

Analyse und Bewertung der Beitragsfreistellungsoption bei Riester-Investmentfonds- Sparplänen

Diplomarbeit an der Universität Ulm

Fakultät für Mathematik und Wirtschaftswissenschaften

Sektion Aktuarwissenschaften

vorgelegt von

Alexander Kling

April 2003

Gutachter:

Prof. Dr. Hans-Joachim Zwiesler

Prof. Dr. Rüdiger Kiesel

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Motivation	1
1.2	Zielsetzung	3
1.3	Aufbau der Arbeit	4
2	Die Rentenreform	6
2.1	Probleme der gesetzlichen Rentenversicherung	7
2.2	Änderungen im gesetzlichen Rentensystem	7
2.2.1	Leistungsminderung der gesetzlichen Rente	7
2.2.2	Notwendigkeit einer zusätzlichen privaten Vorsorge	8
2.3	Die staatliche Förderung der privaten Altersvorsorge	8
2.3.1	Wer hat Anspruch auf Förderung?	8
2.3.2	Komponenten der staatlichen Förderung	10
2.4	Förderungsfähige Produkte	11
2.4.1	Die Zertifizierung	11
2.4.2	Kriterien für förderungsfähige Altersvorsorgeverträge	12
2.4.3	Die Anbieter förderungsfähiger Altersvorsorgeverträge	13
2.5	Auf dem Markt angebotene Produkte	14
2.5.1	Die Angebote der Lebensversicherungsunternehmen	14
2.5.2	Banksparpläne	15
2.5.3	Investmentfonds-Sparpläne	16

3	Riester-Investmentfonds-Sparpläne	17
3.1	Merkmale und Eigenschaften	18
3.2	Die Anbieter und ihre Produkte	18
3.2.1	Activest Switch Förderplan	18
3.2.2	ADIG FörderDepot	19
3.2.3	BHW FörderFonds-Sparplan	19
3.2.4	Deka-BonusRente	19
3.2.5	dit-FONDSVORSORGE	20
3.2.6	DWS TopRente	20
3.2.7	HANSAgeneration-Plan	21
3.2.8	UniProfiRente	21
3.3	Die Garantien und ihre aktuelle Deckung	23
3.3.1	Die aktuelle Eigenkapitalunterlegungsvorschrift	24
3.3.2	Probleme und Kritik der jetzigen Regelungen	25
3.3.3	Lösungsvorschlag	29
3.3.4	Die nicht gedeckten Risiken	29
4	Finanzmathematische Bewertung	32
4.1	Riester-Investmentfonds-Sparpläne	33
4.2	Das Modell	34
4.3	Wert der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung ohne Beitragsfreistellungsoption	36
4.4	Wert der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung mit Beitragsfreistellungsoption	37
4.4.1	Einmalige Beitragsfreistellung unter Kenntnis zukünftiger Ereignisse	38
4.4.2	Einmalige Beitragsfreistellung ohne Kenntnis zukünftiger Ereignisse	39
4.4.3	Beitragsfreistellung und gleichzeitiger Beginn eines neuen Vertrages unter Kenntnis zukünftiger Ereignisse	46

4.4.4	Beitragsfreistellung und gleichzeitiger Beginn eines neuen Vertrages ohne Kenntnis zukünftiger Ereignisse	48
4.4.5	Jährliche Beitragsfreistellung und gleichzeitiger Beginn eines neuen Vertrages	54
5	Die Ergebnisse der Simulationen	58
5.1	Ergebnisse auf monatlicher Basis	59
5.2	Berechnungen auf jährlicher Basis	60
5.2.1	Verwendete Szenarien	60
5.2.2	Ergebnisse auf jährlicher Basis	65
6	Zusammenfassung und Ausblick	78
A	Gesetzestexte	81
A.1	§ 1 AltZertG	81
A.2	§ 10a EStG	86
A.3	§ 84 EStG	89
A.4	§ 85 EStG	89
A.5	§ 86 EStG	90
A.6	§ 1 Abs. 3 KAGG	91
A.7	§ 2 Abs. 2 KAGG	92
A.8	§ 10 Abs. 1 KWG	92
B	Rundschreiben und Pressemitteilungen	93
B.1	Rundschreiben 12/2001 des BAKred	93
B.2	Pressemitteilung des BVI vom 7. Dezember 2001	97
B.3	Pressemitteilung des BVI vom 8. Juni 2002	98
	Literaturverzeichnis	100
	Ehrenwörtliche Erklärung	103

Tabellenverzeichnis

2.1	Höhe von Grund- und Kinderzulage	10
2.2	Maximale Sonderausgabenabzüge	11
3.1	Aktienanteil verschiedener Riester-Investmentfonds-Sparpläne für Verträge mit langen Laufzeiten	22
3.2	Aktienanteil verschiedener Riester-Investmentfonds-Sparpläne für Verträge mit kurzen Laufzeiten	22
3.3	Kostenstruktur der Fondsanbieter	23
5.1	Wert der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung ohne Beitragsfreistellungsoption bei monatlicher Zahlungsweise	59
5.2	Übersicht über die in den Berechnungen verwendeten Volatilitätsstrukturen	64
5.3	Wert der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung mit und ohne Beitragsfreistellungsoption bei jährlicher Zahlungsweise für Verträge mit Laufzeit fünf Jahre	65
5.4	Wert der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung mit und ohne Beitragsfreistellungsoption bei jährlicher Zahlungsweise für Verträge mit Laufzeit zehn Jahre	67
5.5	Wert der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung mit und ohne Beitragsfreistellungsoption bei jährlicher Zahlungsweise für Verträge mit Laufzeit 20 Jahre	69
5.6	Wert der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung mit und ohne Beitragsfreistellungsoption bei jährlicher Zahlungsweise für Verträge mit Laufzeit 35 Jahre	71

5.7	Barwerte der Beitragszahlungen	73
5.8	Wert der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung mit und ohne Beitragsfreistellungsoption als Prozentsatz der Beitragssumme bei jährlicher Zahlungsweise für Verträge mit Laufzeit fünf Jahre	73
5.9	Wert der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung mit und ohne Beitragsfreistellungsoption als Prozentsatz der Beitragssumme bei jährlicher Zahlungsweise für Verträge mit Laufzeit zehn Jahre	74
5.10	Wert der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung mit und ohne Beitragsfreistellungsoption als Prozentsatz der Beitragssumme bei jährlicher Zahlungsweise für Verträge mit Laufzeit 20 Jahre	74
5.11	Wert der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung mit und ohne Beitragsfreistellungsoption als Prozentsatz der Beitragssumme bei jährlicher Zahlungsweise für Verträge mit Laufzeit 35 Jahre	75

Verzeichnis der verwendeten Algorithmen

4.1	Simulation von s_1, \dots, s_T (Realisierungen von S_1, \dots, S_T)	36
4.2	Wert Π der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung ohne Beitragsfreistellungsoption	37
4.3	Wert $\Pi_K^{(1)}$ der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung mit Beitragsfreistellungsoption unter Kenntnis zukünftiger Ereignisse	39
4.5	Wert $\Pi^{(1)}(\mathcal{K})$ der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung mit Beitragsfreistellungsoption für eine fest vorgegebene Strategie \mathcal{K}	41
4.8	Wert $\Pi_S^{(1)}$ der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung mit Beitragsfreistellungsoption ohne Kenntnis zukünftiger Ereignisse	45
4.9	Wert $\Pi_K^{(2)}$ der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung mit Beitragsfreistellungsoption und gleichzeitigem Beginn eines neuen Vertrages unter Kenntnis zukünftiger Ereignisse	47
4.10	Wert $\Pi^{(2)}(\tilde{\mathcal{K}})$ der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung mit Beitragsfreistellungsoption und gleichzeitigem Beginn eines neuen Vertrages für eine fest vorgegebene Strategie $\tilde{\mathcal{K}}$	49
4.14	Wert $\Pi_S^{(2)}$ der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung mit Beitragsfreistellungsoption und gleichzeitigem Beginn eines neuen Vertrages ohne Kenntnis zukünftiger Ereignisse	53

Abkürzungsverzeichnis

AG	Aktiengesellschaft
AltZertG	Altersvorsorgeverträge-Zertifizierungsgesetz
AVmG	Altersvermögensgesetz
BAFin	Bundesanstalt für Finanzdienstleistungsaufsicht
BAKred	Bundesaufsichtsamt für das Kreditwesen
BVI	Bundesverband Deutscher Investment- und Vermögensverwaltungs- gesellschaften
Deka-BR	Deka-BonusRente
EStG	Einkommensteuergesetz
GmbH	Gesellschaft mit beschränkter Haftung
KAGG	Gesetz über Kapitalanlagegesellschaften
KWG	Kreditwesengesetz
LVU	Lebensversicherungsunternehmen
VAG	Versicherungsaufsichtsgesetz
VN	Versicherungsnehmer

Kapitel 1

Einleitung

1.1 Motivation

Seit 1. Januar 2002 gibt es in Deutschland eine neue Form der staatlichen Förderung der privaten Altersvorsorge, die Riester-Rente. Diese wurde von der Bundesregierung im Zuge der Rentenreform zur Entlastung der gesetzlichen Rente eingeführt. Die Leistungen der gesetzlichen Rentenversicherung wurden dafür gekürzt. Der Grund dafür waren erhebliche Probleme der gesetzlichen Rentenversicherung durch das praktizierte Umlageverfahren. Es ist zu erwarten, dass die Rentenbeiträge eines Jahres künftig nicht mehr ausreichen, die Rentenzahlungen des gleichen Jahres zu finanzieren. Nach Schätzungen wird auch in Zukunft die Anzahl der Rentenbeitragszahler sinken und gleichzeitig die Anzahl der Rentenempfänger steigen. Um auch im Alter noch ein gesichertes Einkommen zu haben, muss also jeder Bundesbürger in irgend einer Form privat vorsorgen.

Grundsätzlich kann jede Form einer langfristigen Kapitalanlage eine vernünftige Altersvorsorge darstellen. Altersvorsorgeverträge werden im Rahmen dieser neuen Form der Förderung aber nur dann vom Staat mit Zulagen oder Steuerersparnissen unterstützt, wenn sie bestimmte Voraussetzungen erfüllen. Diese sind im Altersvorsorgeverträge-Zertifizierungsgesetz (AltZertG) geregelt. Als Anbieter zertifizierter und damit förderungsfähiger Altersvorsorgeverträge kommen Kreditinstitute, Lebensversicherungsunternehmen (LVU) und Investmentfondsgesellschaften in Frage. Jeder Sparer hat also die Wahl zwischen einer Anlage seiner Altersvorsorgebeiträge in Banksparrpläne, traditionelle Rentenversicherungen, fondsgebundene Rentenversicherungen und Investmentfonds-Sparpläne.

Eine der Voraussetzungen für die Zertifizierung eines Altersvorsorgevertrags ist eine Garantie des Anbieters, dass zu Beginn der Auszahlungsphase, die frühestens im Alter 60 oder mit Beginn einer gesetzlichen Rente beginnen darf, mindestens die Summe der eingezahlten Beiträge zur Verfügung steht. Garantien dieser Art stellen für Banksparkpläne, die im Wesentlichen Sparkonten sind, und traditionelle Rentenversicherungen kein Problem dar. Bei beiden Produkten erhält der Sparer sogar eine Mindestverzinsung. Um fondsgebundene Rentenversicherungen förderfähig zu machen, investieren die LVU einen Teil der Sparbeiträge in traditionelle Rentenversicherungen, die den Erhalt der eingezahlten Beiträge garantieren, und legen nur den Rest in Fonds an. Es gibt auch Produkte auf dem Markt, bei denen nur die erwirtschafteten Überschüsse in Fonds investiert werden.

Bei einer reinen Anlage in Aktien- oder Rentenfonds widerspricht eine Garantie der nominalen Kapitalerhaltung der eingezahlten Beiträge völlig der Natur dieser Produkte. Die Anbieter müssen also Sicherungsmaßnahmen durchführen. Nach § 10 Abs. 1 Satz 1 Kreditwesengesetz (KWG) müssen die Fondsgesellschaften zur Sicherheit der ihnen anvertrauten Vermögenswerte angemessene Eigenmittel haben. Was angemessene Eigenmittel in diesem Fall sind, konkretisiert das Bundesaufsichtsamt für das Kreditwesen (BAKred) in seinem Rundschreiben 12/2001 vom 12. Dezember 2001. Die in dem Rundschreiben vorgeschriebene Eigenkapitalunterlegung im Falle des Absinkens des Fondswertes unter eine bestimmte Grenze ist jedoch nach [Gr/Ni/Sc 02] für eine Deckung des Risikos nicht ausreichend. Aus diesem Grund müsse der Wert der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung finanzmathematisch bestimmt und dem Sparer als Risikokosten in Rechnung gestellt werden.

Geht man von einem Sparer aus, der über die gesamte Laufzeit eines Vertrags Beiträge zahlt, so ist die Garantie des Erhalts der eingezahlten Prämien eine europäische Put-Option. Da sich der Sparer verpflichten muss, monatlich oder vierteljährlich gleichbleibende Beiträge zu zahlen, ist der Wert seines Altersvorsorgevertrags und damit der Wert dieser Put-Option pfadabhängig. Das hat zur Folge, dass keine explizite Formel zur Bestimmung des Preises dieser Optionen gefunden werden kann und deshalb auf numerische Standardmethoden wie Monte-Carlo-Simulationstechniken zurückgegriffen werden muss. In [Gr/Ni/Sc 02] wurde mit solchen Methoden der Wert der nominalen Kapitalerhaltung für einen Sparer, der monatlich bis zum Beginn der Altersrente einzahlt, ermittelt.

Was dort aber nicht berücksichtigt wird, ist die Tatsache, dass der Sparer nach § 1 Abs. 1 AltZertG während der Ansparphase zu jedem Zeitpunkt die Möglichkeit hat,

die Zahlungen einzustellen und seinen Vertrag ruhen zu lassen, ohne dabei die Zusage der nominalen Kapitalerhaltung (bezogen auf die bis zur Einstellung geleisteten Zahlungen) zu verlieren. Diese Beitragsfreistellungsoption ist eine so genannte Bermuda-Option. Sie kann nämlich zu festen Zeitpunkten, den Zahlungszeitpunkten, während der Ansparphase ausgeübt werden.

Die Zusage der nominalen Kapitalerhaltung birgt also zwei Risiken. Erstens besteht das Risiko, dass das Fondsvermögen eines Sparers, der bis zum Beginn seiner Altersrente Beiträge zahlt, unter die Summe der eingezahlten Beiträge fällt. Zweitens hat der Sparer durch die Beitragsfreistellungsoption eine Möglichkeit zur aktiven Spekulation. Das zweite Risiko wurde bisher in der Literatur weder bewertet noch analysiert. Dies erfolgt im Rahmen dieser Arbeit.

1.2 Zielsetzung

Ziel dieser Arbeit ist eine Analyse und Bewertung der Beitragsfreistellungsoption bei Riester-Investmentfonds-Sparplänen. Hierzu gehen wir zunächst auf die Merkmale und Eigenschaften von Fondssparplänen ein, um sie dann mathematisch zu modellieren. Dabei versuchen wir, die in diesem Bereich aktuell auf dem Markt angebotenen Produkte möglichst realitätsnah abzubilden. Da Riester-Investmentfonds-Sparpläne aller Anbieter gegen Ende ihrer Laufzeit zunehmend von Aktien- in Rentenfonds umschichten, muss ein Modell mit zeitabhängiger Volatilität gewählt werden.¹

Da der Wert der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung mit Beitragsfreistellungsoption wie der Wert ohne Beitragsfreistellungsoption vom Fondswert zu den Zahlungszeitpunkten abhängt, ist es auch hier nicht möglich, eine explizite Formel zu finden. Zur Approximation der zu berechnenden Erwartungswerte benutzen wir deshalb ebenfalls Monte-Carlo-Simulation.

Die Bewertung von Bermuda-Optionen mit Hilfe von Monte-Carlo-Simulationstechniken wird in [Do 00] ausführlich behandelt. Eine dort beschriebene Standard-Methode wird im Rahmen dieser Arbeit auf die Bewertung der Beitragsfreistellungsoption angewandt. Ein finanzrational handelnder Kunde wird die Option genau dann ausüben, wenn ihr erwarteter Wert am größten ist. Der Wert dieser Option hängt aber sehr stark von einer Strategie des Kunden ab. Er braucht ein Entscheidungskriterium, ob

¹Aktienfonds haben deutlich höhere Volatilitäten als Rentenfonds. Die Volatilität eines gemischten Fonds steigt also tendenziell mit dem Anteil von Aktien in diesem Fonds.

er zu einem Zahlungszeitpunkt während der Ansparphase beitragsfrei stellt. Die Bestimmung des Wertes der Beitragsfreistellung ist also untrennbar von der Bestimmung einer optimalen Strategie. Optimal ist eine Strategie dann, wenn der Wert der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung maximal ist unter allen Strategien. Der Kernteil der Bewertung der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung mit Beitragsfreistellungsoption besteht also aus einer Charakterisierung optimaler Strategien und aus der Bestimmung eines Weges, wie man solche bestimmen oder zumindest approximieren kann.

Neben einer theoretischen Betrachtung gehen wir dabei insbesondere auf die Ergebnisse der Simulationen ein. Wir führen Sensitivitätsanalysen bezüglich verschiedener Parameter wie Volatilität oder risikolosem Zins durch. Insbesondere analysieren wir die Auswirkungen einer Umschichtung von Aktien- in Rentenfonds gegen Ende der Laufzeit auf den Wert der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung mit und ohne Beitragsfreistellungsoption.

1.3 Aufbau der Arbeit

Kapitel 2 dient einer Einordnung der Riester-Rente in die Rentenreform. Hierzu beschreiben wir die Grundzüge der Rentenreform und gehen auf diese neue Form der staatlichen Förderung privater Vorsorgeverträge ein. Neben einer ausführlichen Betrachtung der Voraussetzungen für förderfähige Produkte nach § 1 Abs. 1 AltZertG stellen wir die aktuell auf dem Markt angebotenen Produktgruppen vor. Zertifizierte Altersvorsorgeverträge können entweder traditionelle Rentenversicherungen, fondsgebundene Rentenversicherungen, Banksparpläne oder Investmentfonds-Sparpläne sein.

In Kapitel 3 gehen wir genauer auf Investmentfonds-Sparpläne ein. Da es aktuell nur acht Anbieter von Fondssparplänen gibt, ist es möglich, die Produkte aller Anbieter vorzustellen. Im zweiten Teil dieses Kapitels geht es um die Garantien und ihre aktuelle Deckung. Nach einer Kritik der aktuellen Eigenkapitalunterlegungsvorschrift zeigen wir durch einen Verbesserungsvorschlag die Notwendigkeit einer finanzmathematischen Bewertung dieser Risiken auf.

Diese erfolgt dann in Kapitel 4. Zuerst müssen wir hierfür ein geeignetes Modell für Riester-Investmentfonds-Sparpläne wählen. Wir modellieren den Kurs des Fonds als Geometrisch Brownsche Bewegung mit deterministischer aber zeitabhängiger Volatilität. Der risikolose Zinssatz wird ebenfalls als deterministisch und zeitabhängig angenommen. Im zweiten Teil des Kapitels verwenden wir dieses Modell, um den Wert

der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung mit und ohne Beitragsfreistellungsoption zu bestimmen. Dabei gehen wir auf verschiedene Entscheidungsmöglichkeiten des Sponsors ein. So betrachten wir neben der Möglichkeit einer Beitragsfreistellung auch die Möglichkeit einer eventuell mehrmaligen Wiederanlage in den gleichen Fonds.

In Kapitel 5 stellen wir schließlich die Ergebnisse unserer Simulationen dar. Wir entscheiden uns für zehn verschiedene Volatilitätsstrukturen des Fonds und variieren zwischen zwei über die Laufzeit konstanten risikolosen Zinssätzen. Nach einer Vorstellung der verschiedenen Underlyings analysieren wir den Einfluss der Parameter Volatilität und Zinsen auf den Wert der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung mit und ohne Beitragsfreistellungsoption.

In einem abschließenden Kapitel fassen wir die wichtigsten Ergebnisse dieser Arbeit zusammen und geben einen kurzen Ausblick.

Im Anhang sind die Originaltexte der relevanten Gesetze, Rundschreiben und Pressemitteilungen zu lesen.

Kapitel 2

Die Rentenreform

Hauptziel dieses Kapitels ist eine Beschreibung der wichtigsten Teile der Rentenreform 2001 und eine Einordnung der so genannten Riester-Rente in die Rentenreform. Dazu gehen wir zuerst kurz auf die Probleme der gesetzlichen Rentenversicherung in Deutschland ein. Um diese zu entlasten, wurden im Zuge der Rentenreform die Leistungen der gesetzlichen Rente gekürzt. In Abschnitt 2.2 fassen wir zunächst die wichtigsten Leistungskürzungen zusammen und zeigen dann die Notwendigkeit einer privaten Vorsorge auf.

Um die zusätzlich entstehende Versorgungslücke zu schließen, hat die Bundesregierung zum 1. Januar 2002 eine neue Form der staatlichen Förderung der privaten Altersvorsorge eingerichtet, die Riester-Rente. Abschnitt 2.3 erklärt, wer einen Anspruch auf Förderung hat und geht auf die Komponenten dieser staatlichen Förderung ein. Da diese Form der privaten Vorsorge der Sicherung einer Altersrente dient, gibt es per Gesetz gewisse Anforderungen an förderfähige Produkte. Diese stehen in § 1 AltZertG und sollen in Abschnitt 2.4 beschrieben werden. Nur Produkte, die diese Anforderungen erfüllen, erhalten von der Bundesanstalt für Finanzdienstleistungsaufsicht (BAFin) die Erlaubnis auf staatliche Förderung, die so genannte Zertifizierung.

Im letzten Teil dieses Kapitels charakterisieren wir kurz die aktuell auf dem Markt angebotenen Produktgruppen. Es handelt sich hierbei um traditionelle oder fondsgebundene Rentenversicherungen, Banksparpläne und Investmentfonds-Sparpläne.

2.1 Probleme der gesetzlichen Rentenversicherung

Die Ausführungen dieses Abschnitts orientieren sich an [Ba 02] und [Öc 02]. Danach ist die nach wie vor wichtigste Säule im Drei-Säulen-System der Altersvorsorge in Deutschland die gesetzliche Rentenversicherung. Sie arbeitet nach dem Umlageverfahren, das heißt die Rentenbeiträge eines Jahres werden im gleichen Jahr auf die Rentenempfänger verteilt und ausgeschüttet. Dieses System funktioniert nur, wenn das Verhältnis aus Beitragszahlern und Rentenempfängern stabil bleibt. Das war in Deutschland auch bislang der Fall. Aufgrund steigender Lebenserwartung und sinkender Geburtenzahlen ist zu erwarten, dass die eingezahlten Beiträge künftig nicht mehr ausreichen werden. Die Altersstruktur der Bevölkerung in Deutschland unterzieht sich einem stetigen Wandel. Laut [Ba 02] wird im Jahr 2030 jeder Beitragszahler einen Rentner finanzieren müssen. Aus diesem Grund muss jeder Bundesbürger über die beiden anderen Säulen, die private und die betriebliche Altersvorsorge, Kapital fürs Alter sparen, um eine ausreichende Vorsorge fürs Alter zu haben. Auch der Staat hat diese Probleme erkannt und hat deshalb im Zuge der Rentenreform die Leistungen der gesetzlichen Rentenversicherung gekürzt und dafür eine Förderung der privaten Vorsorge eingerichtet.

2.2 Änderungen im gesetzlichen Rentensystem

2.2.1 Leistungsminderung der gesetzlichen Rente

Im Zuge der Rentenreform hat die Bundesregierung neben der Erwerbsminderungsrente zum 1.1.2001 auch die gesetzliche Rentenversicherung zum 1.1.2002 geändert. Die wichtigsten Änderungen sind:¹

- Alle Rentenarten der gesetzlichen Rentenversicherung werden in Zukunft langsamer steigen als bisher. Nach Angaben des Bundesarbeitsministeriums soll das Rentenniveau dadurch von derzeit 70% auf rund 68% des Nettoeinkommens sinken.
- Es gibt ein neues Hinterbliebenen-Rentenrecht für künftige Witwen und Witwer, die am 1.1.2002 noch keine 40 Jahre alt waren oder die nach dem 31.12.2002 heiraten oder geheiratet haben.

¹Siehe [Ba 02] und [Öc 02].

- Für die Personen, für die das neue Hinterbliebenenrecht gilt, ist ein Rentensplitting möglich. Als Ersatz für eine Witwenrente können während der Ehe erworbene Rentenansprüche auf Antrag beider Partner gleichmäßig geteilt werden.
- Es gibt eine Änderung bei der Anrechnung von Elternzeiten seit Januar 1992, in denen ein Kind bis zum 10. Lebensjahr großgezogen wurde.

