.000	249.000

- Modèle de **Chichilnisky** ou  $\lambda$  pondère les populations futures

$$\sup_c \int_0^{\infty} e^{-\rho t} u(c_t) dt + \lambda u(c_{\infty})$$

- Résolution par équilibre de Nash inter-génération : **coordination possible** si niveau de capital élevé, mais **on ne peut pas reconstituer le capital naturel une fois détruit**

If not us, who ?  
And if not now, when ?

quote by Rabbi Hillel, JFK, I. Ekeland...