2.2.2 Notwendigkeit einer zusätzlichen privaten Vorsorge

Durch die Leistungsherabsetzungen bei der gesetzlichen Rentenversicherung entsteht nach Schätzungen von Experten eine zusätzliche Versorgungslücke von 2% des Nettoeinkommens.² Um diese zusätzliche Versorgungslücke zu schließen, ist es für jeden einzelnen Bundesbürger notwendig, in irgend einer Form zusätzlich privat vorzusorgen. Mit dem Gesetz zur Reform der gesetzlichen Rentenversicherung und zur Förderung eines kapitalgedeckten Altersvorsorgevermögens (Altersvermögensgesetz - AVmG) vom 26.6.2001 (Bundesgesetzblatt I S.1310) hat die Bundesregierung zur Entlastung der gesetzlichen Rente zum 1.1.2002 die staatlich geförderte kapitalgedeckte private und betriebliche Altersvorsorge in ihrem Umfang erweitert. Im Gegensatz zur gesetzlichen Rentenversicherung handelt es sich hier nicht um eine Pflichtversicherung. Jeder Bundesbürger kann sich für eine oder mehrere Formen der privaten Vorsorge fürs Alter entscheiden. Der Staat fördert lediglich individuelle Spartätigkeiten mit Zulagen oder Steuerersparnissen. Eine Änderung in diesem Zusammenhang ist die seit dem 1. Januar 2002 neu existierende Form der Förderung der privaten Altersvorsorge, die „Riester-Rente“. Sie wurde nach Bundesarbeitsminister Walter Riester benannt.

2.3 Die staatliche Förderung der privaten Altersvorsorge

2.3.1 Wer hat Anspruch auf Förderung?

Anspruchsberechtigt auf diese neue Form der Förderung der Vorsorge fürs Alter ist jeder, der in der gesetzlichen Rentenversicherung pflichtversichert ist. Das sind im Einzelnen:³

²Siehe [Öc 02].

³Geregelt in § 10a Abs. 1 Einkommensteuergesetz (EStG), siehe auch [Öc 02] und [Zu 02].

- Arbeitnehmer und Auszubildende
- Wehr- und Zivildienstleistende
- Selbstständige, wenn sie sozialversicherungspflichtig sind
- Bezieher von Lohnersatzleistungen wie Arbeitslosengeld, Arbeitslosenhilfe, Unterhaltsgeld bei Umschulung
- nichterwerbstätige Eltern während der Kindererziehungszeiten (drei Jahre pro Kind)
- Pflegepersonen und geringfügig Beschäftigte, die auf die Versicherungsfreiheit verzichtet haben

Außerdem förderberechtigt sind folgende Personenkreise:

- Pflichtversicherte in der Altenversicherung der Landwirte
- Empfänger von Besoldung und Amtsbezügen (z. B. Beamte, Richter, Soldaten, Minister)
- Beschäftigte, die rechtlich wie Beamte behandelt werden (z. B. Beschäftigte von Körperschaften, Anstalten oder Stiftungen des öffentlichen Rechts, Lehrer oder Erzieher an nichtöffentlichen Schulen)
- Ehepartner der oben genannten Gruppen

Keinen Anspruch auf die staatliche Förderung haben:

- Selbstständige, die nicht in der gesetzlichen Rentenversicherung pflichtversichert sind
- Beschäftigte, die noch in einer Zusatzversorgung pflichtversichert sind, welche die Einschnitte in der gesetzlichen Rentenversicherung durch höhere Leistungen ausgleicht
- freiwillig in der gesetzlichen Rentenversicherung versicherte Personen
- Sozialhilfeempfänger
- Rentner

	Grundzulage	Kinderzulage
ab 2002	38 €	46 €
ab 2004	76 €	92 €
ab 2006	114 €	138 €
ab 2008	154 €	185 €

Tabelle 2.1: Höhe von Grund- und Kinderzulage

- geringfügig Beschäftigte, die ihren Pauschalbeitrag zur Rentenversicherung nicht aufstocken

Grundvoraussetzung für eine Förderung des Staates ist, dass die förderberechtigte Person genügend eigene Mittel auf einen zertifizierten Altersvorsorgevertrag⁴ einbezahlt.⁵ Genauer muss sie einschließlich der staatlichen Zulagen ab dem Jahr 2002 mindestens 1%, ab 2004 mindestens 2%, ab 2006 mindestens 3% und ab 2008 mindestens 4% des beitragspflichtigen Vorjahreseinkommens einbezahlen. Außerdem gibt es einen so genannten Sockelbeitrag. Dieser ist je nach Anzahl der Kinder ab 2002 jährlich 45 - 30 € und ab 2005 jährlich 90 - 60 € und ist von jedem mindestens zu zahlen. Personen mit geringem Einkommen beziehungsweise vielen Kindern haben also die Möglichkeit, mit diesem Sockelbeitrag als Eigenleistung in den Genuss der vollen staatlichen Förderung zu kommen.

2.3.2 Komponenten der staatlichen Förderung

Erste Komponente der staatlichen Förderung ist die direkte Zulage des Staates auf Eigenbeiträge in einen zertifizierten Altersvorsorgevertrag. Jeder, der die Mindesteigenbeiträge leistet, erhält vom Staat jährlich eine Grundzulage und pro Kind eine Kinderzulage als Bonus auf die eingezahlten Beiträge. Die Höhen dieser Zulagen sind in §§ 84, 85 EStG geregelt und in Tabelle 2.1 zu sehen.

Als zweite Komponente der staatlichen Förderung gibt es den zusätzlichen Sonderausgabenabzug. Es besteht nämlich die Möglichkeit, die gezahlten Beiträge inklusive

⁴Nur Verträge, die von der Zertifizierungsstelle der Bundesanstalt für Finanzdienstleistungsaufsicht genehmigt wurden, werden vom Staat mit Zulagen gefördert. Zu den Bedingungen, die solche Verträge erfüllen müssen, siehe Abschnitt 2.4.

⁵Der Mindesteigenbeitrag ist in § 86 EStG geregelt.

	Maximaler Sonderausgabenabzug
ab 2002	525 €
ab 2004	1050 €
ab 2006	1575 €
ab 2008	2100 €

Tabelle 2.2: Maximale Sonderausgabenabzüge

der staatlichen Zulagen bei der Steuererklärung als Sonderausgaben abzusetzen. Das Finanzamt prüft für jeden Einzelnen, ob für ihn diese Ersparnis größer ist als der bloße Erhalt der Zulage. Ist dies der Fall, wird dem Förderberechtigten der Differenzbetrag aus Steuerersparnis und Höhe der bereits erhaltenen Zulagen erstattet. Der Anspruch auf zusätzlichen Sonderausgabenabzug ist in § 10a EStG geregelt und für verschiedene Veranlagungszeiträume auf Höchstbeträge begrenzt. Diese sind Tabelle 2.2 zu entnehmen.

2.4 Förderungsfähige Produkte

Private Altersvorsorgeverträge sind nur dann förderungsfähig, wenn sie bestimmte Voraussetzungen erfüllen und dies durch die so genannte „Zertifizierung“ bestätigt worden ist. Diese Voraussetzungen sind im AltZertG geregelt.

2.4.1 Die Zertifizierung

In § 1 Abs. 3 AltZertG heißt es: „Die Zertifizierung eines Altersvorsorgevertrags nach diesem Gesetz ist die Feststellung, dass die Vertragsbedingungen des Altersvorsorgevertrages des Anbieters den Anforderungen der Absätze 1 und 2 entsprechen ...“ und „... stellt ausschließlich die Übereinstimmung des Vertrages mit den Anforderungen ... fest“. Die Zertifizierung stellt also kein Gütesiegel dar und sagt in keiner Weise etwas über die Qualität oder Rentabilität eines Vorsorgevertrages beziehungsweise die Bonität oder Finanzkraft eines Anbieters aus. Um für ein Produkt diese Zertifizierung zu erhalten, muss der Anbieter eines Altersvorsorgevertrages einen formalen Antrag bei der Zertifizierungsstelle der BAFin stellen. Diese stellt dann das Vorhandensein oder nicht Vorhandensein der notwendigen Anforderungen fest und erteilt dem Produkt gegebenenfalls die Zertifizierung.

2.4.2 Kriterien für förderungsfähige Altersvorsorgeverträge

Nach § 1 AltZertG muss der Altersvorsorgevertrag zwischen einem Anbieter und einer natürlichen Person, im Folgenden mit Sparer oder Vertragspartner bezeichnet, in deutscher Sprache geschlossen werden und folgende Bedingungen erfüllen:

1. Der Sparer muss sich dazu verpflichten, während der Ansparphase laufend freiwillige Altersvorsorgebeiträge zu zahlen.
2. Der Anbieter darf Leistungen an den Vertragspartner nicht vor Vollendung des 60. Lebensjahres oder dem Beginn einer Altersrente des Vertragspartners erbringen.
3. Der Anbieter muss zusagen, dass dem Sparer zu Beginn der Auszahlungsphase mindestens die Summe der eingezahlten Beiträge als Verrentungskapital zur Verfügung steht.
4. Der Vertrag muss vorsehen, dass die Auszahlung monatlich oder vierteljährlich in Form einer lebenslangen gleich bleibenden oder steigenden Rente erfolgt. Außerdem besteht die Möglichkeit, nach einem so genannten Auszahlungsplan vorzugehen, dessen Modalitäten im nächsten Punkt beschrieben werden.
5. Bei einem Auszahlungsplan müssen gleich bleibende oder steigende Zahlungen bis zur Vollendung des 85. Lebensjahres des Vertragspartners erbracht werden. Zusätzlich besteht hier die Möglichkeit, diese Zahlungen auf Teilraten zu begrenzen und zusätzlich variable Teilraten, die zum Beispiel von der Entwicklung eines Aktienfonds abhängen und damit nicht mehr garantiert gleich bleibend oder steigend sind, zu leisten. Ab Vollendung des 85. Lebensjahres muss eine Leibrente wie unter 4. erbracht werden, deren erste Zahlung mindestens so hoch ist wie die letzte Zahlung des Auszahlungsplans ohne Berücksichtigung der variablen Teilrate.
6. Der Vertrag darf eine Hinterbliebenenrente vorsehen.
7. Förderungsfähige Produkte können sein:
 - (a) Rentenversicherungen und Kapitalisierungsprodukte im Sinne des §1 Abs. 4 Satz 2 des Versicherungsaufsichtsgesetzes (VAG).
 - (b) Bankguthaben mit Zinsansammlung. Hier ist es auch gestattet, die Zinserträge in Aktien- oder Investmentfonds zu investieren.

- (c) Anteile an thesaurierenden und ausschüttenden Investmentfonds. Derivatgeschäfte sind nur erlaubt, wenn sie der Absicherung des Fondsvermögens dienen.
- 8. Abschluss- und Vertriebskosten müssen über einen Zeitraum von mindestens zehn Jahren zu gleichen Beträgen verteilt und ausgewiesen werden.
- 9. Der Anbieter muss den Vertragspartner jährlich schriftlich über dessen Guthaben, die veranschlagten Kosten und die erwirtschafteten Erträge informieren.
- 10. Während der Ansparphase hat der Sparer zu jedem Zeitpunkt die Möglichkeit, die Zahlungen einzustellen und den Vertrag ruhen zu lassen, ohne dabei die Zusage des Erhalts der nominalen Kapitalerhaltung (bezogen auf die bis dahin gezahlten Beiträge) zu verlieren. Außerdem hat er das Recht, den Vertrag mit einer vierteljährlichen Kündigungsfrist zu kündigen, um entweder in einen anderen Altersvorsorgevertrag desselben oder eines anderen Anbieters zu wechseln oder um sich das Kapital auszahlen zu lassen. Im zweiten Fall hängt es von der Verwendung des ausbezahlten Kapitals ab, ob er die staatlichen Zulagen und Steuern zurückzahlen muss oder behalten darf. Nach §§ 92a, b EStG ist eine Entnahme des Kapitals zu bestimmten Zwecken gestattet. Hierauf wird im Rahmen dieser Arbeit nicht genauer eingegangen.
- 11. Abtretungen oder Übertragungen von Forderungen an Dritte müssen vertraglich ausgeschlossen sein.

2.4.3 Die Anbieter förderungsfähiger Altersvorsorgeverträge

Nach § 1 Abs. 2 AltZertG können förderungsfähige Altersvorsorge Verträge nur abgeschlossen werden mit LVU, Kreditinstituten oder Kapitalanlagegesellschaften im Inland sowie mit vergleichbaren Gesellschaften im Ausland. Finanzdienstleistungsinstitute und Wertpapierdienstleistungsunternehmen können Anbieter sein, wenn sie bezüglich ihrem Erlaubnisumfang, Anfangskapital und Anlage des Altersvorsorgevermögens nach Rentenbeginn bestimmte Voraussetzungen erfüllen. Auf Details dazu wird hier nicht eingegangen, genaue Bestimmungen sind dem Anhang A.1 zu entnehmen.

2.5 Auf dem Markt angebotene Produkte

2.5.1 Die Angebote der Lebensversicherungsunternehmen

Traditionelle Rentenversicherungen

Mit der traditionellen Rentenversicherung hatten LVU schon vor Einführung der staatlichen Förderung dieser Form der privaten Altersvorsorge ein weitgehend „Riester-fähiges“ Produkt. Sie erfüllt nach ein paar kleinen Änderungen alle Anforderungen an förderfähige Produkte nach §1 AltZertG. Der Kunde zahlt monatlich gleich bleibende Beiträge, deren Sparanteile mit einer garantierten Mindestverzinsung von derzeit 3,25% verzinst werden. Darüber hinaus sind Überschussbeteiligungen der Versicherungsnehmer (VN) möglich. Das Kapitalanlagerisiko liegt bei traditionellen Versicherungen auf der Seite des LVU. Dieses legt die Beiträge aller VN zu einem großen Teil in festverzinsliche Wertpapiere an. Dabei werden die Kapitalanlagen nicht einzelvertraglich aufgliedert oder zugeordnet. Da so naturgemäß ein Ausgleich im Kollektiv stattfindet, ist der Erhalt der Summe der eingezahlten Beiträge bei diesen Produkten sicher.

Natürlich hat der Sparer auch hier das Recht, den Vertrag beitragsfrei zu stellen oder zu kündigen und sich den Rückkaufswert, der im Wesentlichen gleich den bis dahin angesammelten Deckungsrückstellungen ist, ausbezahlen zu lassen. Im Fall der Beitragsfreistellung lässt der VN den Vertrag einfach ruhen, was eine Kürzung der später erwarteten Rente nach sich zieht.

Die Rentenversicherungsverträge müssen bei der „Riester-Variante“ dieser Produkte zusätzlich eine Klausel enthalten, die vorschreibt, dass die Auszahlung der Rente nicht vor Vollendung des 60. Lebensjahres des VN beginnt. Außerdem darf dem VN kein Kapitalwahlrecht eingeräumt werden. Bei einer traditionellen Rentenversicherung hat der VN vor Beginn der Rente meistens die Möglichkeit, sich das bis dahin angesparte Kapital als Einmalzahlung ausbezahlen zu lassen. Für die Zertifizierung ist es jedoch notwendig, dass eine Auszahlung nur in Form einer gleich bleibenden oder steigenden monatlichen oder vierteljährlichen Rente oder nach einem Auszahlungsplan, der ebenfalls monatliche oder vierteljährliche Zahlungen bis zum Lebensende vorsieht, erfolgen darf.

Ebenso müssen LVU Änderungen beim Veranschlagen und Offenlegen von Abschluss- und Vertriebskosten vornehmen. Diese müssen über mindestens zehn Jahre verteilt werden. Außerdem muss der VN jährlich detailliert über die Verwendung seiner einge-

zahlten Beiträge, die veranschlagten Kosten und die Wertentwicklung seines Versicherungsguthabens in schriftlicher Form informiert werden.

Ein großer Vorteil für die LVU ist es also, dass es nicht notwendig ist, neue Produkte zu entwerfen, um auf dem neu geschaffenen Markt als Anbieter präsent zu sein. Da der Trend aber zu transparenteren und rendite-orientierten Produkten geht, werden in Deutschland seit den 90er Jahren verstärkt fondsgebundene Produkte verkauft.

Fondsgebundene Rentenversicherungen

Neben den traditionellen bieten LVU auch fondsgebundene Rentenversicherungen an. Grundlegender Unterschied zu den traditionellen Versicherungen stellt das Kapitalanlage- risiko dar. Dieses liegt bei den fondsgebundenen Produkten auf Seiten des VN. In der Praxis bedeutet dies insbesondere, dass der Anbieter dem VN bei einer reinen fondsgebundenen Lebens- oder Rentenversicherung keine Garantie über den Erhalt der eingezahlten Prämien oder gar eine Mindestverzinsung verspricht. Sie sind deshalb in ihrer Reinform nach § 1 AltZertG nicht förderfähig. Dieses Problem lösen viele LVU, indem sie einen Teil des Sparbeitrags des Vertragspartners in eine herkömmliche Rentenversicherung einbezahlen, die bei Beginn der Auszahlungsphase gerade die Summe der eingezahlten Beiträge garantiert und den Rest in eine fondsgebundene Rentenversicherung. Eine andere Möglichkeit ist, dass alle Beiträge in eine traditionelle Rentenversicherung einbezahlt werden und nur die über dem Garantiezins erwirtschafteten Gewinne in Fonds angelegt werden. In beiden Fällen ist die Zusage der nominalen Kapitalerhaltung für den Kunden garantiert.

2.5.2 Banksparpläne

Die Kapitalerhalt-Erfordernis ist bei Banksparplänen aufgrund der inhärenten Garantie erfüllt. Ein Sparbuch mit gewisser Garantieverzinsung, die sich bestimmten Leitzinsen anpasst, ist in Verbindung mit Vertragszusätzen wie jährlich gleich bleibenden Zahlungen und Verrentung des Guthabens bei Beginn der gesetzlichen Rente frühestens ab Alter 60 ein fertiges, förderfähiges Produkt. Der erhöhten Sicherheit stehen im Vergleich zu fondsgebundenen Produkten meistens geringere Renditechancen gegenüber. Deshalb gibt es bei manchen Banksparplänen die Möglichkeit, die anfallenden Zinserträge in zertifizierte Investmentfonds anzulegen. Die Informationspflichten erfüllen Banken durch Kontoauszüge.

2.5.3 Investmentfonds-Sparpläne

Neben Banken und Versicherungen haben auch ein paar Investmentfondsgesellschaften Riester-Produkte auf den Markt gebracht. Die Angebote der Fondsgesellschaften sind herkömmliche Aktien-, Renten- oder gemischte Fonds mit den für die Zertifizierung notwendigen Eigenschaften. Auch hier muss sich also der Sparer dazu verpflichten, laufend freiwillige Beiträge zu leisten. Der Beginn der Auszahlungsphase darf nicht vor Beginn der gesetzlichen Rente oder Alter 60 liegen, und die Auszahlungen müssen dann in Form einer gleich bleibenden oder steigenden monatlichen oder vierteljährlichen Rente erfolgen. Der Vertragspartner muss jährlich über die Kostenstruktur, die Verwendung der Beiträge und die Entwicklung des eingezahlten Kapitals informiert werden.

Außerdem wird dem Vertragspartner das Recht eingeräumt, seinen Altersvorsorgevertrag zu kündigen und sich das angesparte Guthaben ausbezahlen zu lassen oder den Vertrag ruhen zu lassen, ohne dabei die Garantie des Erhalts der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung zu verlieren. Auch Investmentfondsgesellschaften müssen also dem Vertragspartner garantieren, dass zu Beginn der Auszahlungsphase mindestens die Summe der eingezahlten Beiträge zur Verfügung steht, unabhängig davon, ob dieser die Beitragszahlung zu einem beliebigen Zeitpunkt einstellt und den Vertrag ruhen lässt oder nicht. Da bei Riester-Investmentfonds-Sparplänen nach Abzug eines Ausgabeaufschlags und von Verwaltungsgebühren das ganze Geld in einen Fonds fließt, wird der Erhalt der eingezahlten Beiträge nicht wie etwa bei fondsgebundenen Rentenversicherungen durch eine teilweise Anlage in Garantieprodukte abgesichert. Es werden dem Sparer auch keine Risikokosten für eventuelle Absicherungsmaßnahmen in Rechnung gestellt. Genau dies ist der kritische Punkt bei Riester-Investmentfonds-Sparplänen. Deshalb gehen wir im nächsten Kapitel genauer darauf ein.

Kapitel 3

Riester-Investmentfonds-Sparpläne

In diesem Kapitel gehen wir genauer auf Riester-Investmentfonds-Sparpläne ein. In Abschnitt 3.1 erläutern wir zunächst die Merkmale und Eigenschaften dieser Sparpläne. Dabei schildern wir kurz die Problematik der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung.

Abschnitt 3.2 stellt alle Fondssparpläne vor, die momentan auf dem Markt angeboten werden. Neben sieben Fondsgesellschaften bietet außerdem der Finanzdienstleister BHW einen Riester-Investmentfonds-Sparplan an. In diesem Teil betrachten wir insbesondere die Anlagekonzepte und Aktienquoten der verschiedenen Sparpläne, da diese für eine Bewertung des Risikos, das sich aus der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung ergibt, von großer Bedeutung sind.

Der dritte Abschnitt dieses Kapitels beschäftigt sich schließlich mit den Risiken und ihrer aktuellen Deckung. Investmentfonds-Gesellschaften sind verpflichtet, zur Sicherung der ihnen anvertrauten Vermögensgegenstände ausreichende Eigenmittel zur Verfügung zu haben. Deshalb gibt es auch für Riester-Investmentfonds-Sparpläne genaue Eigenkapital-Unterlegungsvorschriften, die in Abschnitt 3.3.1 genauer erläutert werden. Bei einer Kritik der jetzigen Regelungen stellen wir fest, dass es nichtgedeckte Risiken gibt. Ein Lösungsvorschlag zeigt anschließend die Notwendigkeit einer finanzmathematischen Bewertung der nicht gedeckten Risiken auf. Diese werden schließlich in Abschnitt 3.3.4 beschrieben.

3.1 Merkmale und Eigenschaften

Wie in Abschnitt 2.5.3 erwähnt, kann man einen Aktien-, Renten- oder gemischten Fonds in einen Riester-Investmentfonds-Sparplan umwandeln, indem man ihn um die notwendigen formalen Eigenschaften erweitert. Eine dieser Erweiterungen ist die Zusage des Anbieters, dass zu Beginn der Rentenphase mindestens die Summe der eingezahlten Beiträge zur Verfügung steht.

Die Tatsache, dass ein Absinken des Fondsvermögens unter die Summe der eingezahlten Beiträge am Ende der Einzahlungsphase unwahrscheinlich ist, stellt für den Anbieter dabei keine Sicherheit dar. Hierfür gibt es zwei Gründe. Erstens darf die Fondsgesellschaft nicht die Verluste des Fondsvermögens eines Kunden durch hohe Gewinne eines anderen ausgleichen. Ein Ausgleich im Kollektiv, wie er bei traditionellen Versicherungen der Fall ist, kann hier also nicht stattfinden. Zweitens sind die Fondsverläufe der Sparpläne der Kunden der Gesellschaft stark korreliert. Viele investieren in ähnliche oder gleiche Papiere. Ein Absinken des Fondsvermögens eines Vertragspartners unter die Summe der von ihm eingezahlten Beiträge macht dasselbe Ereignis für einen zweiten Vertragspartners, der eventuell gleich alt ist und gleich lange Kunde war, sehr wahrscheinlich. Das beschriebene Risiko mag also mit einer sehr geringen Wahrscheinlichkeit eintreten, kann dann aber im Falle des Eintretens für die Gesellschaft ernste Konsequenzen haben.

Vielleicht ist dies ein Grund, warum es in Deutschland aktuell noch relativ wenige Anbieter von Riester-Investmentfonds-Sparplänen gibt. Im folgenden Abschnitt geben wir einen kurzen Überblick über die aktuell am Markt angebotenen Produkte.

3.2 Die Anbieter und ihre Produkte

3.2.1 Activest Switch Förderplan

Die Mindestlaufzeit für einen Vertrag bei der Hypo-Vereinsbank-Tochter Activest beträgt zehn Jahre. Der Kunde investiert in zwei Fonds, den Anleihenfonds Activest EuroRent Medium und den Aktienfonds Activest TopWelt. Selbst bei den kürzeren Laufzeiten beträgt der anfängliche Anteil des Aktienfonds laut [Bu 02] über 70%. Nur „wenn die Börsenentwicklung es erfordert“ oder spätestens vier Jahre vor Beginn der Rentenphase wird schrittweise und kostenlos vom Aktien- in den Rentenfonds umgeschichtet. Es werden keine Kosten für Sicherungsmaßnahmen irgend einer Art angege-

ben.

3.2.2 ADIG FörderDepot

Auch die Commerzbank-Tochter ADIG lässt die Einzahlungen der Kunden zum Teil in einen Renten- und zum Teil in einen Aktienfonds fließen. Bei den Aktien hat der Kunde die Wahl zwischen dem international orientierten Fondis, dem europäischen Fondiropa und dem Mischfonds Fondra, der in deutsche Aktien und Anleihen investiert. Auch hier sind mit längeren Laufzeiten höhere Aktienquoten erlaubt. So erreicht der Kunde mit 40 Jahren Restlaufzeit einen Aktienanteil von 90% während es bei zehn Jahren Restlaufzeit nur noch 40% sind. Fünf Jahre vor Beginn der Rentenphase beginnt dann eine schrittweise Umschichtung vom Aktien- in einen gemischten Fonds. Wie bei Activest beträgt die Mindestlaufzeit 10 Jahre.

3.2.3 BHW FörderFonds-Sparplan

Der Finanzdienstleister BHW macht hinsichtlich der Anlagestrategie keinen Unterschied zwischen Verträgen mit verschiedenen Restlaufzeiten. Alles fließt in den Mischfonds BHW TriSelect FT, der in Aktien, Rentenpapiere und Immobilien investiert. In Bezug auf die Garantie der nominalen Kapitalerhaltung verlässt man sich dabei offensichtlich auf die Fondsmanager. Diese müssen einen Mittelweg zwischen Sicherheit für die Kunden mit kürzeren Laufzeiten und Renditechancen für die Kunden mit längeren Laufzeiten finden.

3.2.4 Deka-BonusRente

Bei der Deka-BonusRente (Deka-BR) hängt der Anteil von Aktien und Renten im Portfolio des Vertragspartners von der Restlaufzeit ab. Es wurden deshalb von der Gesellschaft der Sparkassen acht Fonds mit unterschiedlichen maximalen Aktienanteilen von 20% bis 100% auferlegt. Während der Deka-BR Aktien 20 nur maximal 20% Aktien enthält und überwiegend in Rentenpapiere (mindestens 60%) und Immobilien investiert, ist der Fonds Deka-BR Aktien 100 ein reiner Aktienfonds. Dazwischen gibt es noch sechs Mischfonds mit Aktienanteilen zwischen 35% und 85%. Nur Kunden im Alter von 35 und jünger haben die Möglichkeit der Investition in den reinen Aktienfonds. Ab Alter 45 beginnt dann eine schrittweise Umschichtung durch die einzelnen Stufen, die im Deka-BR Aktien 20 endet. Ab Alter 55 wird in einer Sicherungsphase

je nach erreichtem Anlageergebnis der Aktienanteil zwischen 0% und 30% gehalten. Die Deka-Gruppe legt also offensichtlich mehr Wert auf die Sicherung der eingezahlten Beiträge, indem sie schon relativ früh von Aktien auf festverzinsliche Wertpapiere umschichtet. Wegen einer Mindestlaufzeit von zehn Jahren und der gesetzlichen Grenze für den Rentenbeginn ist ein Abschluss der Deka-BonusRente nur für Personen möglich, die das 50. Lebensjahr noch nicht vollendet haben.

3.2.5 dit-FONDSVORSORGE

Der Deutsche Investment-Trust bietet insgesamt fünf Riester-Investmentfonds-Sparpläne an. Hohe Aktienquoten sind bei der Tochter der Allianz/Dresdner Bank Gruppe ebenfalls nur für Verträge mit langer Restlaufzeit möglich. Hier ist es allerdings so organisiert, dass die Kunden nach Geburtsjahren auf die fünf Produkte verteilt werden. So hat die jüngste Altersgruppe, die zwischen 1977 und 1996 geboren ist, zu Beginn eine Aktienquote von 100%, die erst ab dem Jahr 2032 schrittweise auf 65% verringert werden soll. Es sind also für bestimmte Gruppen sehr hohe Aktienquoten eventuell bis zum Beginn der Auszahlungsphase möglich. Für die vier anderen Sparpläne dit-Fondsvorsorge 1967-76, dit-Fondsvorsorge 1957-66, dit-Fondsvorsorge 1952-56 und dit-Fondsvorsorge 1947-51 variieren die Aktienquoten zwischen 20% und 80%. Eine Besonderheit bei der dit-Fondsvorsorge ist, dass der Deutsche Investment-Trust zusätzlich zu den Verwaltungskosten ein Fünftel der Rendite über 9% bei jährlicher Abrechnung als Gewinnbeteiligung verlangt.

3.2.6 DWS TopRente

Bei der Tochter der Deutschen Bank gibt es drei verschiedene Riester-Investmentfonds-Sparpläne, die DWS TopRente Dynamik, die DWS TopRente Balance und die DWS TopRente Plus. Während die für junge Kunden zwischen 15 und 39 Jahren konzipierte Dynamik-Variante bis zu 100% in Aktien investiert, liegt der Aktienanteil bei der DWS TopRente Balance zwischen 30% und 60%. Die DWS TopRente Plus investiert ausschließlich in Rentenpapiere und garantiert den Kunden in 2002 und 2003 eine Rendite von 5%. Gegen Ende der Laufzeit wird auch bei den beiden ersten Varianten der Aktienanteil verringert und der Anteil an Rentenpapieren vergrößert. Während der Laufzeit bestimmt die Fondsgesellschaft die Zusammensetzung und Auswahl der Fonds. Hierzu bedient sie sich aus einer Vielzahl eigener Fondsprodukte.

3.2.7 HANSAGeneration-Plan

Die Tochter der Signal-Iduna-Gruppe, Hansa Invest, verfolgt mit ihren Riester-Produkten eine eher konservative Anlagepolitik, die der Risikobegrenzung Vorrang vor der optimalen Ausnutzung der Renditechancen gibt. So wird bereits bei einer Restlaufzeit von noch sechs Jahren das gesamte Kapital in den HANSAaccura, einen hauseigenen Renten-, Geldmarkt- und Immobilienfonds investiert. Für längere Laufzeiten stehen noch drei weitere Dachfonds zu Verfügung. Darunter ist mit knapp 90% Aktienanteil der HANSAdynamic der spekulativste und wird bei Restlaufzeiten über 24 Jahren verwendet. Die Verwaltungskosten setzen sich zusammen aus einem festen Prozentsatz des Depotwertes in üblicher Höhe (hier 0,72% - 1,2%) und Verwaltungsgebühren der Fonds in den Dachfonds, deren Höhe nicht genau bekannt ist. Als einziger Anbieter macht die Hansa Invest Wechselgebühren vom aktuellen Depotwert abhängig. Hier werden 5% des aktuellen Guthabens veranschlagt, maximal jedoch 100€.

3.2.8 UniProfiRente

Das aktienreichste und damit wohl chancenreichste aber auch riskanteste Produkt bietet derzeit die Union Investment, Fondsgesellschaft der Volks- und Raiffeisenbanken an. Man möchte durch möglichst langes Investieren in den internationalen Aktienfonds UniGlobal möglichst hohe Renditen erwirtschaften. Nur in Zeiten stark schwankender Kurse an den Börsen soll in den Euro-Anleihenfonds UniZins umgeschichtet werden. Im Idealfall würde das gesamte Vermögen bis Rentenbeginn zu 100% in Aktien investiert sein. Der Vertragspartner hat jedoch vier Jahre vor Rentenbeginn die Möglichkeit, die Union mit einer schrittweisen Umschichtung in den UniZins zu beauftragen. Der Umschichtungsmechanismus startet also nur auf explizite Anweisung des Kunden. Es ist deshalb sehr wahrscheinlich, dass viele der Riester-Investmentfonds-Sparpläne der Union Investment mit hohen Aktienquoten bis zum Beginn der Auszahlungsphase ausgestattet sind.

Die Tabellen 3.1 und 3.2 geben einen Überblick über die Aktienanteile der Riester-Investmentfonds-Sparpläne der verschiedenen Gesellschaften aufgegliedert nach unterschiedlichen Restlaufzeiten.¹

¹Alle Aktienquoten in der Tabelle sind entweder den Verkaufsprospekten der Anbieter oder [Bu 02] entnommen. Es handelt sich dabei um Obergrenzen oder Richtwerte, nicht um festgesetzte oder garantierte Werte.

Fondsgesellschaft	Restlaufzeit					
	40 Jahre	30 Jahre	20 Jahre	10 Jahre	5 Jahre	2 Jahre
Activest	90-95%	90-95%	90-95%	70%	60%	20%
ADIG	90%	90%	90%	90%	60%	30%
BHW	40%	40%	40%	40%	40%	40%
Deka	100%	100%	100%	50-75%	30%	0-30%
DIT	100%	100%	100%	100%	90%	70%
DWS	100%	100%	100%	100%	80%	40%
Hansa-Invest	80%	80%	50%	20%	0%	0%
Union Investment	100%	100%	100%	100%	100%	50%

Tabelle 3.1: Aktienanteil verschiedener Riester-Investmentfonds-Sparpläne für Verträge mit langen Laufzeiten

Fondsgesellschaft	Restlaufzeit					
	10 Jahre	5 Jahre	4 Jahre	3 Jahre	2 Jahre	1 Jahre
Activest	70%	60%	40%	30%	15%	0%
ADIG	40%	30%	30%	15%	15%	0%
BHW	40%	40%	40%	40%	40%	40%
Deka	50%	30%	0-30%	0-30%	0-30%	0-30%
DIT	50%	50%	50%	50%	50%	50%
DWS	60%	50%	40%	30%	20%	10%
Hansa-Invest	20%	0%	0%	0%	0%	0%
Union Investment	100%	100%	100%	80%	50%	20%

Tabelle 3.2: Aktienanteil verschiedener Riester-Investmentfonds-Sparpläne für Verträge mit kurzen Laufzeiten

Fondsgesellschaft	Ausgabeaufschlag	Depotgebühr	Verwaltungsgebühr	Wechselkosten
Activest	3%-5%	15 €	0,5%-1,2%	keine
ADIG	5%	10 €	0,9%	50 €
BHW	5%	15,50 €	1%	50 €
Deka	3,5%	10 €	0,7%-1,0%	50 €
DIT	2%-5%	13,92 €	1,0%-1,25% ^a	25 €
DWS	0%-4,4%	15 €	0,75%-1,0%	50 €
Hansa-Invest	2,5%-5%	keine	0,72%-1,2% ^b	5% ^c
Union Investment	3%-5%	9,86 €	0,6%-1,0%	50 €

^aHinzu kommt eine Gewinnbeteiligung von einem Fünftel der Rendite oberhalb von 9% bei jährlicher Abrechnung

^bHinzu kommen Verwaltungsgebühren der Fonds in den Dachfonds, denen die Dachfonds-Vergütung gegengerechnet wird.

^c5% des Depotwerts, maximal 100 €.

Tabelle 3.3: Kostenstruktur der Fondsanbieter

Tabelle 3.3 vergleicht die angebotenen Produkte hinsichtlich ihrer Kostenstruktur. Verglichen werden dabei Ausgabeaufschläge, Depotgebühren, Verwaltungsgebühren und Wechselkosten, die anfallen, falls ein bestehender Vertrag gekündigt und das Guthaben auf einen Altersvorsorgevertrag eines anderen Anbieters übertragen wird.

Zusammenfassend ist anzumerken, dass die meisten Anbieter dem Risiko eines Absinkens des Fondsvermögens unter die Summe der eingezahlten Beiträge dadurch Rechnung tragen, dass sie gegen Ende der Laufzeit zunehmend von Aktien in Rentenpapiere umschichten. Ob diese Maßnahmen ausreichend sind, um die Garantie der nominalen Kapitalerhaltung abzusichern, wird im weiteren Verlauf dieser Arbeit analysiert. Problematisch ist, dass auch Portfolios mit geringeren Aktienanteilen den Unsicherheiten und Schwankungen des Marktes unterliegen. Ferner kann ein starres Umschichten gegen Ende der Laufzeit auch zu einer Absicherung von Verlusten führen.

3.3 Die Garantien und ihre aktuelle Deckung

Wie schon in den vorhergehenden Kapiteln beschrieben, müssen auch Investmentfondsgesellschaften eine nominale Werterhaltung der Summe der eingezahlten Beiträge zu-

sagen, um ihre Produkte Riester-tauglich zu machen. In § 10 Abs. 1 Satz 1 KWG heißt es, die „Institute müssen im Interesse der Erfüllung ihrer Verpflichtungen gegenüber ihren Gläubigern, insbesondere zur Sicherheit der ihnen anvertrauten Vermögenswerte, angemessene Eigenmittel haben.“ Was angemessene Eigenmittel in diesem Fall sind, konkretisiert das BAKred in seinem Rundschreiben 12/2001 vom 12. Dezember 2001.

3.3.1 Die aktuelle Eigenkapitalunterlegungsvorschrift

Das Rundschreiben über die „Bankaufsichtliche Berücksichtigung der Leistungszulagen nach § 1 Abs. 1 Satz 1 Nr. 3 des Gesetzes über die Zertifizierung von Altersvorsorgeverträgen (Altersvorsorgeverträge-Zertifizierungsgesetz - AltZertG)“ macht eine Eigenkapitalunterlegung von bestimmten Voraussetzungen abhängig. Zu Beginn des Altersvorsorgevertrages ist es von Seiten der Fondsgesellschaft nicht notwendig, gewisse Sicherungsmaßnahmen durchzuführen, es ist also keine Ex-ante-Eigenkapitalunterlegung notwendig.

Seien

- M der Marktwert des Anlageportfolios eines Kunden,
- B die Summe der eingezahlten Beiträge, also das unter Zusage stehende Kapital,
- RLZ die Restlaufzeit in Monaten,
- r der monatliche, risikolose Zinssatz - dieser ist entsprechend der Restlaufzeit der Zinsstrukturkurve für Regierungsanleihen zu entnehmen - und
- σ die 1-Monats-Standardabweichung der Wertänderungen des Anlageprodukts.

Gilt zu irgend einem Zeitpunkt, dass

$$\frac{M}{e^{2,33\sigma}} \leq \frac{B}{(1+r)^{RLZ-1}}, \quad (3.1)$$

dann müssen mindestens 8% der bis dahin gezahlten Beiträge mit Eigenkapital unterlegt werden. Es handelt sich hier also um eine so genannte Ex-post-Unterlegung.

Auf den ersten Blick erscheint Bedingung (3.1) sehr willkürlich. Hierzu eine kurze Interpretation:² Unterstellt man dem Underlying des Fonds eine Geometrisch Brownsche

²Vergleiche die Erläuterungen des BAKred vom 21.1.2002 zum Rundschreiben 12/2001.

Bewegung mit Drift $\mu = 0$ und Monats-Volatilität σ und wählt man als Zeitintervall einen Monat, so gilt

$$M_{t+1} = M_t \cdot e^X \quad \text{mit} \quad X \sim N(0, \sigma). \quad (3.2)$$

Sei nun zum Zeitpunkt t die Bedingung (3.1) mit maximal möglichem M_t erfüllt, es gilt also $\frac{M_t}{e^{2,33\sigma}} = \frac{B}{(1+r)^{RLZ-1}}$. Dann ist

$$\begin{aligned} P\left(M_{t+1} \leq \frac{B}{(1+r)^{RLZ-1}}\right) &= P\left(\frac{M_{t+1}(1+r)^{RLZ-1}}{B \cdot e^{2,33\sigma}} \leq e^{-2,33\sigma}\right) \\ &= P\left(\log\left(\frac{M_{t+1}}{M_t}\right) \leq -2,33\sigma\right) \\ &= P\left(\frac{X}{\sigma} \leq -2,33\right) \\ &= 0,01, \end{aligned} \quad (3.3)$$

da $-2,33$ das 1%-Quantil der Standardnormalverteilung ist.

Eine Eigenkapitalunterlegung ist also vorgeschrieben, sobald die Wahrscheinlichkeit für ein Absinken des angesparten Altersvorsorgevermögens im nächsten Monat unter den Barwert der Summe der bis dahin eingezahlten Beiträge größer oder gleich einem Prozent ist.

Die dahinterstehende Überlegung ist laut einer Pressemitteilung des Bundesverbands Deutscher Investment- und Vermögensverwaltungs-Gesellschaften e.V. (BVI) vom 7. Dezember 2001, „dass die Zusage so lange erfüllt ist, solange durch eine Investition des aktuellen Marktwerts des Depots in risikolose Anleihen die Auszahlung der Beiträge zu Beginn der Auszahlungsphase sichergestellt werden kann“. Mit dieser Regelung sei es „de facto ausgeschlossen, dass Kapitalanlagegesellschaften zu diesem Zeitpunkt ihre Zusagen nicht einhalten können“. Dies gelte auch für Extremsituationen an den Kapitalmärkten. Weiter heißt es in einer Pressemitteilung des BVI vom 8. Juni 2002: „Durch die zwischen BVI und Aufsichtsbehörde gefundene Regelung sei es gelungen, fondsbasierte Riester-Produkte ohne Garantiekosten anzubieten.“

3.3.2 Probleme und Kritik der jetzigen Regelungen

Nach [Gr/Ni/Sc 02] ist die in Abschnitt 3.3.1 beschriebene Eigenkapitalunterlegungsvorschrift keine ausreichende Absicherung für die versprochenen Leistungen. Hierfür gibt es eine Reihe von Gründen, auf die wir nun in Orientierung an [Gr/Ni/Sc 02] näher eingehen.

Das BAKred schreibt in seinem Rundschreiben 12/2001 vom 12. Dezember 2001 zwar vor, dass bei Absinken des Fondswertes unter einen vorgegebenen Schwellenwert Eigenkapital in Höhe von 8% der bis dahin eingezahlten Beiträge bereitzustellen ist, macht aber keine Vorschriften darüber, wie dieses Kapital anzulegen ist. Wenn dieses einzuschießende Eigenkapital als Absicherung gegen Kursverluste dienen soll, dann muss es auch dementsprechend angelegt werden. Das heißt, das BAKred müsste dann zumindest vorschreiben, dass dieses Kapital nicht in volatile Papiere wie Aktien oder Aktienfonds angelegt werden darf. Sinnvoll wäre hier wohl eine Anlage in Staatsanleihen oder eventuell in eine Put-Option auf das Underlying des Altesvorsorgevertrags. Diese ist eine Wette auf das Fallen des Underlying und damit des Fondswerts und hat eine hohen Payoff genau dann, wenn der Wert des Underlying bei Ablauf der Option niedrig ist. Es ist allerdings kein perfekter Hedge des Payoffs dieser Option möglich, da ihr Wert pfadabhängig ist. Außerdem sind auf dem Markt nur selten Optionen auf Fonds zu finden.

Zweitens schreibt das BAKred vor, die Summe der eingezahlten Beiträge mit 8% Eigenkapital zu unterlegen, unabhängig davon, wie weit die Grenze aus (3.1) unterschritten wird. Dieser Prozentsatz müsste mit fallendem Verhältnis aus Fondsvermögen und Summe der eingezahlten Beiträge steigen. Es ist also fraglich, ob diese Eigenkapitalunterlegung immer ausreicht.

Ein dritter Kritikpunkt ist die Verwendung der konstanten Parameter in der BAKred-Formel (3.1). Während die Vorschrift für den zu verwendenden Zins r noch relativ klar und unmissverständlich ist, lässt die Wahl der zu verwendenden Volatilität σ den Fondsgesellschaften einiges an Spielraum. Hier heißt es in dem BAKred-Rundschreiben: „Die 1-Monats-Standardabweichung σ ist auf der Basis einer Zeitreihe der Wertänderungen des Anlageprodukts von mindestens zwei und nicht mehr als fünf Jahren zu ermitteln.“ Die Investmentfonds-Gesellschaft kann sich also eine beliebige Zeitreihe aussuchen, die eben genannte Voraussetzungen erfüllt. Sinnvoller wäre es doch, σ auf der Basis mehrerer Zeitreihen fest vorgeschriebener Länge zu ermitteln und für jedes dieser σ die Ungleichung (3.1) zu überprüfen. Außerdem ist das BAKred in seiner Ungleichung nicht ganz konsequent bei der Einschätzung der erwarteten Rendite des Underlying. Während es als Sicherheitspolster zur Ermittlung des 1%-Quantils der als lognormal-verteilt angenommenen Zufallsgröße $\frac{M_{t+1}}{M_t}$ von einer erwarteten Rendite von $\mu = 0$ ausgeht, unterstellt es dem Fondsverlauf auf der rechten Seite der Ungleichung ein Wachsen gemäß dem risikolosen Zins r . Bei vollkommener Investition in die risikolose Anlage sind aber noch Verwaltungs- und Umschichtungskosten abzuziehen. r

müsste also um einen gewissen Kosten-Abschlagsfaktor gekürzt werden.

Ebenfalls Anlass zur Kritik gibt die Tatsache, dass dem Vertragspartner keine Garantiekosten berechnet werden. Grundsätzlich stellt der Wert der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung genau die Kosten für jede Risikomanagementmaßnahme dar, die dazu dient dieses Versprechen einzuhalten. Es müssten also, unabhängig davon, auf welche Art das Risiko gedeckt wird, Garantiekosten von der Fondsgesellschaft angesetzt und diese in transparenter Weise dem Kunden mitgeteilt werden. In der Pressemitteilung des BVI vom 8. Juni 2002 wird aber unmissverständlich klar, dass die Investmentfonds-Gesellschaften Riester-Produkte ohne Garantiekosten anbieten.

Ein weiterer Punkt ist, dass es sich bei der aktuellen Deckung durch Reservieren von Eigenkapital um eine Ex-post-Unterlegung und nicht um eine Ex-ante-Unterlegung handelt. Man hofft also dann auf Eigenkapitalgeber, wenn das aktuelle Fondsvermögen zum ersten Mal diese Schranke aus Ungleichung (3.1) unterschreitet. Da aber zu Beginn des Altersvorsorgevertrags keine Garantiekosten zur Absicherung veranschlagt wurden, stehen jetzt auch keine Mittel zur Verfügung, die potenziellen Eigenkapitalgebern eine risikoadäquate Rendite auf ihre Einlage bieten können. Es werden sich also im Falle eines Falles auch keine Eigenkapitalgeber finden. Ein Beispiel aus [Gr/Ni/Sc 02] verdeutlicht diesen Effekt. Hier wird unter anderem ein Altersvorsorgevertrag mit 10 Jahren Laufzeit und monatlicher Zahlung von 350 € betrachtet. Das Underlying des Investmentfonds-Sparplans besitze eine Volatilität von 20%, und der risikolose jährliche Zins sei 5%. Der Wert der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung für diesen Vertrag zum Abschlusszeitpunkt beträgt nach [Gr/Ni/Sc 02] 1.580,67 €. Sei nun das Fondsvermögen zu Beginn des fünften Jahres $M_4 = 19.101$ € und damit die Bedingung (3.1) zum ersten Mal erfüllt. Dann ist der Wert der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung zu diesem Zeitpunkt laut [Gr/Ni/Sc 02] gleich 2801,66 €, also deutlich über dem aufgezinsten Verkaufsoptionspreis zum Abschlusszeitpunkt. Sucht man jetzt nach einer dritten Partei, die die Garantie der nominalen Kapitalerhaltung für diesen Altersvorsorgevertrag übernimmt, müsste man ihr genau diesen Preis dafür bezahlen. Umsonst wird niemand ein solches Versprechen abgeben.

Erschwerend kommt hinzu, dass deutsche Investmentgesellschaften meistens über eine relativ geringe Eigenkapitalbasis verfügen. Nach § 2 Abs. 2 des Gesetzes über Kapitalanlagegesellschaften (KAGG) müssen sie ein eingezahltes Nennkapital von mindestens 2,5 Millionen € haben, was im Verhältnis zum Anlagevolumen vieler Gesellschaften sehr gering ist. Außerdem müssen die Gesellschaften nach § 1 Abs. 3 KAGG die Rechtsform einer Aktiengesellschaft (AG) oder Gesellschaft mit beschränkter Haftung (GmbH) auf-

weisen. Sie sind also alle Kapitalgesellschaften, was zur Folge hat, dass ihre Eigentümer nur in Höhe ihrer Einlage haften und damit nicht nachschusspflichtig sind. Somit gibt es weder extern noch intern ausreichende Hoffnungen auf Eigenkapitalgeber. Man könnte den Einwand anführen, dass in solchen Fällen die Muttergesellschaften schon alleine aus Imagegründen Eigenkapital bereitstellen würden, doch erstens muss nicht jede Investment-Gesellschaft einen Finanzdienstleister oder ein ähnliches Unternehmen als Mutter haben, und selbst wenn dies bei Vertragsabschluss der Fall ist, dann muss es nicht für die gesamte Laufzeit eines Altersvorsorgevertrags gelten. Zweitens belastet eine potentielle Eigenkapitalbereitstellung auch die erwarteten Cashflows des Mutterunternehmens, worüber sich auch deren Eigentümer im Klaren sein werden.

Ein häufiges Argument der Fondsgesellschaften ist, dass sie dann, wenn der Markt es erfordert, von Aktien in Rentenpapiere umschichten und es so schaffen, die Volatilität des Portfolios niedrig zu halten. Damit könne das Risiko eliminiert oder zumindest reduziert werden. Das Problem bei diesem Vorgehen ist aber, dass in Zeiten volatiler Märkte die tatsächliche Volatilität größer als die gemessene, historische Volatilität ist. Dies hat zur Folge, dass man ein Ansteigen der Volatilität des Portfolios zu spät merkt und damit nicht mehr in der Lage ist, rechtzeitig umzuschichten. Absicherungsmechanismen dieser Art sind nicht praktikierbar.

Ein weiterer Einwand mag sein, dass die Gesellschaften in der Lage sind, die Zusage der nominalen Kapitalerhaltung durch aktives Fondsmanagement und damit verbundener Portfolio-Insurance zu sichern. Diese von [Le 80] und [Ru/Le 81] entwickelte Technik schafft es theoretisch durch zeitstetige Umschichtung zwischen riskanter und sicherer Anlage, dass das Fondsvermögen nie unter die Summe der gezahlten Beiträge fällt. Diese Strategie scheitert aber unter stochastischer Volatilität³, Kurssprüngen⁴ und Modellunsicherheit⁵. Strategien dieser Art sind also nur im Zusammenhang mit externen Geldgebern sinnvoll, die das verbleibende Restrisiko abdecken. Dafür fallen wiederum Risikokosten an.

Zusammenfassend lässt sich anmerken, dass die Investmentbranche zwar damit wirbt, Riester-Investmentfonds-Sparpläne ohne Garantiekosten anbieten zu können, es aber verschweigt oder sich darüber nicht im Klaren ist, dass damit auch die Garantien oder zumindest Teile davon auf der Strecke bleiben.

³Siehe [Hu/Wh 87] und [Jo/Sh 87].

⁴Siehe [Me 76].

⁵Siehe [Ni 02].

3.3.3 Lösungsvorschlag

Um die Garantie der nominalen Kapitalerhaltung sinnvoll absichern zu können, ist es notwendig, den Wert dieser Zusage für einen Riemer-Investmentfonds-Sparplan zu bestimmen und diesen dem Vertragspartner als Garantiekosten in Rechnung zu stellen. Dies könnte zum Beispiel in Form eines Prozentsatzes des monatlichen Beitrags erfolgen. Dann hätte die Investmentfonds-Gesellschaft zum Abschlusszeitpunkt die Möglichkeit, eine Garantieübernahme-Vereinbarung mit einer dritten Partei guter Bonität abzuschließen und ihr dafür die in Rechnung gestellten Garantiekosten zu überlassen. Damit Vereinbarungen dieser Art nicht dem laufenden Kostenwettbewerb unter den Fondsgesellschaften zum Opfer fallen, ist es aus unserer Sicht sogar notwendig, dass sie gesetzlich vorgeschrieben werden. § 1 Abs. 1 AltZertG müsste bei reinen Fondsprodukten eine Garantievereinbarung zwischen dem Anbieter des Altersvorsorgevertrags und einer dritten Partei guter Bonität vorschreiben. Die Zertifizierungsbehörde sollte bei Abschluss eines Altersvorsorgevertrags das Vorhandensein einer solchen Vereinbarung und die Bonität dieser dritten Partei überprüfen.

3.3.4 Die nicht gedeckten Risiken

Selbst wenn es Garantievereinbarungen dieser Art nicht gibt, weil sie per Gesetz nicht vorgeschrieben sind, ist es für die Fondsgesellschaften notwendig, die Zusagen durch gewisse Risikomanagement-Maßnahmen abzusichern. Theoretisch ist der Wert der gegebenen Garantie gleich den Kosten aller Maßnahmen, die dazu dienen, die Garantie einzuhalten. Deshalb ist es notwendig, den Wert der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung zu bestimmen.

Nach § 1 Abs. 1 Satz 10 AltZertG hat ein Sparer zu jedem Zeitpunkt das Recht, seine Zahlungen einzustellen und damit seinen Vertrag ruhen zu lassen, ohne dabei das Garantieversprechen der Investmentfondsgesellschaft zu verlieren. Die Zusage der nominalen Kapitalerhaltung ist also unabhängig vom Verhalten des Kunden zu gewährleisten und birgt somit zwei Risiken für die Fondsgesellschaften, nämlich

- (a) das Risiko, dass das Fondsvermögen eines Vertragspartners, der bis zum Beginn der Rentenphase einzahlt, zu diesem Zeitpunkt geringer ist als die Summe der eingezahlten Beiträge und
- (b) das Risiko, dass der Kunde genau dann seine Zahlungen einstellt, wenn es für die Gesellschaft am ungünstigsten ist. Dies kann entweder zufällig passieren oder

weil sich der Kunde nach einer Strategie verhält, die den Wert der Garantie der nominalen Kapitalerhaltung maximiert. Es gibt also die Möglichkeit einer aktiven Spekulation für den Kunden.

Das erstgenannte Risiko wurde in [Gr/Ni/Sc 02] bewertet. Allerdings wurde dort die Volatilität des Underlying des Riester-Investmentfonds-Sparplans als über die gesamte Laufzeit konstant angenommen.

Wie man in Abschnitt 3.2 sieht, versuchen die meisten Anbieter von Investmentfonds-Sparplänen gegen Ende der Laufzeit das Risiko durch schrittweises Umschichten in Rentenpapiere zu verringern. Diese Umschichtung bewirkt dann eine Verkleinerung der Volatilität gegen Ende der Ansparphase. Deshalb berechnen wir im anschließenden Kapitel den Wert der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung auch für zeitabhängige aber deterministische Volatilitätskurven. Diese Zusage ist nichts anderes als eine Wette auf ein Fallen des Fondsvermögens. Da aber zu festen Zeitpunkten neue Beiträge fester Höhe zum Fondsvermögen hinzukommen, ist der Wert des Fonds zu Beginn der Auszahlungsphase und damit auch der Wert der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung pfadabhängig. Es handelt sich also um eine pfadabhängige Put-Option europäischer Art. Aufgrund der Abhängigkeit des Payoffs dieser Option am Ende des Sparvorgangs T von der Vergangenheit des Underlying, kann ihr Preis nicht durch eine geschlossene Formel berechnet werden. Es müssen dafür also numerische Methoden wie Monte-Carlo-Simulation angewandt werden.

Das zweite Risiko, nämlich die Möglichkeit einer aktiven Spekulation des Kunden, wurde bisher noch nicht genauer betrachtet und stellt deshalb den Kernteil dieser Arbeit dar. Der Vertragspartner kann sich jeden Monat entscheiden, ob er weiterhin den Beitrag in seinen Riester-Investmentfonds-Sparplan einbezahlt oder ob er seine Zahlungen einstellt. Er hat also zu festen Zeitpunkten die Option, den Altersvorsorgevertrag beitragsfrei zu stellen. Eine Option dieser Art mit der Möglichkeit einer Ausübung zu den Zeitpunkten $t = 1, \dots, T - 1$ nennt man Bermuda-Option.

Nach [Do 00] ist eine Bewertung von Bermuda-Optionen durch Monte-Carlo-Methoden eigentlich nicht möglich, da es für eine Entscheidung, ob ausgeübt werden soll oder nicht, notwendig ist, den Wert der Option zu den möglichen Ausübungszeitpunkten in der Zukunft zu kennen. Diese Information ist nicht vorhanden. Deshalb liegt das eigentliche Problem bei der Bestimmung des Preises einer Bermuda-Option durch Monte-Carlo-Simulation in der Bestimmung einer optimalen Ausübungs-Strategie. Als optimal werden wir eine Strategie dann bezeichnen, wenn der Wert der Option zum Zeitpunkt

0 bei Verhalten nach dieser Strategie größer oder gleich ist als bei Verhalten nach irgend einer anderen akzeptablen Strategie. Eine Strategie ist nur dann akzeptabel, wenn sie für eine Entscheidung zur Zeit t nur Größen verwendet, die zu diesem Zeitpunkt auch bekannt sind, das heißt der Ausübungszeitpunkt ist eine Stoppzeit. Eine Optimierung der Form „wähle den Zeitpunkt der Beitragsfreistellung unter allen möglichen Ausübungszeitpunkten so, dass der Wert der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung maximal ist“, ist also nicht akzeptabel. Ganz nutzlos ist sie aber aus den folgenden zwei Gründen nicht. Erstens kann so eine obere Schranke für den Wert der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung mit Beitragsfreistellungsoption gefunden werden, da der Preis, der dadurch bestimmt wird, zu hoch ist. Zweitens modelliert diese nicht praktikierbare Strategie ein worst-case-Szenario, nämlich einen Kunden, der in Bezug auf den Zeitpunkt einer Beitragsfreistellung nicht finanzrational sondern zufällig, zum Beispiel nach seiner persönlichen Einkommenslage und Vermögenssituation, handelt und zufällig zum für die Fondsgesellschaft ungünstigsten Zeitpunkt beitragsfrei stellt.

Kapitel 4

Finanzmathematische Bewertung der nicht gedeckten Risiken

In diesem Kapitel werden nun die in Abschnitt 3.3.4 beschriebenen, nicht gedeckten Risiken finanzmathematisch bewertet. Dazu modellieren wir zuerst Riester-Investmentfonds-Sparpläne. In Abschnitt 4.2 wird anschließend das für alle Berechnungen verwendete Modell dargestellt. Wir gehen dabei von einer Geometrisch Brownschen Bewegung für die Aktien- bzw. Fondskurse aus und betrachten den risikolosen Zins als deterministisch.

Die Abschnitte 4.3 und 4.4 stellen das theoretische Grundgerüst zur Bestimmung des Wertes der nominalen Kapitalerhaltung ohne und mit Beitragsfreistellungsoption dar. Berücksichtigt man die Möglichkeit einer Beitragsfreistellung, so ist der Wert der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung untrennbar von der Entscheidung des Sparers, wann er den Vertrag beitragsfrei stellt. In den ersten beiden Teilen von Abschnitt 4.4 betrachten wir vorerst nur einen Altersvorsorgevertrag, der eventuell vom Kunden beitragsfrei gestellt wird. Während wir in 4.4.1 eine Obergrenze für den Wert der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung bestimmen, liefert 4.4.2 einen Weg, eine für den Kunden optimale Strategie und damit den tatsächlichen Wert dieser Zusage zu approximieren. Die Abschnitte 4.4.3 und 4.4.4 wiederholen dieses Vorgehen unter Berücksichtigung der Tatsache, dass der Sparer bei Beitragsfreistellung eines Vertrages die Möglichkeit hat, sofort einen zweiten Vertrag im selben Unternehmen zu beginnen. In Abschnitt 4.4.5 betrachten wir dann die theoretische Möglichkeit eines Sparers, jedes Jahr einen neuen Riester-Investmentfonds-Sparplan zu beginnen und die alten ruhen zu lassen.

Zur Bestimmung des Wertes der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung verwenden wir Monte-Carlo-Simulationen auf jährlicher Basis. In der Praxis erfolgen Beitragszahlungen bei Riester-Produkten per Gesetz zwar auf monatlicher oder vierteljährlicher Basis, doch aus rechenzeittechnischen Gründen war es nicht möglich, alle Berechnungen auf dieser Basis durchzuführen. Erstens hängt der Rechenaufwand unserer Simulationsprogramme quadratisch von der Anzahl der Perioden ab. Ein Umstieg von jährlicher auf monatliche Berechnungsweise würde also einen 144-fachen Rechenaufwand mit sich bringen. Zweitens sind wir bestrebt, die Anzahl der simulierten Pfade der Riester-Investmentfonds-Sparpläne möglichst hoch zu halten, um die Erwartungswerte möglichst gut anzunähern. Besonders die Approximationen der optimalen Strategien aus den Abschnitten 4.4.2 und 4.4.4 sind sehr rechenintensiv und lassen deshalb die Simulation von 50.000 Pfaden für Verträge mit langen Laufzeiten auf monatlicher Basis nicht in akzeptabler Zeit zu. Wir haben zu Testzwecken mehrere unserer Optionspreise auch auf monatlicher Basis berechnet und festgestellt, dass die Unterschiede, die sich daraus ergeben, sehr gering sind.

4.1 Riester-Investmentfonds-Sparpläne

Für unsere Berechnungen gehen wir davon aus, dass alle Beiträge, die ein Sparer in einen Riester-Investmentfonds-Sparplan einbezahlt, in einen gemischten Fonds aus Aktien und festverzinslichen Wertpapieren angelegt werden. Sein Kurs zur Zeit t wird mit S_t bezeichnet, zu Beginn eines Vertrages sei $S_0 = 1$. Im Folgenden werden wir diesen Fonds als Underlying bezeichnen.

Schließt ein Sparer zum Zeitpunkt $t = 0$ einen Investmentfonds-basierten Vertrag ab und zahlt jährlich vorschüssig den Beitrag P , so ist das Fondsvermögen V_t^- nach t Jahren unmittelbar vor Einbezahlung der $(t + 1)$ -ten Prämie gegeben durch

$$V_t^- = \sum_{\nu=0}^{t-1} P \frac{S_t}{S_\nu} . \quad (4.1)$$

Zu Beginn der Auszahlungsphase nach T Jahren hat der Kunde T Jahresprämien (zu den Zeitpunkten $0, \dots, T - 1$) einbezahlt. Das Fondsguthaben zu diesem Zeitpunkt ist dann

$$V_T = V_T^- = \sum_{\nu=0}^{T-1} P \frac{S_T}{S_\nu} . \quad (4.2)$$

4.2 Das Modell

Wir legen allen Berechnungen das folgende Modell zu Grunde:

- Ein endlicher Zeithorizont von T Jahren ist gegeben.
- Der Markt ist vollständig, stetig und friktionslos. Das bedeutet insbesondere, dass keine Transaktionskosten anfallen.
- Der Kurs des Underlying folgt einer Geometrisch Brownschen Bewegung

$$\frac{dS_t}{S_t} = \mu(t) dt + \sigma(t) dW_t, \quad (4.3)$$

wobei W_t einen Wiener Prozess auf einem mit einer Filtration¹ $F = \{\mathcal{F}_t\}$ versehenen Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \Sigma, \mathcal{P})$ bezeichnet und an F adaptiert ist. Sowohl Drift $\mu(t)$ als auch Volatilität $\sigma(t)$ sind deterministisch, können aber zeitabhängig sein.

Bei gegebenem Startwert $S_0 > 0$ ist nach [Ka/Sh 88] die Lösung der stochastischen Differentialgleichung (4.3) gegeben durch

$$S_t = S_0 e^{\int_0^t \mu(s) - \frac{\sigma^2(s)}{2} ds + \int_0^t \sigma(s) dW_s}. \quad (4.4)$$

Nach (4.4) lässt sich S_t aus S_{t-1} wie folgt berechnen:

$$S_t = S_{t-1} e^{\int_{t-1}^t \mu(s) - \frac{\sigma^2(s)}{2} ds + \int_{t-1}^t \sigma(s) dW_s} \quad (4.5)$$

- Es existiert die Möglichkeit einer risikolosen Anlage in einen Bond

$$B_t = e^{\int_0^t r(t) dt}, \quad (4.6)$$

wobei der short-rate Prozess $r(t)$ deterministisch ist.

Nach dem Satz von Radon-Nikodym existiert ein Wahrscheinlichkeitsmaß Q , sodass der diskontierte Preisprozess $S_t^* = \frac{S_t}{B_t}$ ein Martingal unter Q ist.² Dieses Wahrscheinlichkeitsmaß ist definiert durch

$$\frac{dQ}{dP} = e^{\int_0^T \frac{\mu(t) - r(t)}{\sigma(t)} dW_t - \frac{1}{2} \int_0^T \left(\frac{\mu(t) - r(t)}{\sigma(t)} \right)^2 dt}. \quad (4.7)$$

¹Nach [Ru 98] erfülle die Filtration die so genannten üblichen Bedingungen, ist also rechtsseitig stetig und bereits \mathcal{F}_0 enthält alle \mathcal{P} -Nullmengen. Dies lässt insbesondere den Fall zu, dass F die (um \mathcal{P} -Nullmengen ergänzte) von W_t generierte natürliche Filtration ist.

²Vergleiche zum Beispiel [Ba 91].

Der Preis einer Option³ ist nach [Ha/Kr 79] und [Ha/Pl 81] gegeben durch

$$O_t = E_Q \left[\frac{O_T B_t}{B_T} \middle| \mathcal{F}_t \right] = E_Q \left[e^{-\int_t^T r(s) ds} O_T \middle| \mathcal{F}_t \right], \quad 0 \leq t \leq T. \quad (4.8)$$

Durch den Maßwechsel wird der Driftterm $\mu(t)$ in 4.3, 4.4 und 4.5 durch $r(t)$ ersetzt und es entsteht ein neuer, so genannter risikoneutraler Prozess, der von nun an mit S_t bezeichnet wird. Es gilt

$$S_t = S_0 e^{\int_0^t r(s) - \frac{\sigma^2(s)}{2} ds + \int_0^t \sigma(s) dW_s} \quad (4.9)$$

und

$$S_t = S_{t-1} e^{\int_{t-1}^t r(s) - \frac{\sigma^2(s)}{2} ds + \int_{t-1}^t \sigma(s) dW_s}. \quad (4.10)$$

Gleichung (4.8) macht in manchen Fällen eine explizite Berechnung von Optionspreisen möglich. Sind explizite Berechnungen nicht möglich, muss man auf numerische Methoden zurückgreifen. Dabei gehen wir im Rahmen dieser Arbeit wie folgt vor:

- Da wir unsere Berechnungen auf jährlicher Basis durchführen, genügt es, den deterministischen short-rate-Prozess $r(t)$ durch die forward-rates $f_{0,1}, \dots, f_{0,T}$ anzugeben. Bei stetiger Verzinsung gilt wegen $e^{t_1 f_{0,t_1}} \cdot e^{(t_2-t_1) f_{t_1,t_2}} = e^{t_2 f_{0,t_2}}$

$$f_{t_1,t_2} = \frac{t_2 f_{0,t_2} - t_1 f_{0,t_1}}{t_2 - t_1} \quad (4.11)$$

für $t_1, t_2 \in \{0, \dots, T\}$ und damit

$$\int_{t_1}^{t_2} r(t) dt = (t_2 - t_1) f_{t_1,t_2} = t_2 f_{0,t_2} - t_1 f_{0,t_1}. \quad (4.12)$$

- Die Volatilität wird ebenfalls über das Jahr konstant⁴ angenommen und jährlich angegeben, sodass für $t \in \{1, \dots, T\}$

$$\int_{t-1}^t \sigma(s) ds = \sigma(t) \quad , \quad \int_{t-1}^t \frac{\sigma^2(s)}{2} ds = \frac{\sigma^2(t)}{2} \quad (4.13)$$

und

$$\int_{t-1}^t \sigma(s) dW_s = \sigma(t) (W_t - W_{t-1}) \stackrel{d}{=} \sigma(t) \epsilon \quad \text{mit } \epsilon \sim N(0, 1). \quad (4.14)$$

³Eine Option ist eine \mathcal{F}_T -messbare, bezüglich Q quadratisch integrierbare Zufallsvariable.

⁴Es gilt also $\sigma(s) = \sigma(t) \forall t-1 < s \leq t$.

- Aus (4.10), (4.12), (4.13) und (4.14) folgt dann $\forall t = 1, \dots, T$:

$$S_t = S_{t-1} e^{f_{t-1,t} - \frac{\sigma^2(t)}{2} + \sigma(t)\epsilon} \quad (4.15)$$

- Zur Simulation des Underlying gehen wir wie folgt vor:

Algorithmus 4.1 Simulation von s_1, \dots, s_T (Realisierungen von S_1, \dots, S_T)

1. Setze $s_0 = 1, t = 1$.
2. Generiere Pseudozufallsvariablen u_1, u_2 gemäß der Verteilung $U_1, U_2 \sim U(0, 1)$ i.i.d..⁵
3. Berechne

$$n = \sqrt{-2 \ln u_1} \cdot \sin(2\pi u_2).$$

Es gilt

$$N := \sqrt{-2 \ln U_1} \cdot \sin(2\pi U_2) \sim N(0, 1).$$

Man nennt diese weit verbreitete Methode zur Generierung von standard-normalverteilten Zufallsgrößen Box-Muller-Transformation.⁶

4. Berechne

$$s_t = s_{t-1} e^{f_{t-1,t} - \frac{\sigma^2(t)}{2} + \sigma(t)n}$$

als Realisierung eines Kurses S_t des Underlying zur Zeit t .

5. Falls $t < T$, erhöhe t um 1 und gehe zu Schritt 2.

4.3 Wert der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung ohne Beitragsfreistellungsoption

Nach den gesetzlichen Vorschriften über die Zertifizierung von Altersvorsorgeverträgen muss der Anbieter zusagen, dass zu Beginn der Auszahlungsphase zumindest die eingezahlten Altersvorsorgebeiträge zur Verfügung stehen.⁷ Schließt ein Sparer zum Zeitpunkt $t = 0$ einen Investmentfonds-basierten Vertrag ab und zahlt jährlich vorschüssig

⁵Zur Generierung der gleichverteilten Pseudozufallsvariablen verwenden wir den Zufallszahlengenerator URN03, der in [Ka/Du 91] auf S. 113 ff. beschrieben wird.

⁶Für einen Beweis der Standardnormalverteilung von N vergleiche zum Beispiel [Fi 96].

⁷Vergleiche § 1 Abs. 1 Satz 1 Nr.3 AltZertG.

bis zum Beginn der Auszahlungsphase nach T Jahren den Beitrag P , so ist die Leistung L_T der Investmentfondsgesellschaft bei T gegeben durch

$$L_T = \max \{V_T; TP\} = V_T + \max \{0; TP - V_T\} = V_T + [TP - V_T]^+. \quad (4.16)$$

Dies ist das Kapital, das dem Kunden am Ende der Einzahlungsphase garantiert wird. Es setzt sich zusammen aus dem Fondsguthaben zur Zeit T und einer pfadabhängigen Put-Option europäischer Art. Nach (4.8) ist der Preis Π dieser Option zur Zeit 0 gegeben durch:

$$\Pi = E_Q \left[\frac{[TP - V_T]^+}{B_T} \middle| \mathcal{F}_0 \right] = E_Q \left[e^{-\int_0^T r(s) ds} [TP - V_T]^+ \middle| \mathcal{F}_0 \right] \quad (4.17)$$

Dieser Erwartungswert ist genau der Wert der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung ohne Beitragsfreistellungsoption bei Abschluss des Vertrags. Zur Berechnung von Π gehen wir wie folgt vor:

Algorithmus 4.2 Wert Π der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung ohne Beitragsfreistellungsoption

1. Simuliere Pfade des Underlying $S_1^i, \dots, S_T^i \forall i \in \{1, \dots, sim\}$ ⁸ für alle i gemäß Algorithmus 4.1.
2. Berechne das Fondsvermögen v_T^i für alle i aus den in Schritt 1 berechneten Realisierungen $s_1^1, \dots, s_T^1, \dots, s_1^{sim}, \dots, s_T^{sim}$ des Underlying:

$$v_T^i = \sum_{\nu=0}^{T-1} P \frac{S_T^i}{s_\nu^i} \quad \forall i \in \{1, \dots, sim\}$$

3. Berechne

$$\pi = \frac{1}{sim} \sum_{i=1}^{sim} e^{-Tf_{0,T}} [TP - v_T^i]^+$$

als Schätzer für Π .

4.4 Wert der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung mit Beitragsfreistellungsoption

Der Kunde besitzt das einseitige Recht, während der Ansparphase die Zahlungen einzustellen und den Vertrag ruhen zu lassen.⁹ Das bisher eingezahlte Kapital ist durch

⁸ sim steht für die Anzahl der simulierten Aktienkursverläufe.

⁹Siehe § 1 Abs. 1 Satz 1 Nr. 10a AltZertG.

die Kapitalerhaltungs-Zusage auf das Laufzeitende garantiert. Dieses Wahlrecht des Kunden ist eine Bermuda-Option. Er hat nämlich zu den Zeitpunkten $t = 1, \dots, T - 1$ die Möglichkeit, die Zahlungen zu beenden und damit die Beitragsfreistellungsoption auszuüben. Es stellt sich also die Frage nach einem Entscheidungskriterium für den Kunden, wann es für ihn vorteilhaft ist, die Zahlungen einzustellen.

Sei $\tau \in \{1, \dots, T - 1\}$ der Zeitpunkt der Beitragsfreistellung oder $\tau = T$, falls nie beitragsfrei gestellt wird. Dann ist das Guthaben bei T unter der Bedingung, dass bei τ beitragsfrei gestellt wird, gegeben durch

$$V_T^{*\tau} = V_\tau^- \cdot \frac{S_T}{S_\tau} = \sum_{\nu=0}^{\tau-1} P \frac{S_T}{S_\nu}. \quad (4.18)$$

Die Leistung $L_T^{*\tau}$ der Investmentfondsgesellschaft bei T , also das Kapital, das dem Kunden am Ende der Einzahlungsphase garantiert wird, ist folglich

$$L_T^{*\tau} = \max \{V_T^{*\tau}; \tau P\} = V_T^{*\tau} + [\tau P - V_T^{*\tau}]^+. \quad (4.19)$$

Sie setzt sich also aus dem Fondsguthaben $V_T^{*\tau}$ bei T und dem Wert der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung $[\tau P - V_T^{*\tau}]^+$ bei T zusammen.

4.4.1 Einmalige Beitragsfreistellung unter Kenntnis zukünftiger Ereignisse

Um eine obere Grenze für den Wert zur Zeit $t = 0$ der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung mit Beitragsfreistellungsoption zu bekommen, gehen wir in einem ersten Schritt davon aus, dass der Kunde die zukünftige Entwicklung des Underlying und damit auch $V_T^{*\tau} \forall \tau \in \{1, \dots, T\}$ kennt. Er wird τ so wählen, dass

$$[\tau P - V_T^{*\tau}]^+ = \max_{1 \leq t \leq T} \left\{ [tP - V_T^{*t}]^+ \right\}. \quad (4.20)$$

Der Wert $\Pi_K^{(1)}$ zur Zeit 0 der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung mit Beitragsfreistellungsoption für einen Vertrag unter Kenntnis zukünftiger Ereignisse ergibt sich dann wie folgt:¹⁰

$$\Pi_K^{(1)} = E_Q \left[\max_{1 \leq t \leq T} \left\{ e^{-\int_0^T r(s)ds} [tP - V_T^{*t}]^+ \right\} \middle| \mathcal{F}_0 \right] \quad (4.21)$$

¹⁰Die hochgestellte 1 indiziert, dass der Kunde nur einen Vertrag hat und auch keinen zweiten beginnt, K bedeutet unter Kenntnis zukünftiger Ereignisse.

Algorithmus 4.3 Wert $\Pi_K^{(1)}$ der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung mit Beitragsfreistellungsoption unter Kenntnis zukünftiger Ereignisse

1. Simuliere Pfade des Underlying $S_1^i, \dots, S_T^i \forall i \in \{1, \dots, sim\}$ für alle i gemäß Algorithmus 4.1.
2. Berechne das Fondsvermögen $v_T^{i*\tau}$ für alle i und für alle τ aus den in Schritt 1 berechneten Realisierungen $s_1^1, \dots, s_T^1, \dots, s_1^{sim}, \dots, s_T^{sim}$ des Underlying:

$$v_T^{i*\tau} = \sum_{\nu=0}^{\tau-1} P \frac{S_T^i}{s_\nu^i} \quad \forall i \in \{1, \dots, sim\}, \forall \tau \in \{1, \dots, T\}$$

3. Berechne

$$\pi_K^{(1)} = \frac{1}{sim} \sum_{i=1}^{sim} \max_{1 \leq \tau \leq T} \left\{ e^{-Tf_{0,T}} [\tau P - v_T^{i*\tau}]^+ \right\}$$

als Schätzer für $\Pi_K^{(1)}$.

4.4.2 Einmalige Beitragsfreistellung ohne Kenntnis zukünftiger Ereignisse

In der realen Welt gibt es keine Kenntnis zukünftiger Ereignisse. Der Sparer muss sich zu jedem der Zahlungszeitpunkte entscheiden, ob er seinen Beitrag leistet oder ob er den Vertrag beitragsfrei stellt. Diese Entscheidung muss er zwangsläufig ohne die Kenntnis des Underlying in der Zukunft treffen. Eine Ausübung zum optimalen Zeitpunkt wie in Abschnitt 4.4.1 beschrieben ist nicht möglich und liefert deshalb keinen akzeptablen Preis.

In der Theorie ist es zum Zeitpunkt t für den Besitzer einer Bermuda-Option genau dann vorteilhaft auszuüben, wenn der Payoff, den er durch das Ausüben der Option bekommt (Ausübungswert A_t), größer ist als der Wert der Option bei Nichtausübung unmittelbar nach der Entscheidung (Haltewert H_t). Problem bei dieser Art der Entscheidung ist, dass H_t ebenfalls eine Bermuda-Option und deshalb nur im Zeitpunkt $T - 1$ berechenbar ist.

Zur Zeit 0 sind dem Sparer in unserem Modell die Größen $r(t)$, $\sigma(t)$ und $P \forall t \leq T$ bekannt. Zu jedem späteren Zeitpunkt t kennt er zusätzlich S_τ und damit $V_\tau^- \forall \tau \leq t$. Wegen der Markov-Eigenschaft der Prozesse S_t und damit auch V_t^- hängt für ein beliebiges $t_2 > t$ der Erwartungswert $E_Q [V_{t_2}^- | \mathcal{F}_t]$ nur von V_t^- und nicht von V_τ^- für $\tau \leq t$ ab. Bei gegebenen $r(t)$ und $\sigma(t) \forall t \leq T$ kann eine Entscheidung zum Zeitpunkt

$t \in \{1, \dots, T-1\}$ also nur vom aktuellen Fondsguthaben V_t^- und der Summe der eingezahlten Beiträge tP abhängen. Da die Summe der eingezahlten Beiträge ebenfalls eine deterministische Größe ist, wird eine Entscheidung zum Zeitpunkt t nur vom aktuellen Fondsguthaben V_t^- abhängig gemacht.

Für den Umgang mit Bermuda-Optionen in Verbindung mit Monte-Carlo-Simulationen gibt es Standard-Methoden, die zum Beispiel in [Do 00] beschrieben werden. Daran orientieren wir uns in dieser Arbeit.

Definition 4.4 Strategie

Eine Strategie \mathcal{K} ist ein Tupel $K_1 \times \dots \times K_{T-1} \subseteq \mathbb{R}_+^{T-1}$ mit der Interpretation, dass ein Vertrag zum Zeitpunkt t genau dann beitragsfrei gestellt wird, wenn dies zu keinem früheren Zeitpunkt geschah und das aktuelle Fondsvermögen $V_t^- \in K_t$ ist. Beitragsfreistellung erfolgt also zum Zeitpunkt t , falls

$$\mathbf{1}_{K_t}(V_t^-) = 1 \text{ und } \mathbf{1}_{K_s}(V_s^-) = 0 \ \forall s \in \{1, \dots, t-1\}. \quad (4.22)$$

Sei $\mathcal{K} = K_1 \times \dots \times K_{T-1} \subseteq \mathbb{R}_+^{T-1}$ nun eine beliebige vorgegebene Strategie und

$$\tau := \inf\{t \in \{1, \dots, T-1\} : V_t^- \in K_t\} \quad (4.23)$$

der Zeitpunkt der Beitragsfreistellung oder $\tau = T$, falls $V_t^- \notin K_t \ \forall t \in \{1, \dots, T-1\}$, was bedeutet, dass der Vertrag nie beitragsfrei gestellt wird.

Bemerkung: Dieses τ ist kein fest vorgegebener Wert sondern eine Zufallsvariable. Zufallsvariablen dieser Art, die nur vorhandene Informationen beinhalten, werden in der Literatur Stoppzeit genannt.

Nach (4.18) ist das Guthaben $V_T^{*\tau}$ bei T gegeben durch

$$V_T^{*\tau} = V_\tau^- \frac{S_T}{S_\tau} = \sum_{\nu=0}^{\tau-1} P \frac{S_T}{S_\nu}.$$

Der Wert $\Pi^{(1)}(\mathcal{K})$ zur Zeit 0 der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung bei Verhalten nach Strategie $\mathcal{K} = K_1 \times \dots \times K_{T-1} \subseteq \mathbb{R}_+^{T-1}$ ergibt sich dann als

$$\Pi^{(1)}(\mathcal{K}) = E_Q \left[\frac{[\tau P - V_T^{*\tau}]^+}{B_T} \middle| F_0 \right] = E_Q \left[e^{-\int_0^T r(s)ds} [\tau P - V_T^{*\tau}]^+ \middle| F_0 \right]. \quad (4.24)$$

Zur Berechnung von $\Pi^{(1)}(\mathcal{K})$ für eine vorgegebene Strategie $\mathcal{K} = K_1 \times \dots \times K_{T-1}$ gehen wir wie folgt vor:

Algorithmus 4.5 Wert $\Pi^{(1)}(\mathcal{K})$ der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung mit Beitragsfreistellungsoption für eine fest vorgegebene Strategie \mathcal{K}

1. Simuliere Pfade des Underlying $S_1^i, \dots, S_T^i \forall i \in \{1, \dots, sim\}$ für alle i gemäß Algorithmus 4.1.¹¹
2. Setze $K_T = \mathbb{R}_+$.¹²
3. Berechne $\tau^{(i)}$ für jeden in Schritt 1 simulierten Verlauf des Underlying S wie folgt:
 - (a) Setze $i = 1$.
 - (b) Setze $t = 1$.
 - (c) Berechne das Fondsvermögen

$$v_t^- = \sum_{\nu=0}^{t-1} P \frac{S_t^i}{S_\nu^i}$$

aus den in Schritt 1 berechneten Realisierungen s_1^i, \dots, s_T^i des Underlying.

- (d) Falls $v_t^- \notin K_t$, erhöhe t um 1 und gehe zu Schritt 3(c).
 - (e) Setze $\tau^{(i)} = t$.
 - (f) Falls $i < sim$, erhöhe i um 1 und gehe zu Schritt 3(b).
4. Berechne für alle $i \in \{1, \dots, sim\}$

$$v_T^{*\tau^{(i)}} = \sum_{\nu=0}^{\tau^{(i)}-1} P \frac{S_T^i}{S_\nu^i}$$

aus den in Schritt 1 berechneten Realisierungen s_1^i, \dots, s_T^i des Underlying und aus den in Schritt 3 berechneten Realisierungen $\tau^{(i)}$ der Stoppzeiten.

5. Berechne

$$\pi^{(1)}(\mathcal{K}) = \frac{1}{sim} \sum_{i=1}^{sim} e^{-Tf_{0,T}} \left[\tau^{(i)} P - v_T^{*\tau^{(i)}} \right]^+$$

als Schätzer für $\Pi^{(1)}(\mathcal{K})$.

¹¹Falls dieser Algorithmus im Rahmen von Algorithmus 4.8 eingesetzt wird, lassen wir Schritt 1 weg.

¹²Zur Sicherstellung einer Beitragsfreistellung spätestens bei T .

Definition 4.6 Optimale Strategie

Eine Strategie $\mathcal{K} = K_1 \times \dots \times K_{T-1} \subseteq \mathbb{R}_+^{T-1}$ ist optimal, falls

$$\Pi^{(1)}(\mathcal{K}) \geq \Pi^{(1)}(\mathcal{B}) \quad \forall \mathcal{B} \subseteq \mathbb{R}_+^{T-1}. \quad (4.25)$$

Bemerkung:

- (i) Es ist nicht garantiert, dass es eine Strategie gibt, für die (4.25) erfüllt ist. Deshalb definieren wir den Wert $\Pi_S^{(1)}$ der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung ohne Kenntnis zukünftiger Ereignisse wie folgt:¹³

$$\Pi_S^{(1)} = \sup_{\mathcal{K}} \Pi^{(1)}(\mathcal{K}) \quad (4.26)$$

- (ii) Gilt (4.25) für eine Strategie $\mathcal{K} \subseteq \mathbb{R}_+^{T-1}$, so wird das Supremum aus (4.26) angenommen und es gilt

$$\Pi_S^{(1)} = \Pi^{(1)}(\mathcal{K}). \quad (4.27)$$

Eine Methode zur Approximation einer optimalen Strategie ist die ‘‘Exercise Value Threshold Method‘‘, die in [Do 00] und [An 99] beschrieben wird. Hier wird die Entscheidung über eine Ausübung der Option zu einem Zeitpunkt t nur vom Ausübungswert A_t abhängig gemacht.

Hierfür ist es notwendig, den Ausübungswert A_t zur Zeit t genauer zu betrachten. Hat ein Sparer bis zum Zeitpunkt t den konstanten Beitrag P bezahlt, so ist nach (4.1) das Fondsvermögen unmittelbar vor Einbezahlung der $(t + 1)$ -ten Prämie gegeben durch

$$V_t^- = \sum_{\nu=0}^{t-1} P \frac{S_t}{S_\nu}.$$

Übt er jetzt die Option auf Beitragsfreistellung aus, so erhält er von der Investmentgesellschaft die Garantie auf einen Erhalt der einbezahlten Prämien zum Ende der Laufzeit bei T , also $\left[tP - V_t^- \frac{S_T}{S_t} \right]^+$. Für A_t gilt also

$$A_t = E_Q \left[e^{-\int_t^T r(s)ds} \left[tP - V_t^- \frac{S_T}{S_t} \right]^+ \middle| \mathcal{F}_t \right]. \quad (4.28)$$

¹³Die hochgestellte 1 indiziert, dass der Kunde nur einen Vertrag hat und auch keinen zweiten beginnt, S bedeutet bei Verhalten nach einer optimalen Strategie, also ohne Kenntnis zukünftiger Ereignisse.

Nach [Do 00] soll die Option zum Zeitpunkt t genau dann ausgeübt werden, wenn der Ausübungswert einen gewissen Schwellenwert überschreitet, das heißt wenn $A_t \geq \theta_t$ für ein $\theta_t \in \mathbb{R}$. In unserem Modell kann eine Entscheidung nur von V_t^- abhängig gemacht werden. Der nun folgende Satz 4.7 zeigt, welcher Gestalt die Mengen $K_1, \dots, K_{T-1} \subseteq \mathbb{R}_+$ einer Strategie $\mathcal{K} \subseteq \mathbb{R}_+^{T-1}$ sein müssen, damit die beiden Entscheidungskriterien äquivalent sind, das heißt damit

$$V_t^- \in K_t \Leftrightarrow A_t \geq \theta_t \quad (4.29)$$

für ein $\theta_t \in \mathbb{R}$ gilt.

Satz 4.7 Strategie

Seien Werte k_1, \dots, k_{T-1} und dazugehörige Mengen $K_t = (0, k_t]$ gegeben und verhalte sich ein Sparer nach der Strategie: Beitragsfreistellung falls $V_t^- \in K_t$. Dann gibt es Werte $\theta_1, \dots, \theta_{T-1}$, sodass (4.29) erfüllt ist, das heißt

$$V_t^- \in K_t \Leftrightarrow A_t \geq \theta_t.$$

Beweis

Sei $a_t : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$ mit $a_t(x) = E_Q \left[e^{-\int_t^T r(s)ds} \left[tP - x \frac{S_T}{S_t} \right]^+ \middle| \mathcal{F}_t \right]$ die Funktion, die dem Fondswert V_t^- zur Zeit t den dazugehörigen Ausübungswert A_t der Beitragsfreistellungsoption zuordnet. Dann ist $a_t(x)$ stetig als Komposition stetiger Funktionen und streng monoton fallend, denn sei $V_t^- = y < x = \tilde{V}_t^-$, dann ist

$$V_T^{*t} = y \frac{S_T}{S_t} < x \frac{S_T}{S_t} = \tilde{V}_T^{*t} \quad (4.30)$$

und damit

$$\left[tP - V_T^{*t} \right]^+ > \left[tP - \tilde{V}_T^{*t} \right]^+. \quad (4.31)$$

Die Ungleichungen (4.30) und (4.31) gelten P -fast-sicher (sogar $\forall \omega \in \Omega$). Die strikte Ungleichung bleibt also auch nach Berechnung des Erwartungswertes und Diskontierung auf beiden Seiten erhalten und es gilt

$$a_t(y) = e^{-\int_t^T r(s)ds} E_Q \left[\left[tP - V_T^{*t} \right]^+ \middle| \mathcal{F}_t \right] > e^{-\int_t^T r(s)ds} E_Q \left[\left[tP - \tilde{V}_T^{*t} \right]^+ \middle| \mathcal{F}_t \right] = a_t(x).$$

Für eine gegebene Strategie $K_t = (0, k_t]$ wähle nun $\theta_t = a_t(k_t)$, dann gilt

$$V_t^- \in K_t \Leftrightarrow A_t \geq \theta_t.$$

□

Nach [Do 00] sind die Strategien, die sich aus dieser Art der Entscheidung ergeben, sogar optimal, wenn ein Kapitalmarktmodell mit nur einer stochastischen Größe verwendet wird. Dann ist nämlich die komplette Information, die für eine Entscheidung relevant ist, im Ausübungswert A_t enthalten. Wegen der Verwendung von deterministischen Zinsen sind die in unserem Modell verwendeten Strategien der Art $\mathcal{K} = (0, k_1] \times \dots \times (0, k_{T-1}]$ optimal.

Bemerkung:

Wie man sieht, gibt es Werte k_1, \dots, k_{T-1} , sodass man den Vertrag genau dann beitragsfrei stellt, wenn zum ersten mal $V_t^- \leq k_t$ gilt. Dieses Ergebnis ist nicht überraschend. Würde man sich intuitiv eine Strategie zurecht basteln, so würde man wohl unterhalb eines bestimmten Schwellenwertes die Zahlungen einstellen, um nicht durch weitere Beitragszahlungen die Zusage der nominalen Kapitalerhaltung der bis dahin gezahlten Beiträge zu subventionieren. Mit anderen Worten wird ein rational handelnder Kunde dann die Zahlungen einstellen, wenn sein aktuelles Fondsguthaben V_t^- so gering ist, dass er ein Erreichen der Summe der eingezahlten Beiträge am Ende der Laufzeit nicht mehr erwartet.

Im Folgenden werden wir Strategien nur noch durch Vektoren (k_1, \dots, k_{T-1}) darstellen. $\Pi^{(1)}(\mathcal{K})$ wird dann zu $\Pi^{(1)}(k_1, \dots, k_{T-1})$.

Nun gilt es diese Werte k_1, \dots, k_{T-1} , für die $\Pi^{(1)}(k_1, \dots, k_{T-1})$ maximal wird, approximativ zu bestimmen. Da die Entscheidungskriterien k_1, \dots, k_{t-1} für eine Entscheidung zum Zeitpunkt t keine Rolle spielen, ist es möglich, die $(T-1)$ -dimensionale Optimierung durch $T-1$ eindimensionale Optimierungen zu ersetzen, indem wir die k_{T-1}, \dots, k_1 sukzessive in umgekehrter Reihenfolge bestimmen.

Wir gehen also zunächst davon aus, dass bis zum Zeitpunkt $T-1$ immer eingezahlt wurde und bestimmen k_{T-1} approximativ so, dass $\Pi^{(1)}(0, \dots, 0, k_{T-1})$ maximal wird. Dabei ist es nach [Do 00] durchaus sinnvoll, $\Pi^{(1)}(0, \dots, 0, k)$ für eine Anzahl von Werten k innerhalb sinnvoller Grenzen zu berechnen und einfach das k mit dem größten Ergebnis zu wählen. Ist k_{T-1} so bestimmt, wiederholen wir dieses Vorgehen für k_{T-2}, \dots, k_1 .

Ist diese im Sinne von [Do 00] optimale Strategie einmal bestimmt, ist $\Pi^{(1)}(k_1, \dots, k_{T-1})$ eine Approximation für den Wert $\Pi_S^{(1)}$ der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung mit Beitragsfreistellungsoption ohne Kenntnis zukünftiger Ereignisse. Im konkreten Beispiel sieht das wie folgt aus:

Algorithmus 4.8 Wert $\Pi_S^{(1)}$ der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung mit Beitragsfreistellungsoption ohne Kenntnis zukünftiger Ereignisse

1. Simuliere Pfade des Underlying $S_1^i, \dots, S_T^i \forall i \in \{1, \dots, sim\}$ für alle i gemäß Algorithmus 4.1.
2. Approximiere die Grenzen k_1, \dots, k_{T-1} der optimalen Strategien wie folgt:

(a) Setze $t = T - 1$

(b) Für $k \in [0, 2]$ in Schritten von 0,01 berechne¹⁴

$$\pi^{(1)}(0, \dots, 0, k, k_{t+1}, \dots, k_{T-1})$$

aus den in Schritt 1 berechneten Realisierungen $s_1^1, \dots, s_T^1, \dots, s_1^{sim}, \dots, s_T^{sim}$ des Underlying gemäß Algorithmus 4.5.

(c) Setze k_t so, dass

$$\pi^{(1)}(0, \dots, 0, k_t, k_{t+1}, \dots, k_{T-1}) = \max_k \pi^{(1)}(0, \dots, 0, k, k_{t+1}, \dots, k_{T-1}).$$

(d) Falls $t > 1$, erniedrige t um 1 und gehe zu Schritt 2(b).

3. Berechne $\pi_S^{(1)} = \pi^{(1)}(k_1, \dots, k_{T-1})$ gemäß Algorithmus 4.5 als Approximation für $\Pi_S^{(1)}$.

¹⁴Die Intervallgrenzen wurden aus Erfahrungswerten gewählt. Wir haben zu Testzwecken, Optimierungen dieser Art auf größeren Intervallen durchgeführt und festgestellt, dass das angegebene Intervall ausreicht.

4.4.3 Beitragsfreistellung und gleichzeitiger Beginn eines neuen Vertrages unter Kenntnis zukünftiger Ereignisse

Natürlich hat jeder Sparer das Recht und die Möglichkeit, zu jeder Zeit einen neuen Riester-Investmentfonds-Sparplan bei demselben oder einem anderen Unternehmen zu beginnen. Beitragsfreistellung muss für ihn also nicht eine Beendigung seiner Spartätigkeiten für die Altersvorsorge bedeuten. In diesem und dem nächsten Abschnitt gehen wir deshalb von einem Kunden aus, der bei Beitragsfreistellung des ersten Vertrags sofort einen zweiten Vertrag beim selben Unternehmen mit dem gleichen Underlying beginnt. Dieser wird aber nicht mehr beitragsfrei gestellt.

Bereits bekannt sind Fondsguthaben $V_T^{*\tau}$ und Leistung $L_T^{*\tau}$ bei T des ersten Vertrages, wenn dieser bei τ beitragsfrei gestellt wird. Beginnt der Kunde nun bei τ mit seinen jährlichen Zahlungen für einen zweiten Vertrag, so ist das Fondsguthaben $W_T^{*\tau}$ des zweiten Vertrages bei T gegeben durch

$$W_T^{*\tau} = \sum_{\nu=\tau}^{T-1} P \frac{S_T}{S_\nu}. \quad (4.32)$$

Die Leistung $\tilde{L}_T^{*\tau}$ der Investmentfondsgesellschaft bei T , falls der Kunde zum Zeitpunkt τ seinen Vertrag beitragsfrei stellt und einen neuen beginnt, ist dann:

$$\begin{aligned} \tilde{L}_T^{*\tau} &= \underbrace{\max \{V_T^{*\tau}; \tau P\}}_{\text{Leistung des beitragsfrei gestellten Vertrags}} + \underbrace{\max \{W_T^{*\tau}; (T - \tau)P\}}_{\text{Leistung des neuen Vertrags}} \quad (4.33) \\ &= \max \left\{ \sum_{\nu=0}^{\tau-1} P \frac{S_T}{S_\nu}; \tau P \right\} + \max \left\{ \sum_{\nu=\tau}^{T-1} P \frac{S_T}{S_\nu}; (T - \tau)P \right\} \\ &= \sum_{\nu=0}^{\tau-1} P \frac{S_T}{S_\nu} + [\tau P - V_T^{*\tau}]^+ + \sum_{\nu=\tau}^{T-1} P \frac{S_T}{S_\nu} + [(T - \tau)P - W_T^{*\tau}]^+ \\ &= \sum_{\nu=0}^{T-1} P \frac{S_T}{S_\nu} + [\tau P - V_T^{*\tau}]^+ + [(T - \tau)P - W_T^{*\tau}]^+ \quad (4.34) \end{aligned}$$

Erneut gehen wir in einem ersten Schritt davon aus, dass der Kunde die zukünftige Entwicklung des Underlying und damit $V_T^{*\tau}$ und $W_T^{*\tau} \forall \tau \in \{1, \dots, T\}$ kennt. Unter Kenntnis des gesamten Pfades zu jeder Zeit, wird er natürlich genau dann seine Beitragsfreistellungsoption ausüben, wenn $\tilde{L}_T^{*\tau}$ maximal ist.

Er wird also den Zeitpunkt τ des Vertragswechsels so wählen, dass

$$[\tau P - V_T^{*\tau}]^+ + [(T - \tau)P - W_T^{*\tau}]^+ = \max_{1 \leq t \leq T} \left\{ [\nu P - V_T^{*t}]^+ + [(T - t)P - W_T^{*t}]^+ \right\}.$$

Der Wert $\Pi_K^{(2)}$ zur Zeit 0 der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung für einen Vertrag unter Kenntnis zukünftiger Ereignisse errechnet sich dann wie folgt:¹⁵

$$\Pi_K^{(2)} = E_Q \left[\max_{1 \leq t \leq T} \left\{ e^{-\int_0^T r(s)ds} [tP - V_T^{*t}]^+ + [(T - t)P - W_T^{*t}]^+ \right\} \middle| \mathcal{F}_0 \right] \quad (4.35)$$

Algorithmus 4.9 Wert $\Pi_K^{(2)}$ der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung mit Beitragsfreistellungsoption und gleichzeitigem Beginn eines neuen Vertrages unter Kenntnis zukünftiger Ereignisse

1. Simuliere Pfade des Underlying $S_1^i, \dots, S_T^i \forall i \in \{1, \dots, sim\}$ für alle i gemäß Algorithmus 4.1.
2. Berechne das Fondsvermögen $v_T^{i*\tau}$ des ersten und das Fondsvermögen $w_T^{i*\tau}$ des zweiten Vertrags für alle i und für alle τ aus den in Schritt 1 berechneten Realisierungen $s_1^1, \dots, s_T^1, \dots, s_1^{sim}, \dots, s_T^{sim}$ des Underlying:

$$\begin{aligned} v_T^{i*\tau} &= \sum_{\nu=0}^{\tau-1} P \frac{S_T^i}{s_\nu^i} \\ w_T^{i*\tau} &= \sum_{\nu=\tau}^{T-1} P \frac{S_T^i}{s_\nu^i} \quad \forall i \in \{1, \dots, sim\}, \forall \tau \in \{1, \dots, T\} \end{aligned}$$

3. Berechne

$$\pi_K^{(2)} = \frac{1}{sim} \sum_{i=1}^{sim} \max_{1 \leq \tau \leq T} \left\{ e^{-Tf_{0,T}} \left([\tau P - V_T^{i*\tau}]^+ + [(T - \tau)P - W_T^{i*\tau}]^+ \right) \right\}$$

als Schätzer für $\Pi_K^{(2)}$.

¹⁵Die hochgestellte 2 indiziert, dass der Kunde die Möglichkeit hat, einen zweiten Vertrag zu beginnen, K bedeutet unter Kenntnis zukünftiger Ereignisse.

4.4.4 Beitragsfreistellung und gleichzeitiger Beginn eines neuen Vertrages ohne Kenntnis zukünftiger Ereignisse

Wie in Abschnitt 4.4.2 ist der Wert der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung und damit der Wert der Beitragsfreistellungsoption abhängig von einem Entscheidungskriterium. Es stellt sich die Frage, wann es für den Kunden sinnvoll ist, die Zahlungen im ersten Vertrag zu stoppen und gleichzeitig einen neuen zu beginnen. Diese Entscheidung kann in der Realität nur von Größen abhängen, die zum Entscheidungszeitpunkt bekannt sind. Eine Maximierung wie in Abschnitt 4.4.3 ist also nur von theoretischem Interesse.

Bemerkung: Wir verwenden jetzt Strategien $\tilde{\mathcal{K}} = \tilde{K}_1 \times \dots \times \tilde{K}_{T-1} \subseteq \mathbb{R}_+^{T-1}$ mit der Interpretation, dass zum Zeitpunkt t genau dann ein Wechsel vom ersten zum zweiten Vertrag stattfindet, wenn das aktuelle Fondsvermögen $V_t^- \in \tilde{K}_t$ ist und dieses vorher noch nicht der Fall war.

Sei $\tilde{\mathcal{K}} = \tilde{K}_1 \times \dots \times \tilde{K}_{T-1} \subseteq \mathbb{R}_+^{T-1}$ nun eine beliebige vorgegebene Strategie und

$$\tau = \inf\{t \in \{1, \dots, T-1\} : V_t^- \in \tilde{K}_t\} \quad (4.36)$$

der Zeitpunkt des Vertragswechsels oder $\tau = T$, falls $V_t^- \notin \tilde{K}_t \forall t \in \{1, \dots, T-1\}$, was bedeutet, dass der erste Vertrag nie beitragsfrei gestellt wird und kein zweiter begonnen wird.

Dann ist nach (4.33) die Leistung $L^{(2)}(\tilde{\mathcal{K}})$ bei T gegeben durch

$$L^{(2)}(\tilde{\mathcal{K}}) = \sum_{\nu=0}^{T-1} P \frac{S_T}{S_\nu} + [\tau P - V_T^{*\tau}]^+ + [(T - \tau)P - W_T^{*\tau}]^+.$$

Der Wert zur Zeit 0 der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung bei Verhalten nach Strategie $\tilde{\mathcal{K}}$ ergibt sich dann als

$$\begin{aligned} \Pi^{(2)}(\tilde{\mathcal{K}}) &= E_Q \left[\frac{[\tau P - V_T^{*\tau}]^+ + [(T - \tau)P - W_T^{*\tau}]^+}{B_T} \middle| F_0 \right] \\ &= E_Q \left[e^{-\int_0^T r(s) ds} ([\tau P - V_T^{*\tau}]^+ + [(T - \tau)P - W_T^{*\tau}]^+) \middle| F_0 \right]. \end{aligned} \quad (4.37)$$

Zur Berechnung von $\Pi^{(2)}(\tilde{\mathcal{K}})$ für eine vorgegebene Strategie $\tilde{\mathcal{K}} = \tilde{K}_1 \times \dots \times \tilde{K}_{T-1}$ gehen wir wie folgt vor:

Algorithmus 4.10 Wert $\Pi^{(2)}(\tilde{\mathcal{K}})$ der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung mit Beitragsfreistellungsoption und gleichzeitigem Beginn eines neuen Vertrages für eine fest vorgegebene Strategie $\tilde{\mathcal{K}}$

1. Simuliere Pfade des Underlying $S_1^i, \dots, S_T^i \forall i \in \{1, \dots, sim\}$ für alle i gemäß Algorithmus 4.1.¹⁶
2. Setze $K_T = \mathbb{R}_+$.¹⁷
3. Berechne $\tau^{(i)}$ für jeden in Schritt 1 simulierten Verlauf des Underlying S wie folgt:
 - (a) Setze $i = 1$.
 - (b) Setze $t = 1$.
 - (c) Berechne das Fondsvermögen

$$v_t^- = \sum_{\nu=0}^{t-1} P \frac{s_t^i}{s_\nu^i}$$

aus den in Schritt 1 berechneten Realisierungen s_1^i, \dots, s_T^i des Underlying.

- (d) Falls $v_t^- \notin \tilde{K}_t$, erhöhe t um 1 und gehe zu Schritt 3(c).
 - (e) Setze $\tau^{(i)} = t$.
 - (f) Falls $i < sim$, erhöhe i um 1 und gehe zu Schritt 3(b).
4. Berechne für alle $i \in \{1, \dots, sim\}$

$$v_T^{*\tau^{(i)}} = \sum_{\nu=0}^{\tau^{(i)}-1} P \frac{s_T^i}{s_\nu^i} \quad \text{und} \quad w_T^{*\tau^{(i)}} = \sum_{\nu=\tau^{(i)}}^{T-1} P \frac{s_T^i}{s_\nu^i}$$

aus den in Schritt 1 berechneten Realisierungen s_1^i, \dots, s_T^i des Underlying und aus den in Schritt 3 berechneten Stoppzeiten $\tau^{(i)}$.

5. Berechne

$$\pi^{(2)}(\tilde{\mathcal{K}}) = \frac{1}{sim} \sum_{i=1}^{sim} e^{-Tf_0, T} \left(\left[\tau^{(i)} P - v_T^{*\tau^{(i)}} \right]^+ + \left[(T - \tau^{(i)}) P - w_T^{*\tau^{(i)}} \right]^+ \right)$$

als Schätzer für $\Pi^{(2)}(\tilde{\mathcal{K}})$.

¹⁶Falls dieser Algorithmus im Rahmen von Algorithmus 4.14 eingesetzt wird, lassen wir Schritt 1 weg.

¹⁷Zur Sicherstellung einer Beendigung der Spartätigkeiten des ersten Vertrags spätestens bei T .

Definition 4.11 Optimale Strategie

Eine Strategie $\tilde{\mathcal{K}} = \tilde{K}_1 \times \dots \times \tilde{K}_{T-1} \subseteq \mathbb{R}_+^{T-1}$ ist dann optimal, wenn

$$\Pi^{(2)}(\tilde{\mathcal{K}}) \geq \Pi^{(2)}(\tilde{\mathcal{B}}) \quad \forall \tilde{\mathcal{B}} \subseteq \mathbb{R}_+^{T-1}, \quad (4.38)$$

wenn also der Wert der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung maximal ist unter allen möglichen Strategien.

Bemerkung:

- (i) Erneut ist nicht garantiert, dass es eine Strategie gibt, für die (4.38) erfüllt ist. Deshalb definieren wir den Wert $\Pi_S^{(1)}$ der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung ohne Kenntnis zukünftiger Ereignisse wie folgt:¹⁸

$$\Pi_S^{(2)} = \sup_{\tilde{\mathcal{K}}} \Pi^{(2)}(\tilde{\mathcal{K}}) \quad (4.39)$$

- (ii) Gilt (4.25) für eine Strategie $\tilde{\mathcal{K}} \subseteq \mathbb{R}_+^{T-1}$, so wird das Supremum aus (4.39) angenommen und es gilt

$$\Pi_S^{(2)} = \Pi^{(2)}(\tilde{\mathcal{K}}). \quad (4.40)$$

Wie schon in Abschnitt 4.4.2 machen wir die Entscheidung über eine Ausübung der Option auf einen Vertragswechsel zu einem Zeitpunkt t nur von ihrem Ausübungswert \tilde{A}_t abhängig. Deshalb ist es notwendig, diesen genauer zu betrachten. Übt ein Sparer zum Zeitpunkt t die Option auf Beitragsfreistellung des ersten mit gleichzeitigem Beginn eines zweiten Vertrages aus, so erhält er von der Investmentgesellschaft zum Ende der Laufzeit bei T die Garantie auf den Erhalt der einbezahlten Prämien des ersten Vertrages $\left[tP - V_t^- \frac{S_T}{S_t} \right]^+$ und zusätzlich die Garantie auf den Erhalt der einbezahlten Prämien für den zweiten Vertrag $[(T-t)P - W_T^{*t}]^+$. Für \tilde{A}_t gilt also

$$\tilde{A}_t = E_Q \left[e^{-\int_t^T r(s)ds} \left(\left[tP - V_t^- \frac{S_T}{S_t} \right]^+ + [(T-t)P - W_T^{*t}]^+ \right) \middle| \mathcal{F}_t \right]. \quad (4.41)$$

¹⁸Die hochgestellte 2 indiziert, dass der Kunde die Möglichkeit hat, einen zweiten Vertrag zu beginnen, S bedeutet bei Verhalten nach einer optimalen Strategie, also ohne Kenntnis zukünftiger Ereignisse.

Nach [Do 00] soll die Option zum Zeitpunkt t genau dann ausgeübt werden, wenn der Ausübungswert einen gewissen Schwellenwert überschreitet, das heißt wenn $\tilde{A}_t \geq \theta_t$ für ein $\theta_t \in \mathbb{R}$. In unserem Modell kann eine Entscheidung nur von V_t^- abhängig gemacht werden. Der nun folgende Satz 4.12 zeigt analog zu Satz 4.7 in Abschnitt 4.4.2, welcher Gestalt die Mengen $\tilde{K}_1, \dots, \tilde{K}_{T-1} \subseteq \mathbb{R}_+$ einer Strategie $\tilde{\mathcal{K}} \subseteq \mathbb{R}_+^{T-1}$ sein müssen, damit die beiden Entscheidungskriterien äquivalent sind, das heißt damit

$$V_t^- \in \tilde{K}_t \Leftrightarrow \tilde{A}_t \geq \theta_t \quad (4.42)$$

für ein $\theta_t \in \mathbb{R}$ gilt.

Satz 4.12 Strategie

Seien Werte $\tilde{k}_1, \dots, \tilde{k}_{T-1}$ und dazugehörige Mengen $\tilde{K}_t = (0, \tilde{k}_t]$ gegeben und verhalte sich ein Sparer nach der Strategie: Beitragsfreistellung falls $V_t^- \in \tilde{K}_t$. Dann gibt es Werte $\theta_1, \dots, \theta_{T-1}$ so, dass (4.42) erfüllt ist, das heißt

$$V_t^- \in \tilde{K}_t \Leftrightarrow \tilde{A}_t \geq \theta_t.$$

Beweis

Sei $\tilde{a}_t : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$ die Funktion, die dem Fondswert V_t^- zur Zeit t den dazugehörigen Ausübungswert \tilde{A}_t der Beitragsfreistellungsoption mit sofortigem Beginn eines zweiten Vertrages zuordnet:

$$\tilde{a}_t(x) = E_Q \left[e^{-\int_t^T r(s)ds} \left(\left[tP - x \frac{S_T}{S_t} \right]^+ + [(T-t)P - W_T^{*t}]^+ \right) \middle| \mathcal{F}_t \right]$$

Wegen der Linearität des Erwartungswertes und der Unabhängigkeit von W_T^{*t} und damit $[(T-t)P - W_T^{*t}]^+$ von V_t^- gilt

$$\begin{aligned} \tilde{a}_t(x) &= a_t(x) + E_Q \left[e^{-\int_t^T r(s)ds} [(T-t)P - W_T^{*t}]^+ \middle| \mathcal{F}_t \right] \\ &= a_t(x) + c. \end{aligned}$$

Damit folgt die Behauptung aus dem Beweis von Satz 4.7. □

Wie in Abschnitt 4.4.2 besitzen optimale Strategien im Sinne von [Do 00] die Form $\tilde{\mathcal{K}} = (0, \tilde{k}_1] \times \dots \times (0, \tilde{k}_{T-1}]$. Deshalb werden wir Strategien im Folgenden nur noch durch Vektoren $\tilde{k}_1, \dots, \tilde{k}_{T-1}$ darstellen.

Satz 4.13 Vertragswechsel zum Zeitpunkt $T-1$

Hat bis zum Zeitpunkt $T-1$ noch kein Vertragswechsel stattgefunden, dann ist es jetzt unabhängig vom Wert des Fondsvermögens V_{T-1}^- zum Zeitpunkt $T-1$ optimal, den Vertrag zu wechseln, kurz $\tilde{k}_{T-1} = \infty$.

Beweis

Das aktuelle Fondsguthaben ist gegeben durch $V_{T-1}^- = \sum_{\nu=0}^{T-2} P \frac{S_{T-1}}{S_\nu}$. Der Kunde hat nun zwei Möglichkeiten:

1. Zahlt er weiter in diesen ersten Vertrag ein, stellt diesen also nicht beitragsfrei und beginnt keinen neuen Vertrag, so ist nach (4.16) die Leistung der Investmentfondsgesellschaft bei T gegeben durch

$$L_T = \max \{V_T; TP\} = V_T + [TP - V_T]^+$$

2. Stellt der Kunde nun den Vertrag beitragsfrei und beginnt gleichzeitig einen neuen Vertrag, dann ist nach (4.33) die Leistung der Investmentfondsgesellschaft bei T gegeben durch

$$\begin{aligned} \tilde{L}_T^{*T-1} &= \max \left\{ \sum_{\nu=0}^{T-2} P \frac{S_T}{S_\nu}; (T-1)P \right\} + \max \left\{ \sum_{\nu=T-1}^{T-1} P \frac{S_T}{S_\nu}; (T - (T-1))P \right\} \\ &= \sum_{\nu=0}^{T-1} P \frac{S_T}{S_\nu} + \left[(T-1)P - \sum_{\nu=0}^{T-2} P \frac{S_T}{S_\nu} \right]^+ + \left[P - P \frac{S_T}{S_{T-1}} \right]^+ \end{aligned}$$

Betrachte nun

$$\begin{aligned} \tilde{L}_T^{*T-1} - L_T &= \left[(T-1)P - \sum_{\nu=0}^{T-2} P \frac{S_T}{S_\nu} \right]^+ + \left[P - P \frac{S_T}{S_{T-1}} \right]^+ - \left[TP - \sum_{\nu=0}^{T-1} P \frac{S_T}{S_\nu} \right]^+ \\ &\geq 0, \quad \text{denn} \end{aligned}$$

$$(T-1)P - \sum_{\nu=0}^{T-2} P \frac{S_T}{S_\nu} + P - P \frac{S_T}{S_{T-1}} = TP - \sum_{\nu=0}^{T-1} P \frac{S_T}{S_\nu}$$

und

$$[x]^+ + [y]^+ \geq [x+y]^+ \quad \forall x, y \in \mathbb{R}.$$

$$\Rightarrow E_Q \left[e^{-\int_{T-1}^T r(s)ds} \left[\tilde{L}_T^{*T-1} - V_T \right]^+ \middle| \mathcal{F}_{T-1} \right] \geq E_Q \left[e^{-\int_{T-1}^T r(s)ds} [L_T - V_T]^+ \middle| \mathcal{F}_{T-1} \right]$$

Wurde bis zum Zeitpunkt $T-1$ der erste Vertrag noch nicht beitragsfrei gestellt und ein zweiter begonnen, so ist es jetzt in jedem Fall vorteilhaft, vom ersten in den zweiten Vertrag zu wechseln. Es gilt also $\tilde{k}_{T-1} = \infty$. \square

Die Werte $\tilde{k}_1, \dots, \tilde{k}_{T-2}$, für die $\Pi^{(2)}(\tilde{k}_1, \dots, \tilde{k}_{T-2}, \infty)$ maximal wird, müssen wieder durch numerische Methoden approximiert werden. Wiederum lässt sich diese $(T-2)$ -dimensionale Optimierung durch $T-2$ eindimensionale Optimierungen ersetzen, da für eine Entscheidung zu irgend einem Zeitpunkt t die Entscheidungskriterien $\tilde{k}_1, \dots, \tilde{k}_{t-1}$ irrelevant sind. Die Werte $\tilde{k}_1, \dots, \tilde{k}_{T-2}$ werden deshalb sukzessive in umgekehrter Reihenfolge bestimmt. Wir gehen also zunächst davon aus, dass der Vertrag bis zum Zeitpunkt $T-2$ nicht gewechselt wurde und approximieren \tilde{k}_{T-2} so, dass $\Pi^{(2)}(0, \dots, 0, \tilde{k}_{T-2}, \infty)$ maximal wird. Nach \tilde{k}_{T-2} bestimmen wir $\tilde{k}_{T-3}, \dots, \tilde{k}_1$ auf die gleiche Weise. Ist diese optimale Strategie einmal approximativ bestimmt, errechnet sich der Preis wie oben aufgezeigt. Im konkreten Beispiel sieht das wie folgt aus:

Algorithmus 4.14 Wert $\Pi_S^{(2)}$ der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung mit Beitragsfreistellungsoption und gleichzeitigem Beginn eines neuen Vertrages ohne Kenntnis zukünftiger Ereignisse

1. Simuliere Pfade des Underlying $S_1^i, \dots, S_T^i \forall i \in \{1, \dots, sim\}$ für alle i gemäß Algorithmus 4.1.
2. Setze $\tilde{k}_{T-1} = \infty$.
3. Approximiere die Grenzen $\tilde{k}_1, \dots, \tilde{k}_{T-2}$ der optimalen Strategien wie folgt:
 - (a) Setze $t = T - 2$
 - (b) Für $k \in [0, 8]$ in Schritten von 0,01 berechne¹⁹

$$\pi^{(2)}(0, \dots, 0, k, \tilde{k}_{t+1}, \dots, \tilde{k}_{T-1})$$

aus den in Schritt 1 berechneten Realisierungen $s_1^1, \dots, s_T^1, \dots, s_1^{sim}, \dots, s_T^{sim}$ des Underlying gemäß Algorithmus 4.10.

- (c) Setze \tilde{k}_t so, dass

$$\pi^{(2)}(0, \dots, 0, \tilde{k}_t, \tilde{k}_{t+1}, \dots, \tilde{k}_{T-1}) = \max_k \pi^{(2)}(0, \dots, 0, k, \tilde{k}_{t+1}, \dots, \tilde{k}_{T-1}).$$

- (d) Falls $t > 1$, erniedrige t um 1 und gehe zu Schritt 3(b).

4. Berechne $\pi_S^{(2)} = \pi^{(2)}(\tilde{k}_1, \dots, \tilde{k}_{T-1})$ gemäß Algorithmus 4.10 als Approximation für $\Pi_S^{(2)}$.

¹⁹Die Intervallgrenzen wurden aus Erfahrungswerten gewählt. Wir haben zu Testzwecken, Optimierungen dieser Art auf größeren Intervallen durchgeführt und festgestellt, dass das angegebene Intervall ausreicht.

Bemerkung: Die Tatsache, dass es ohne Berücksichtigung von Transaktionskosten zum Zeitpunkt $T - 1$ unabhängig vom aktuellen Fondsguthaben immer vorteilhaft ist, den Vertrag zu wechseln, gibt Anlass zu weitergehenden Überlegungen: Was wäre, wenn der Kunde die Möglichkeit hätte, den Vertrag zwei mal zu wechseln und bis zum Zeitpunkt $T - 2$ noch nicht gewechselt hat? Die Antwort zu dieser Frage liegt auf der Hand. Natürlich würde er sofort vom ersten in den zweiten und zum Zeitpunkt $T - 1$ vom zweiten in den dritten Vertrag wechseln. Grund dafür ist, dass $[x]^+ + [y]^+ + [z]^+ \geq [x + y + z]^+ \forall x, y, z \in \mathbb{R}$ gilt. Analog lässt sich zeigen, dass

$$\sum_{i=1}^n [x_i]^+ \geq \left[\sum_{i=1}^n x_i \right]^+ \quad \forall x_i \in \mathbb{R}, \forall n \in \mathbb{N}.$$

Ohne Berücksichtigung von Transaktionskosten wäre es also für einen Kunden mit der Möglichkeit, T Verträge abzuschließen, ideal, jedes Jahr den Vertrag zu wechseln und die Prämie in einen neuen Vertrag einzuzahlen. Darauf gehen wir im nächsten Abschnitt ein.

4.4.5 Jährliche Beitragsfreistellung und gleichzeitiger Beginn eines neuen Vertrages

Für die Überlegungen in diesem Abschnitt gehen wir von folgenden Annahmen aus:

- Der Kunde verhält sich nach folgender Strategie: Er zahlt jährlich die Prämie P in den Investmentfonds-Sparplan ein, beginnt aber jedes Jahr einen neuen Vertrag und lässt den alten ruhen.
- Es entstehen dafür keine Transaktionskosten.

Der Wert der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung der eingezahlten Beiträge TP ist dann die Summe der Zusagen der nominalen Kapitalerhaltung für die einzelnen Verträge. Die Leistung der Investmentfondsgesellschaft bei T ist also

$$L^{(T)} = \sum_{\nu=0}^{T-1} L_{\nu}^{(T)}, \quad (4.43)$$

wobei $L_{\nu}^{(T)}$ die Leistung der Investmentfondsgesellschaft für den Vertrag ist, der zum Zeitpunkt ν begonnen wurde und im Jahr darauf beitragsfrei gestellt wurde.

Es gilt

$$L_\nu^{(T)} = \max \left\{ P; P \frac{S_T}{S_\nu} \right\} = \left(P \frac{S_T}{S_\nu} + \left[P - P \frac{S_T}{S_\nu} \right]^+ \right) \quad (4.44)$$

und damit

$$L^{(T)} = \sum_{\nu=0}^{T-1} \left(P \frac{S_T}{S_\nu} + \left[P - P \frac{S_T}{S_\nu} \right]^+ \right) = V_T + \sum_{\nu=0}^{T-1} \left[P - P \frac{S_T}{S_\nu} \right]^+. \quad (4.45)$$

Diese Leistung setzt sich also zusammen aus dem Fondsguthaben V_T bei T und der Summe von Wertpapieren mit der Auszahlung

$$\left[P - P \frac{S_T}{S_\nu} \right]^+ = \frac{P}{S_\nu} [S_\nu - S_T]^+. \quad (4.46)$$

Zu einem Zeitpunkt $t < \nu$ nennt man ein Wertpapier mit dieser Auszahlung eine Forward-Start Performance-Option. Diese wurden in [Ru 98] in einem etwas allgemeineren Modell betrachtet. Der Preis solcher Forward-Start-Performance-Optionen ergibt sich wie folgt.

Satz 4.15 Preis einer Forward-Start-Performance-Option

Für den Preis $\Pi_\nu^{(T)}$ zur Zeit 0 einer Forward-Start Performance-Option, deren Payoff-Funktion durch (4.46) gegeben ist, gilt:

$$\Pi_\nu^{(T)} = e^{-\int_0^\nu r(s)ds} \cdot P \cdot p_\nu(1, 1, T - \nu), \quad (4.47)$$

wobei $p_t(\alpha, \beta, \gamma)$ den Preis zur Zeit t einer europäischen Put-Option auf das Underlying mit aktuellem Kurs α , Basispreis (strike) β und Laufzeit γ bezeichnet. Es gilt also

$$p_t(\alpha, \beta, \gamma) = \beta e^{-\int_t^{t+\gamma} r(s)ds} \Phi(-d_2) - \alpha \Phi(-d_1), \quad (4.48)$$

mit

$$\begin{aligned} d_1 &= \frac{\ln \frac{\alpha}{\beta} + \int_t^{t+\gamma} r(s)ds + \frac{v^2}{2}}{v}, \\ d_2 &= \frac{\ln \frac{\alpha}{\beta} + \int_t^{t+\gamma} r(s)ds - \frac{v^2}{2}}{v}, \\ v^2 &= \int_t^{t+\gamma} \sigma^2(s)ds \quad \text{und} \\ \Phi(x) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{u^2}{2}} du. \end{aligned}$$

Beweis

Für den Beweis von (4.48) in einer etwas allgemeineren Form siehe [Ru 98] und die Put-Call-Parität

$$p_t(\alpha, \beta, \gamma) = p_t(\alpha, \beta, \gamma) + \beta \cdot e^{-\int_t^{t+\gamma} r(s)ds} - \alpha, \quad (4.49)$$

die zum Beispiel in [Hu 93] bewiesen wird. Gleichung (4.47) lässt sich wie folgt zeigen:

$$\begin{aligned} \Pi_\nu^{(T)} &= E_Q \left[e^{-\int_0^T r(s)ds} \frac{P}{S_\nu} [S_\nu - S_T]^+ \middle| \mathcal{F}_0 \right] \\ &= E_Q \left[e^{-\int_0^\nu r(s)ds} E_Q \left[e^{-\int_\nu^T r(s)ds} \frac{P}{S_\nu} [S_\nu - S_T]^+ \middle| \mathcal{F}_\nu \right] \middle| \mathcal{F}_0 \right] \\ &= E_Q \left[e^{-\int_0^\nu r(s)ds} \frac{P}{S_\nu} p_\nu(S_\nu, S_\nu, T - \nu) \middle| \mathcal{F}_0 \right] \\ &= E_Q \left[e^{-\int_0^\nu r(s)ds} P \cdot p_\nu(1, 1, T - \nu) \middle| \mathcal{F}_0 \right] \\ &= e^{-\int_0^\nu r(s)ds} \cdot P \cdot p_\nu(1, 1, T - \nu) \end{aligned}$$

□

Korollar 4.16 Der Wert $\Pi_S^{(T)}$ der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung der Summe TP der eingezahlten Beiträge ist

$$\Pi_S^{(T)} = \sum_{\nu=0}^{T-1} \Pi_\nu^{(T)} = \sum_{\nu=0}^{T-1} e^{-\int_0^\nu r(s)ds} \cdot P \cdot p_\nu(1, 1, T - \nu). \quad (4.50)$$

Beweis

Wegen der Linearität des Erwartungswertes gilt

$$\Pi_S^{(T)} = E_Q [L^{(T)} - V_T | \mathcal{F}_0] = E_Q \left[\sum_{\nu=0}^{T-1} \left[P - P \frac{S_T}{S_\nu} \right]^+ \middle| \mathcal{F}_0 \right] = \sum_{\nu=0}^{T-1} \Pi_\nu^{(T)}.$$

Jetzt folgt die Behauptung direkt aus Satz 4.15.

□

Bemerkung: Zur Ermittlung des Werts der nominalen Kapitalerhaltung bei jährlicher Beitragsfreistellung kann also eine explizite Formel gefunden werden. Deshalb verzichten wir in unseren Berechnungen für diesen Teil auf Monte-Carlo-Simulationstechniken. Für die Berechnung von $\Pi_S^{(T)}$ beachte man Folgendes: Setz man $p_t(\alpha, \beta, \gamma)$ aus Gleichung (4.48) mit $t = \nu$, $\alpha = 1$, $\beta = 1$ und $\gamma = T - \nu$ in Gleichung (4.47) ein, so ergibt sich

$$\begin{aligned}\Pi_\nu^{(T)} &= P \cdot \left\{ e^{-\int_0^T r(s)ds} \Phi(-d_2) - e^{-\int_0^\nu r(s)ds} \Phi(-d_1) \right\} \\ &= P \cdot \left\{ e^{-Tf_{0,T}} \Phi(-d_2) - e^{-\nu f_{0,\nu}} \Phi(-d_1) \right\},\end{aligned}$$

wobei in unserem Modell nach (4.12) und (4.13)

$$\begin{aligned}d_1 &= \frac{Tf_{0,T} - \nu f_{0,\nu} + \frac{v^2}{2}}{v}, \\ d_2 &= \frac{Tf_{0,T} - \nu f_{0,\nu} - \frac{v^2}{2}}{v} \quad \text{und} \\ v^2 &= \int_\nu^T \sigma^2(s)ds = \sum_{i=\nu+1}^T \int_{i-1}^i \sigma^2(s)ds = \sum_{i=\nu+1}^T \sigma^2(i).\end{aligned}$$

Bemerkung:

Betrachtet man die Kostenstruktur²⁰ der aktuell auf dem Markt angebotenen Riester-Investmentfonds-Sparpläne, so stellt man fest, dass durch den Beginn eines zweiten Vertrags keine zusätzlichen Kosten anfallen. Die eben beschriebene Strategie ist also nicht nur eine theoretische Möglichkeit sondern tatsächlich durchführbar. Ein Problem bei einer Praktizierung dieser Strategie ist allerdings, dass es gegen Ende der Laufzeit für den Kunden bei Beginn eines neuen Vertrags nicht mehr möglich ist, zu 100% in Aktien zu investieren, während er das bei einer Fortsetzung der Spartätigkeiten für einen bestehenden Vertrag noch kann. Die Verträge, die in den letzten zehn Jahren vor Beginn der Altersrente beginnen, investieren also in Fonds mit geringeren Volatilitäten.

²⁰Siehe dazu Tabelle 3.3 in Abschnitt 3.2.

Kapitel 5

Die Ergebnisse der Simulationen

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse unserer Simulationen und Berechnungen dargestellt und analysiert. Da nur für den Erwartungswert aus Abschnitt 4.4.5 eine explizite Formel zur Berechnung gefunden werden kann, müssen wir zur Approximation aller anderen Werte auf numerische Standardmethoden wie Monte-Carlo-Simulationstechniken zurückgreifen. Wie im einleitenden Teil von Kapitel 4 erwähnt, werden aus rechenzeittechnischen Gründen alle Berechnungen auf jährlicher Basis vorgenommen.

Zuerst gehen wir in Abschnitt 5.1 kurz auf ein Paper von [Gr/Ni/Sc 02] ein. Dort wurde - ebenfalls mit Hilfe von Monte-Carlo-Simulation - die Zusage der nominalen Kapitalerhaltung ohne Beitragsfreistellungsoption auf monatlicher Basis bewertet. Die wichtigsten Ergebnisse daraus fassen wir kurz zusammen.

Abschnitt 5.2 beschäftigt sich dann mit unseren Berechnungen auf jährlicher Basis. Dabei gehen wir in Abschnitt 5.2.1 zunächst auf unsere Modellparameter (insbesondere auf die Wahl der Volatilitätsstruktur der verwendeten Underlyings) ein. In Abschnitt 5.2.2 stellen wir schließlich die Ergebnisse unserer Berechnungen dar. Dabei analysieren wir der Reihe nach Verträge mit einer Laufzeit von fünf, zehn, 20 und 35 Jahren, bevor wir einen Vergleich zwischen den Verträgen unterschiedlicher Laufzeiten durchführen. Eine kurze Zusammenfassung der wichtigsten Ergebnisse bildet das Ende dieses Kapitels.

Volatilität	Zins	1.Szenario	2.Szenario	3.Szenario
		Laufzeit: 5 Jahre, Prämie: 8.400 €	Laufzeit: 10 Jahre, Prämie: 4.200 €	Laufzeit: 35 Jahre, Prämie: 1.200 €
10%	3%	860,51 €	723,72 €	183,70 €
	5%	404,60 €	211,23 €	6,46 €
15%	3%	1.737,58 €	1.714,50 €	806,65 €
	5%	1.077,80 €	798,15 €	110,78 €
20%	3%	2.665,17 €	2.809,18 €	1.691,35 €
	5%	1.860,78 €	1.580,67 €	384,90 €

Tabelle 5.1: Wert der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung ohne Beitragsfreistellungsoption bei monatlicher Zahlungsweise

5.1 Ergebnisse auf monatlicher Basis

In [Gr/Ni/Sc 02] wurde der Wert der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung ohne Beitragsfreistellungsoption bei Zahlungen auf monatlicher Basis bereits ermittelt. Dabei haben die Autoren für die Modellierung des Underlying das gleiche Kapitalmarktmodell verwendet, das wir in Abschnitt 4.2 vorstellen. Allerdings wird in [Gr/Ni/Sc 02] von einer über die Laufzeit konstanten Volatilität und einem über die Laufzeit konstanten risikolosen Zins ausgegangen. Für die Bestimmung der Erwartungswerte wurden ebenfalls Monte-Carlo-Simulationstechniken benutzt. Um die Auswirkungen von Beitragshöhe und Laufzeit auf den Wert der Zusage zu untersuchen, wurden dort folgende drei Szenarien verwendet:

- 1. Szenario:** Während einer Laufzeit von fünf Jahren zahlt der Sparer monatlich 700 € ein.
- 2. Szenario:** Während einer Laufzeit von zehn Jahren zahlt der Sparer monatlich 350 € ein.
- 3. Szenario:** Während einer Laufzeit von 35 Jahren zahlt der Sparer monatlich 100 € ein.

Alle drei Szenarien haben gemeinsam, dass die Summe der eingezahlten Beiträge am Ende der Ansparphase 42.000 € beträgt. Der risikolose Zins und die Volatilität des Underlying wurden als konstant über die gesamte Laufzeit angenommen. Dabei wurden

Berechnungen mit dem risikolosen Zins $r(t) = 3\%$ und $r(t) = 5\%$ und den Volatilitäten $\sigma(t) = 10\%$, $\sigma(t) = 15\%$ und $\sigma(t) = 20\%$ für alle t durchgeführt. Tabelle 5.1 demonstriert den Einfluss der Volatilität der Anlageform, den Einfluss einer Variation des risikolosen Zinses sowie unterschiedlicher Vertragslaufzeiten auf den Wert zum Zeitpunkt 0 der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung ohne Beitragsfreistellungsoption bei monatlicher Zahlungsweise. Die Ergebnisse aus Tabelle 5.1 sind alle [Gr/Ni/Sc 02] entnommen.

5.2 Berechnungen auf jährlicher Basis

5.2.1 Verwendete Szenarien

Wie bereits im einleitenden Teil dieses Kapitels erwähnt, verwenden wir aus rechenzeittechnischen Gründen Monte-Carlo-Simulationen mit 50.000 Iterationen auf jährlicher Basis. Wir haben zu Testzwecken einige der in [Gr/Ni/Sc 02] ermittelten Werte in unserem Modell auf monatlicher Basis nachgerechnet und festgestellt, dass unsere Ergebnisse im Rahmen üblicher Monte-Carlo-Abweichungen die gleichen waren. Im Folgenden werden die eben genannten Ergebnisse aus [Gr/Ni/Sc 02] um einige Punkte erweitert. Die Erweiterungen sind im Einzelnen:

- Für Verträge mit mittelfristiger Laufzeit nehmen wir ein viertes Szenario mit in unsere Berechnungen auf. Wir betrachten also:

Szenario 1: Während einer Laufzeit von fünf Jahren zahlt der Sparer jährlich 8.400 € ein.

Szenario 2: Während einer Laufzeit von zehn Jahren zahlt der Sparer jährlich 4.200 € ein.

Szenario 3: Während einer Laufzeit von 20 Jahren zahlt der Sparer jährlich 2.100 € ein.

Szenario 4: Während einer Laufzeit von 35 Jahren zahlt der Sparer jährlich 1.200 € ein.

Wir verwenden also außer dem neuen Szenario 3 die gleichen Szenarien wie [Gr/Ni/Sc 02], jedoch auf jährlicher Basis. Es ist allen Szenarien gemeinsam, dass die Summe der eingezahlten Beiträge bei einer Spartätigkeit des Kunden bis zum Beginn der Rentenphase 42.000 € beträgt.

- Neben den Kapitalmarktszenarien aus [Gr/Ni/Sc 02] verwenden wir auch welche mit sich ändernder Volatilität. Der risikolose Zins wird über die gesamte Laufzeit als konstant angenommen. Wir verwenden $r(t) = 3\%$ und $r(t) = 5\%$ für alle t .
- Neben dem Wert Π zur Zeit 0 der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung ohne Beitragsfreistellungsoption¹ berechnen wir außerdem
 - ◇ den Wert $\Pi_K^{(1)}$ zur Zeit 0 der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung mit Beitragsfreistellungsoption für nur einen Vertrag unter Kenntnis zukünftiger Ereignisse wie in Abschnitt 4.4.1 beschrieben,
 - ◇ den Wert $\Pi_S^{(1)}$ zur Zeit 0 der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung mit Beitragsfreistellungsoption für nur einen Vertrag ohne Kenntnis zukünftiger Ereignisse wie in Abschnitt 4.4.2 beschrieben,
 - ◇ den Wert $\Pi_K^{(2)}$ zur Zeit 0 der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung mit Beitragsfreistellungsoption für zwei Verträge unter Kenntnis zukünftiger Ereignisse wie in Abschnitt 4.4.3 beschrieben,
 - ◇ den Wert $\Pi_S^{(2)}$ zur Zeit 0 der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung mit Beitragsfreistellungsoption für zwei Verträge ohne Kenntnis zukünftiger Ereignisse wie in Abschnitt 4.4.4 beschrieben und
 - ◇ den Wert $\Pi_S^{(T)}$ zur Zeit 0 der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung mit Beitragsfreistellungsoption für T Verträge bei jährlicher Beitragsfreistellung und neuem Beginn des nächsten Vertrags wie in Abschnitt 4.4.5 beschrieben.

Die verwendeten Volatilitätsstrukturen

In Orientierung an [Gr/Ni/Sc 02] gehen wir in einem ersten Schritt von einer über die gesamte Laufzeit konstanten Volatilität des Underlying aus und verwenden für alle Laufzeiten nachfolgende Underlyings:

Underlying 1: $\sigma(t) = 20\%$ für alle t ,

Underlying 2: $\sigma(t) = 15\%$ für alle t und

Underlying 3: $\sigma(t) = 10\%$ für alle t

¹Siehe Abschnitt 4.3.

Nach [Fo 03] bewegen sich die historischen Volatilitäten der für Riester-Produkte verwendeten reinen Aktienfonds zwischen 19,5% und 22,6%. Die von den Investmentfondsgesellschaften verwendeten Rentenfonds schwanken in ihrer historischen Volatilität zwischen 0,8% und 4,1%. Während Underlying 1 also die Volatilität eines reinen Aktienfonds besitzt, beschreiben Underlying 2 und 3 einen gemischten Aktien- und Rentenfonds.

Mit der Volatilitätsstruktur aller nun folgender Underlyings versuchen wir, die tatsächlich auf dem Markt angebotenen Riester-Investmentfonds-Sparpläne abzubilden. Dazu betrachten wir zunächst die Aktienquoten der Sparpläne der verschiedenen Anbieter und die Volatilität der verwendeten Fonds genauer.² Bei einer Investition in mehrere Fonds gehen wir dabei immer davon aus, dass diese unkorreliert sind. Die Volatilität eines Riester-Investmentfonds-Sparplans ist also das gewichtete Mittel der Volatilitäten der verwendeten Aktien- und Rentenfonds.

Der Finanzdienstleister BHW investiert für Sparpläne aller Laufzeiten in den hauseigenen Fonds BHW Tri Select FT, dessen historische Volatilität der letzten drei Jahre sich nach [Fo 03] zwischen 5,4% und 6,9% bewegte. Deshalb betrachten wir mit

Underlying 4: $\sigma(t) = 6,5\%$ für alle t

ein weiteres Papier mit konstanter Volatilität.

Während die meisten Anbieter als Mindestvertragslaufzeit zehn Jahre vorschreiben, ist es bei DWS, Hansa und dit möglich, Verträge mit einer Laufzeit von fünf Jahren abzuschließen. Hier betragen die Aktienquoten 0%-20%, was durch Underlying 4 und

Underlying 5: $\sigma(t) = 3\%$ für alle t

abgebildet wird. Underlying 5 wird nur für Laufzeit 5 Jahre verwendet.

²Zu den Anlagekonzepten und Aktienquoten der auf dem Markt angebotenen Produkte siehe Abschnitt 3.2. Alle Angaben über Aktienquoten sind Richtwerte, die von den Investmentfondsgesellschaften in ihren Verkaufsprospekten (siehe [oV 03]) veröffentlicht werden. Oft geben die Anbieter auch nur Obergrenzen für den Anteil, der in Aktien investiert wird, an und behalten sich bei schlechter Marktlage eine Umschichtung in Rentenpapiere vor. Die in diesem Abschnitt genannten Aktienquoten und Volatilitäten stellen daher nur eine Approximation dar.

Bei Verträgen mit zehn Jahren Laufzeit sind anfängliche Aktienquoten zwischen 70% (Activest) und 40% (Adig) üblich. Ausschließlich für eine Modellierung zehnjähriger Riester-Investmentfonds-Sparpläne verwenden wir deshalb Underlying 6 und Underlying 7 mit folgender Volatilitätsstruktur:

Underlying 6:	Restlaufzeit in Jahren	10 - 6	5	4	3	2	1
	Volatilität	15%	13%	11%	9%	6%	3%

Underlying 7:	Restlaufzeit in Jahren	10 - 6	5	4	3	2	1
	Volatilität	10%	7%	6%	5 %	4%	3%

Bei Union Investment wird bei allen Verträgen mit einer Laufzeit von mindestens zehn Jahren anfänglich zu 100% in Aktien investiert und dann in Rentenpapiere umgeschichtet, wenn die Marktlage es erfordert. Ziel ist es, so lange wie möglich einen sehr hohen Aktienanteil zu halten. Wir verwenden deswegen Underlying 8 für Verträge mit den Laufzeiten zehn, 20 und 35 Jahre wie folgt:

Underlying 8:	Restlaufzeit in Jahren	35 - 6	5	4	3	2	1
	Volatilität	20%	20%	20%	15%	15%	10%

Bei Verträgen mit Laufzeit 20 Jahre investieren außerdem noch Activest und Deka anfänglich zu 100% in Aktien. Weil das Produkt von Activest ähnlich wie das von Union Investment erst in den letzten fünf Jahren eine Umschichtung von Aktien in Renten vorsieht, wird auch dieses durch Underlying 8 modelliert.

Deka dagegen beginnt schon 15 Jahre vor Beginn der Auszahlungsphase mit der Umschichtung von Aktien- in Rentenfonds. Die Produkte der Deka-Gruppe für Laufzeiten 20 und 35 Jahre werden durch Underlying 9 wie folgt abgebildet:

Underlying 9:	Restlaufzeit in Jahren	35 - 16	15 - 11	10- 6	5 - 1
	Volatilität	20%	15%	10%	5%

Adig, Hansa, DWS und dit planen bei Veträgen mit 20 Jahren Laufzeit mit einer anfänglichen Aktienquote von 60% bis 70%, was in etwa einer Volatilität von 15% entspricht. Diese Produkte werden durch Underlying 10 modelliert.

Underlying 10:	Restlaufzeit	35 - 21	20 - 6	5	4	3	2	1
	Volatilität	20%	15%	13%	11%	9%	7%	5%

Restlaufzeit in Jahren	35 - 21	20 - 16	15 - 11	10 - 6	5	4	3	2	1
Underlying 1	20%	20%	20%	20%	20%	20%	20%	20%	20%
Underlying 2	15%	15%	15%	15%	15%	15%	15%	15%	15%
Underlying 3	10%	10%	10%	10%	10%	10%	10%	10%	10%
Underlying 4	6,5%	6,5%	6,5%	6,5%	6,5%	6,5%	6,5%	6,5%	6,5%
Underlying 5	-	-	-	-	3%	3%	3%	3%	3%
Underlying 6	-	-	-	15%	13%	11%	9%	6%	3%
Underlying 7	-	-	-	10%	7%	6%	5 %	4%	3%
Underlying 8	20%	20%	20%	20%	20%	20%	15%	15%	10%
Underlying 9	20%	20%	15%	10%	5%	5%	5%	5%	5%
Underlying 10	20%	15%	15%	15%	13%	11%	9%	7%	5%

Tabelle 5.2: Übersicht über die in den Berechnungen verwendeten Volatilitätsstrukturen

Für Verträge mit mindestens 25 Jahren Laufzeit ist die anfängliche Aktienquote bei allen Anbietern nahe an 100%. Umschichtungen in Rentenpapiere finden bei Deka und Hansa schon sehr früh statt. Die Produkte dieser beiden Anbieter werden deshalb durch Underlying 9 und Underlying 10 abgebildet. Bei allen anderen Fondsgesellschaften wird erst in den letzten fünf Jahren versucht, die Unsicherheit im Portfolio durch Umschichten von Aktien- in Rentenpapiere zu verringern. Da sich hier alle Produkte sehr ähnlich sind, genügt Underlying 8 für eine Modellierung.

Tabelle 5.2 gibt einen Überblick über die Volatilitätsstrukturen der verwendeten Underlyings. Für die Underlyings 1, 2, 3 und 4 werden die Berechnungen für Verträge aller Laufzeiten durchgeführt. Underlying 5 ist wegen seiner konstant sehr geringen Volatilität nur für kurzfristige Verträge sinnvoll und wird deshalb nur bei Szenario 1 (Laufzeit 5 Jahre) verwendet.

Underlying 6 und 7 werden nur für die Modellierung der Volatilitäten von Verträgen mit einer Laufzeit von 10 Jahren benutzt. Hier wird außerdem neben den Underlyings 1 - 4 auch noch Underlying 8 in unsere Analysen mit einbezogen. Underlying 8, 9 und 10 besitzen die Volatilitäten von Riester-Investmentfonds-Sparplänen mit langen Laufzeiten und werden deshalb alle für Szenario 3 (Laufzeit 20 Jahre) und 4 (Laufzeit 35 Jahre) verwendet.

Underlying	Zins	Π	$\Pi_K^{(1)}$	$\Pi_S^{(1)}$	$\Pi_K^{(2)}$	$\Pi_S^{(2)}$	$\Pi_S^{(T)}$
U 1	3%	2.955,68 €	3.186,86 €	2.966,91 €	3.424,94 €	3.256,46 €	3.534,85 €
	5%	2.080,33 €	2.251,86 €	2.093,57 €	2.490,54 €	2.339,03 €	2.548,72 €
U 2	3%	1.956,53 €	2.108,21 €	1.964,96 €	2.302,86 €	2.161,28 €	2.341,51 €
	5%	1.172,46 €	1.275,18 €	1.184,35 €	1.467,55 €	1.343,68 €	1.527,22 €
U 3	3%	930,64 €	1.007,39 €	939,59 €	1.151,29 €	1.060,01 €	1.199,15 €
	5%	425,04 €	465,46 €	433,16 €	596,97 €	526,86 €	629,27 €
U 4	3%	347,65 €	379,11 €	352,70 €	474,62 €	422,20 €	492,88 €
	5%	84,48 €	93,21 €	87,18 €	161,77 €	130,04 €	177,29 €
U 5	3%	14,39 €	15,70 €	14,39 €	40,83 €	30,47 €	42,43 €
	5%	0,14 €	0,16 €	0,15 €	4,93 €	4,08 €	5,16 €

Tabelle 5.3: Wert der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung mit und ohne Beitragsfreistellungsoption bei jährlicher Zahlungsweise für Verträge mit Laufzeit fünf Jahre

5.2.2 Ergebnisse auf jährlicher Basis

Da wir alle Berechnungen auf jährlicher Basis durchführen, wollen wir auch die Werte für Underlying 1, 2 und 3 für jährliche Zahlungsweise berechnen, obwohl sie in [Gr/Ni/Sc 02] schon auf monatlicher Basis berechnet wurden. Nur so können die Ergebnisse später verglichen werden.

Verträge mit Laufzeit fünf Jahre

Zunächst wollen wir Verträge mit kurzen Laufzeiten betrachten. Die Ergebnisse unserer Simulationen sind Tabelle 5.3 zu entnehmen.

Es ist nicht überraschend, dass sich die größten Preise in einem Kapitalmarkt mit niedrigen Zinsen und einer hohen Volatilität des Underlying ergeben. Auffallend ist aber, dass die Preise sehr stark auf eine Änderung der Volatilität reagieren. Die Ergebnisse von Underlying 5 zeigen, dass sich beispielsweise das Risiko der nominalen Kapitalerhaltung bei durchgehender Beitragszahlung durch eine reine Anlage in Rentenpapiere stark reduzieren lässt. Der Wert der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung beträgt nur noch 14,39 € für 3% risikolosen Zins und 0,14 € für 5% risikolosen Zins.

Man sieht aber auch, dass sich das zweite Risiko, die Option des Kunden zur Beitragsfreistellung mit eventuellem Beginn eines oder mehrerer neuer Verträge, dadurch nicht so leicht reduzieren lässt. Verringert man die Volatilität von 20% auf 6,5%, so sinkt der Wert der Beitragsfreistellungsoption $\Pi_S^{(2)} - \Pi$ bei einer Möglichkeit der Anlage in

zwei Verträge von 300,79 € auf 74,55 €, also auf rund 25% des ursprünglichen Wertes. Der Wert der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung ohne Beitragsfreistellungsoption sinkt dagegen im gleichen Kapitalmarkt auf knapp 12% seines ursprünglichen Wertes. Ebenfalls sieht man für Underlying 4 und risikolosen Zins $r = 3\%$, dass der Wert $\Pi_S^{(T)}$ der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung bei jährlichem Beginn eines neuen Vertrags um mehr als 40% über dem Wert Π der nominalen Kapitalerhaltung ohne Beitragsfreistellungsoption liegt. Für Underlying 1 mit gleichem risikolosem Zins fällt die Wertsteigerung mit etwa 20% deutlich geringer aus. Für Underlying 5 und risikolosen Zins 3% ergibt sich sogar eine Wertsteigerung um fast 200%.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die aktuell auf dem Markt angebotenen Produkte, die für kurze Laufzeiten nur durch Underlying 4 und 5 sinnvoll modelliert werden, ein relativ geringes Risiko in sich bergen, wenn man davon ausgeht, dass der Kunde nur einen Vertrag abschließt und diesen bis zu Beginn der Auszahlungsphase bespart. Durch die Möglichkeit eines Vertragswechsels oder gar eines Neubeginns jedes Jahr kann es aber auch hier zu Risikosteigerungen kommen. Je geringer der Wert der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung ohne Beitragsfreistellungsoption desto höher fallen diese Steigerungen aus.

Verträge mit Laufzeit zehn Jahre

In Tabelle 5.4 kann man den Wert der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung mit und ohne Beitragsfreistellungsoption für Verträge mit 10 Jahren Laufzeit betrachten. Dabei sind die Ergebnisse der Berechnungen für Underlying 1 - 4 und 6 - 8 zusammengefasst. Erneut stellt man fest, dass eine Senkung der Volatilität den Wert der Zusage erheblich verändert. So sinkt beispielsweise der Wert der Zusage ohne Beitragsfreistellungsoption bei einer Halbierung der Volatilität von 20% auf 10% und risikofreiem Zins 3% auf etwa ein Viertel seines ursprünglichen Wertes. Bei einem risikolosem Zins von 5% bewirkt die gleiche Änderung sogar ein Absinken des Wertes auf etwa ein Achtel seines ursprünglichen Wertes.

Ebenfalls auffällig ist, dass es enorme Unterschiede in den Werten für die beiden risikolosen Zinssätze innerhalb eines Underlying gibt. Nur selten erreicht ein Wert mit Zinssatz 5% mehr als die Hälfte des vergleichbaren Wertes für 3% risikolosen Zins, bei Underlying 4 und Underlying 7 sind die Ergebnisse teilweise nur noch ein Zehntel ihrer Nachbarwerte.

Um den Effekt einer Umschichtung von Aktien in Rentenpapiere gegen Ende der Lauf-

Underlying	Zins	Π	$\Pi_K^{(1)}$	$\Pi_S^{(1)}$	$\Pi_K^{(2)}$	$\Pi_S^{(2)}$	$\Pi_S^{(T)}$
U 1	3%	2.993,96 €	3.255,82 €	3.009,10 €	3.540,81 €	3.300,40 €	3.673,29 €
	5%	1.674,17 €	1.837,69 €	1.692,67 €	2.098,98 €	1.909,47 €	2.201,47 €
U 2	3%	1.806,44 €	1.969,62 €	1.820,27 €	2.211,58 €	2.029,41 €	2.312,35 €
	5%	833,79 €	919,52 €	848,33 €	1.128,57 €	991,89 €	1.196,81 €
U 3	3%	741,09 €	812,70 €	751,83 €	986,73 €	871,06 €	1.057,83 €
	5%	207,21 €	229,40 €	212,89 €	360,01 €	286,56 €	401,87 €
U 4	3%	200,20 €	220,45 €	204,68 €	328,12 €	267,26 €	357,86 €
	5%	20,78 €	22,95 €	21,65 €	76,20 €	49,32 €	85,32 €
U 6	3%	604,64 €	817,03 €	725,61 €	891,80 €	777,75 €	999,14 €
	5%	138,71 €	245,14 €	216,49 €	270,17 €	224,10 €	342,27 €
U 7	3%	108,60 €	192,79 €	169,00 €	223,06 €	181,46 €	276,56 €
	5%	5,83 €	20,85 €	18,69 €	24,98 €	19,34 €	38,71 €
U 8	3%	2.007,88 €	2.310,14 €	2.080,90 €	2.527,71 €	2.307,24 €	2.701,60 €
	5%	958,07 €	1.155,72 €	1.031,37 €	1.321,49 €	1.172,16 €	1.459,37 €

Tabelle 5.4: Wert der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung mit und ohne Beitragsfreistellungsoption bei jährlicher Zahlungsweise für Verträge mit Laufzeit zehn Jahre

zeit zu untersuchen, wollen wir noch ein paar weitere Vergleiche anstellen: Obwohl Underlying 7 in den ersten sechs Jahren eine höhere Volatilität hat und damit einen Fonds mit höherer Aktienquote repräsentiert als Underlying 4, sind die berechneten Werte bei Underlying 4 durchgehend höher. Dies ist nur durch die größere Volatilität in den letzten vier Jahren des Vertrags zu erklären. Das gleiche Bild ergibt sich, wenn man Underlying 3 mit Underlying 6 vergleicht. Hier liegt die Volatilität von Underlying 6 sogar die ersten sieben Jahre über der von Underlying 3 und dennoch ist der Wert der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung mit und ohne Beitragsfreistellungsoption geringer. Dieses Verhältnis ändert sich auch nicht durch eine Variation des risikolosen Zinses.

Betrachtet man bei diesen beiden Vergleichen aber den Anteil des Risikos am Gesamtrisiko, der durch die aktive Spekulation des Kunden begründet ist, so stellt man fest, dass dieser durch ein Senken der Volatilität gegen Laufzeitende wächst. Die Umschichtungen der Fondsgesellschaften können also den Wert der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung ohne Beitragsfreistellungsoption verkleinern, der Wert der Option auf Beitragsfreistellung lässt sich dadurch aber nicht in gleichem Maße reduzieren.

Dieser Effekt ist noch deutlicher bei einem Vergleich von Underlying 1 mit 8, 2 mit 6 und 3 mit 7 zu erkennen. Bei allen drei Vergleichen ist die Volatilität in den ersten fünf

bis sieben Jahren gleich. Underlying 6, 7 und 8 sind dann gegen Laufzeitende mit einer sinkenden Volatilität ausgestattet, was einen geringeren Aktienanteil im Portfolio modelliert. Unabhängig von der Wahl des risikolosen Zinssatzes ergeben sich deshalb auch deutlich geringere Ergebnisse als bei den vergleichbaren Werten der ersten drei Underlyings. Betrachtet man aber nun beispielweise den Quotient aus dem Wert $\Pi_S^{(2)}$ der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung mit Beitragsfreistlungsoption bei gleichzeitigem Beginn eines neuen Vertrags und dem Wert Π der Zusage ohne Beitragsfreistlungsoption, so ist dieser für die Underlyings mit sinkender Volatilität deutlich höher. Für Underlying 7 und Zins $r = 5\%$ ist $\Pi_S^{(2)}$ sogar mehr als drei mal so groß wie Π .

Gehen wir nun von einem Kunden aus, der die Möglichkeit hat, zu einem beliebigen Zeitpunkt beitragsfrei zu stellen, dann aber keinen zweiten Vertrag beginnt. Betrachtet man hier den Wert der Beitragsfreistlungsoption, also $\Pi_S^{(1)} - \Pi$, so stellt man fest, dass dieser durch ein Senken der Volatilität zum Laufzeitende sogar steigt. Ein Beispiel dafür stellt der Vergleich von Underlying 2 mit Underlying 6 dar. Für den risikolosen Zins 3% liegt dieser Wert bei Underlying 2 mit 13,83€ um 107,14€ unter dem vergleichbaren Wert bei Underlying 6. Das gleiche Bild ergibt sich für einen Vergleich der Werte aus Underlying 8 mit 1 oder Underlying 7 mit 3.

Erklärungen für diesen Effekt sind nicht offensichtlich. Eine mögliche Erklärung wäre die folgende: Gegen Ende der Laufzeit schichten die Fondsgesellschaften unabhängig vom tatsächlichen Verlauf des Fondswertes von Aktien auf Rentenpapiere um. Dies kann unter Umständen zu einer Absicherung von Verlusten führen. Dieser Absicherungseffekt wird dann durch eine Beitragsfreistellung des Kunden noch verstärkt. Würde er nämlich weiterhin seine Beiträge leisten, würde er dadurch sozusagen den Erhalt der bisher gezahlten Beiträge subventionieren. Schichtet die Fondsgesellschaft jedoch nicht um, belässt also die Volatilität in ihrem Portfolio, so ergibt sich eher die Chance, dass die bisher entstandenen Verluste durch Kursgewinne wieder egalisiert werden können.

Verträge mit Laufzeit 20 Jahre

Für Verträge mit 20 Jahren Laufzeit legen wir unseren Berechnungen Underlying 1 - 4 und 8 - 10 zu Grunde. Während die ersten vier eine über die Zeit konstante Volatilität besitzen, modellieren Underlying 8 - 10 Fondssparpläne, bei denen ausgehend von einem Aktienanteil zwischen 70% und 100% unterschiedlich früh von Aktien in Rentenpapiere umgeschichtet wird. Die Ergebnisse für Verträge mit 20 Jahren Laufzeit sind Tabelle 5.5 zu entnehmen.

Underlying	Zins	Π	$\Pi_K^{(1)}$	$\Pi_S^{(1)}$	$\Pi_K^{(2)}$	$\Pi_S^{(2)}$	$\Pi_S^{(T)}$
U 1	3%	2.491,88 €	2.755,09 €	2.516,93 €	3.048,87 €	2.809,36 €	3.232,95 €
	5%	956,98 €	1.073,15 €	978,12 €	1.298,77 €	1.145,18 €	1.397,60 €
U 2	3%	1.352,84 €	1.496,03 €	1.373,71 €	1.746,07 €	1.571,20 €	1.880,43 €
	5%	380,82 €	427,12 €	392,76 €	599,33 €	497,36 €	652,95 €
U 3	3%	432,92 €	481,01 €	442,81 €	658,86 €	548,83 €	721,71 €
	5%	54,44 €	61,06 €	57,01 €	148,05 €	99,36 €	164,79 €
U 4	3%	67,58 €	74,90 €	69,73 €	164,82 €	116,02 €	185,27 €
	5%	1,59 €	1,70 €	1,66 €	24,02 €	12,21 €	27,27 €
U 8	3%	1.985,30 €	2.267,39 €	2.049,50 €	2.503,57 €	2.267,26 €	2.679,91 €
	5%	663,05 €	789,73 €	707,68 €	941,72 €	810,92 €	1.063,25 €
U 9	3%	259,72 €	472,16 €	391,80 €	524,22 €	437,61 €	624,65 €
	5%	18,70 €	68,90 €	57,25 €	77,53 €	61,85 €	106,65 €
U 10	3%	749,08 €	922,24 €	825,94 €	1.049,53 €	912,87 €	1.182,44 €
	5%	123,65 €	178,49 €	158,59 €	223,94 €	179,38 €	302,88 €

Tabelle 5.5: Wert der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung mit und ohne Beitragsfreistellungsoption bei jährlicher Zahlungsweise für Verträge mit Laufzeit 20 Jahre

Für Underlying 1 und Underlying 8 sehen wir sofort, dass bereits der Wert der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung ohne Beitragsfreistellung und damit die Kosten für Maßnahmen, die zur Absicherung dieses Risikos dienen, im Bereich einer Jahresprämie liegen.

Auch hier stellen wir wie schon bei den Verträgen mit kurzen Laufzeiten fest, dass der Wert der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung sehr stark auf eine Änderung der Parameter reagiert. So können wir bei einem Vergleich von Underlying 3 und Underlying 4 beispielsweise beobachten, dass der Wert der nominalen Kapitalerhaltung ohne Beitragsfreistellungsoption bei einem risikolosen Zins von 3% und einer Veränderung der Volatilität von 10% auf 6,5% auf etwa 15% seines ursprünglichen Wertes sinkt. Unterstellt man dem Kapitalmarkt einen risikolosen Zinssatz von 5%, so lässt sich das Risiko dadurch fast eliminieren. Hier liegt der Wert Π der nominalen Kapitalerhaltung ohne Beitragsfreistellungsoption bei Underlying 4 mit 1,59 € bei weniger als 3% des vergleichbaren Wertes von Underlying 3. Man kann der Tabelle ebenfalls entnehmen, dass der risikolose Zins dann einen weitaus größeren Einfluss hat, wenn der Wert der Zusage relativ gering ist. Bildet man den Quotienten der Werte der nominalen Kapitalerhaltung für den risikolosen Zins $r = 5\%$ und $r = 3\%$, so liegt dieser bei Underlying 1 bei knapp 40%, während er bei Underlying 4 nur noch etwa 2% beträgt.

Bei einem Vergleich der Ergebnisse von Underlying 1, 8 und 9 stellt man fest, dass ein sehr spätes Umschichten der Portfoliostruktur nicht mehr sehr effektiv ist. Versucht die Investmentfonds-Gesellschaft jedoch, wie in Underlying 9 modelliert, schon frühzeitig, teilweise in Renten zu investieren und dadurch die Volatilität zu senken, so vermindert das den Wert der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung unabhängig von der Höhe des risikolosen Zinses erheblich. Jedoch ist auch hier wieder das bei Laufzeit 10 Jahre beobachtete Phänomen zu sehen. Berechnet man den Wert der Beitragsfreistellungsoption $\Pi_S^{(1)} - \Pi$, so stellt man fest, dass dieser bei Underlying 9 größer ist als bei Underlying 8 und bei Underlying 8 größer ist als bei Underlying 1. Man kann also zwar das Risiko eines Absinkens des Fondswertes unter die Summe der eingezahlten Beiträge durch frühzeitiges Umschichten sehr gering halten, das Risiko der Möglichkeit einer aktiven Spekulation des Kunden bekommt man dadurch aber nicht in den Griff.

Einen ähnlichen Effekt kann man bei einem Vergleich von Underlying 3 mit Underlying 9 beobachten. Obwohl Underlying 9 in den ersten zehn Jahren eine höhere Volatilität aufweist, ist hier bei einem risikolosen Zins von 3% der Wert Π der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung ohne Beitragsfreistellungsoption mit 259,72 € deutlich geringer als bei Underlying 3 mit 432,92 €. Vergleicht man dagegen den Wert $\Pi_S^{(1)}$ mit Berücksichtigung der Beitragsfreistellungsoption, so fällt dieser Unterschied zwischen 442,81 € für Underlying 3 und 391,80 € für Underlying 9 nicht mehr so deutlich aus. Geht man jetzt als Investmentgesellschaft von einem Kunden aus, der zufällig zum ungünstigsten Zeitpunkt beitragsfrei stellt, so ist der Wert $\Pi_K^{(1)}$ bei Underlying 9 mit 472,16 € fast so groß wie bei Underlying 3. Bei einem risikolosen Zins von 5% ist der Wert $\Pi_K^{(1)}$ der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung für Underlying 9 sogar größer als bei Underlying 3, obwohl auch hier Underlying 3 bei einer Betrachtung ohne Beitragsfreistellung deutlich riskanter ist.

Verträge mit Laufzeit 35 Jahre

Wie für die 20-jährigen Verträge legen wir unseren Berechnungen für Verträge mit 35 Jahren Laufzeit Underlying 1 - 4 und 8 - 10 zu Grunde. Während die ersten vier eine über die Zeit konstante Volatilität besitzen, modellieren Underlying 8 - 10 Fondssparpläne, bei denen ausgehend von einem Aktienanteil von 100% unterschiedlich früh von Aktien in Rentenpapiere umgeschichtet wird. Die Ergebnisse für Verträge mit 35 Jahren Laufzeit sind Tabelle 5.6 zu entnehmen.

Underlying	Zins	Π	$\Pi_K^{(1)}$	$\Pi_S^{(1)}$	$\Pi_K^{(2)}$	$\Pi_S^{(2)}$	$\Pi_S^{(T)}$
U 1	3%	1.736,74 €	1.941,46 €	1.763,85 €	2.192,47 €	1.988,52 €	2.310,61 €
	5%	381,35 €	432,03 €	392,19 €	571,86 €	482,64 €	639,46 €
U 2	3%	815,63 €	908,78 €	831,32 €	1.122,89 €	980,30 €	1.222,61 €
	5%	106,43 €	119,74 €	110,17 €	215,79 €	161,20 €	250,81 €
U 3	3%	165,97 €	185,77 €	171,76 €	319,21 €	242,52 €	382,54 €
	5%	4,41 €	5,15 €	4,83 €	37,98 €	19,97 €	49,06 €
U 4	3%	13,58 €	15,12 €	14,33 €	64,39 €	36,97 €	76,07 €
	5%	0,02 €	0,02 €	0,02 €	6,35 €	2,85 €	7,38 €
U 8	3%	1.458,55 €	1.676,75 €	1.508,08 €	1.882,02 €	1.692,93 €	2.033,11 €
	5%	305,88 €	365,24 €	327,30 €	462,26 €	388,79 €	521,04 €
U 9	3%	416,75 €	680,92 €	586,66 €	729,33 €	629,22 €	837,86 €
	5%	31,20 €	87,66 €	75,70 €	93,42 €	77,98 €	120,62 €
U 10	3%	628,38 €	817,11 €	698,94 €	935,90 €	808,92 €	1.050,11 €
	5%	68,81 €	108,44 €	91,26 €	139,60 €	110,52 €	175,99 €

Tabelle 5.6: Wert der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung mit und ohne Beitragsfreistellungsoption bei jährlicher Zahlungsweise für Verträge mit Laufzeit 35 Jahre

Auch hier ist wieder ein starker Einfluss der Höhe der Volatilität zu erkennen. So ergeben sich die größten Werte für Underlying 1 und 8. Diese zeichnen sich durch eine große Volatilität über einen langen Zeitraum aus. Erneut wirkt sich eine Steigerung des risikolosen Zinssatzes auf 5% auf den Wert der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung aus. Dieser sinkt dadurch für nahezu alle beobachteten Werte auf weniger als ein Viertel des vergleichbaren Wertes für $r = 3\%$.

Bei einer über die gesamte Laufzeit gleich bleibenden Volatilität von 6,5% ist das Risiko für die Kapitalanlagegesellschaft relativ gering. Zumindest der Wert der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung ohne Beitragsfreistellungsoption ist mit 13,58 € für $r = 3\%$ und 0,02 € für $r = 5\%$ akzeptabel. Dieses Bild ändert sich, wenn man den Wert der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung mit Beitragsfreistellungsoption betrachtet. Während sich der Wert $\Pi_K^{(1)}$ der Zusage mit Beitragsfreistellungsoption für nur einen Vertrag mit 14,33 € noch in Grenzen hält, so ändert sich dies, wenn man die Möglichkeit in Betracht zieht, dass der Kunde bei Kündigung eines Vertrages einen zweiten beginnen kann. Mit 36,97 € ist $\Pi_S^{(2)}$ mehr als doppelt so groß wie Π , was bedeutet, dass hier der Wert der Beitragsfreistellungsoption alleine größer ist als der Wert der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung ohne Beitragsfreistellungsoption. Noch gravierender fällt dies auf, wenn man den Wert $\Pi_S^{(T)}$ sieht. Nutzt ein Kunde die Möglichkeit, jedes Jahr einen neuen Vertrag zu beginnen und diesen ein Jahr später beitragsfrei zu

stellen, so sind die Garantien, die er dafür erhält, in ihrer Summe 76,07 €wert, also fast sechs mal so viel wie ohne Beitragsfreistellungsoption.

Einen ebenfalls sehr hohen Anteil der Beitragsfreistellungsoption am Gesamtrisiko ist bei den Underlyings 9 und 10 zu beobachten. Bei Underlying 9 ist beispielsweise $\Pi_S^{(2)}$ für $r = 5\%$ mehr als doppelt so groß wie Π . Geht man von einem Kunden aus, der bei gleichem Kapitalmarkt zufällig den idealen Zeitpunkt für eine Beitragsfreistellung eines Vertrags mit gleichzeitigem Beginn eines zweiten trifft, so ist der zugehörige Wert $\Pi_K^{(2)}$ sogar drei mal so groß wie Π .

Wie schon bei den Verträgen mit kürzeren Laufzeiten ist zu erkennen, dass sich der Wert der Zusage ohne Beitragsfreistellungsoption durch Umschichten von Aktien in Rentenpapiere gut kontrollieren lässt. So ist Π für Underlying 8, 9 und 10 deutlich geringer als für Underlying 1 und für 9 und 10 sogar geringer als für Underlying 2, obwohl hier mit einer konstanten Volatilität von 15% gerechnet wurde. Der Wert der Beitragsfreistellungsoption lässt sich durch einen starren Umschichtungsmechanismus aber nicht verringern. Dies sieht man deutlich, wenn man die Differenz aus dem Wert der Zusage mit und ohne Beitragsfreistellungsoption betrachtet. Wir berechnen also $\Pi_S^{(1)} - \Pi$ und stellen fest, dass das Ergebnis für Underlying 8, 9 und 10 unabhängig von der Wahl des risikolosen Zinssatzes über dem Ergebnis für Underlying 1, 2 oder 3 liegt. Erneut ist also festzustellen, dass sich das Risiko, das sich der Möglichkeit einer aktiven Spekulation des Kunden ergibt, nicht durch die starren Absicherungsmechanismen der bisher am Markt angebotenen Produkte kontrollieren lässt.

Vergleich der Werte verschiedener Laufzeiten

Um den Wert der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung mit oder ohne Beitragsfreistellungsoption für Verträge mit unterschiedlichen Laufzeiten vergleichbar zu machen, berechnen wir dessen Verhältnis zum Barwert der Beitragszahlungen als Prozentsatz. Der Barwert der Beitragszahlungen ergibt sich durch diskontieren der Beiträge mit dem risikolosen Zinssatz $r(t)$. Wir gehen dabei von einem Kunden aus, der jährlich bis zum Beginn T der Auszahlungsphase den gleich bleibenden Beitrag P bezahlt. Der Barwert $PV(P, T, r(t))$ der Beitragszahlungen ist in unserem Modell

$$PV(P, T, r(t)) = \sum_{\nu=0}^{T-1} e^{-\int_0^\nu r(s)ds} P = \sum_{\nu=0}^{T-1} e^{-\nu f_{0,\nu}} P. \quad (5.1)$$

	<u>1.Szenario</u>	<u>2.Szenario</u>	<u>3.Szenario</u>	<u>4.Szenario</u>
Zins	$T = 5$ Jahre, $P = 8.400 \text{ €}$	$T = 10$ Jahre, $P = 4.200 \text{ €}$	$T = 20$ Jahre, $P = 2.100 \text{ €}$	$T = 35$ Jahre, $P = 1.200 \text{ €}$
3%	39.589,72 €	36.832,45 €	32.059,30 €	26.394,48 €
5%	38.098,25 €	33.884,60 €	27.218,32 €	20.329,29 €

Tabelle 5.7: Barwerte der Beitragszahlungen

Underlying	Zins	Π	$\Pi_K^{(1)}$	$\Pi_S^{(1)}$	$\Pi_K^{(2)}$	$\Pi_S^{(2)}$	$\Pi_S^{(T)}$
U 1	3%	7,47%	8,05%	7,49%	8,65%	8,23%	8,93%
	5%	5,46%	5,91%	5,50%	6,54%	6,14%	6,69%
U 2	3%	4,94%	5,33%	4,96%	5,82%	5,46%	5,91%
	5%	3,08%	3,35%	3,11%	3,85%	3,53%	4,01%
U 3	3%	2,35%	2,54%	2,37%	2,91%	2,68%	3,03%
	5%	1,12%	1,22%	1,14%	1,57%	1,38%	1,65%
U 4	3%	0,88%	0,96%	0,89%	1,20%	1,07%	1,24%
	5%	0,22%	0,24%	0,23%	0,42%	0,34%	0,47%
U 5	3%	0,04%	0,04%	0,04%	0,10%	0,08%	0,11%
	5%	0,00%	0,00%	0,00%	0,01%	0,01%	0,01%

Tabelle 5.8: Wert der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung mit und ohne Beitragsfreistellungsoption als Prozentsatz der Beitragssumme bei jährlicher Zahlungsweise für Verträge mit Laufzeit fünf Jahre

Für einen konstanten risikolosen Zins $r(t) = r$ gilt dann

$$PV(P, T, r) = \sum_{\nu=0}^{T-1} e^{-\nu r} P. \quad (5.2)$$

Die Barwerte der Beitragszahlungen für die Szenarien und risikolosen Zinsen unserer Berechnungen sind in Tabelle 5.7 zu sehen.

Die Tabellen 5.8, 5.9, 5.10 und 5.11 fassen die Ergebnisse unserer Berechnungen als Prozentsatz des Barwertes der Beitragszahlungen zusammen.

Nach Abdiskontieren ist der Unterschied der Werte für den risikolosen Zins $r = 3\%$ und $r = 5\%$ zwar nicht mehr so groß, niedrigere Zinsen stellen aber dennoch bei allen Laufzeiten und allen Underlyings das größere Risiko dar.

Betrachtet man die Ergebnisse für Underlying 4 genauer, so stellt man hier fest, dass

Underlying	Zins	Π	$\Pi_K^{(1)}$	$\Pi_S^{(1)}$	$\Pi_K^{(2)}$	$\Pi_S^{(2)}$	$\Pi_S^{(T)}$
U 1	3%	8,13%	8,84%	8,17%	9,61%	8,96%	9,97%
	5%	4,94%	5,42%	5,00%	6,19%	5,64%	6,50%
U 2	3%	4,90%	5,35%	4,94%	6,00%	5,51%	6,28%
	5%	2,46%	2,71%	2,50%	3,33%	2,93%	3,53%
U 3	3%	2,01%	2,21%	2,04%	2,68%	2,36%	2,87%
	5%	0,61%	0,68%	0,63%	1,06%	0,85%	1,19%
U 4	3%	0,54%	0,60%	0,56%	0,89%	0,73%	0,97%
	5%	0,06%	0,07%	0,06%	0,22%	0,15%	0,25%
U 6	3%	1,64%	2,22%	1,97%	2,42%	2,11%	2,71%
	5%	0,41%	0,72%	0,64%	0,80%	0,66%	1,01%
U 7	3%	0,29%	0,52%	0,46%	0,61%	0,49%	0,75%
	5%	0,02%	0,06%	0,06%	0,07%	0,06%	0,11%
U 8	3%	5,45%	6,27%	5,65%	6,86%	6,26%	7,33%
	5%	2,83%	3,41%	3,04%	3,90%	3,46%	4,31%

Tabelle 5.9: Wert der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung mit und ohne Beitragsfreistellungsoption als Prozentsatz der Beitragssumme bei jährlicher Zahlungsweise für Verträge mit Laufzeit zehn Jahre

Underlying	Zins	Π	$\Pi_K^{(1)}$	$\Pi_S^{(1)}$	$\Pi_K^{(2)}$	$\Pi_S^{(2)}$	$\Pi_S^{(T)}$
U 1	3%	7,77%	8,59%	7,85%	9,51%	8,76%	10,08%
	5%	3,52%	3,49%	3,59%	4,77%	4,21%	5,13%
U 2	3%	4,22%	4,67%	4,28%	5,45%	4,90%	5,87%
	5%	1,40%	1,57%	1,44%	2,20%	1,83%	2,40%
U 3	3%	1,35%	1,50%	1,38%	2,06%	1,71%	2,25%
	5%	0,20%	0,22%	0,21%	0,54%	0,37%	0,61%
U 4	3%	0,21%	0,23%	0,22%	0,51%	0,36%	0,58%
	5%	0,01%	0,01%	0,01%	0,09%	0,04%	0,10%
U 8	3%	6,19%	7,07%	6,39%	7,81%	7,07%	8,36%
	5%	2,44%	2,90%	2,60%	3,46%	2,98%	3,91%
U 9	3%	0,81%	1,47%	1,22%	1,64%	1,37%	1,95%
	5%	0,07%	0,25%	0,21%	0,28%	0,23%	0,39%
U 10	3%	2,34%	2,88%	2,58%	3,27%	2,85%	3,69%
	5%	0,45%	0,66%	0,58%	0,82%	0,66%	1,11%

Tabelle 5.10: Wert der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung mit und ohne Beitragsfreistellungsoption als Prozentsatz der Beitragssumme bei jährlicher Zahlungsweise für Verträge mit Laufzeit 20 Jahre

Underlying	Zins	Π	$\Pi_K^{(1)}$	$\Pi_S^{(1)}$	$\Pi_K^{(2)}$	$\Pi_S^{(2)}$	$\Pi_S^{(T)}$
U 1	3%	6,58%	7,36%	6,68%	8,31%	7,53%	8,75%
	5%	1,88%	2,13%	1,93%	2,81%	2,37%	3,15%
U 2	3%	3,09%	3,44%	3,15%	4,25%	3,71%	4,63%
	5%	0,52%	0,59%	0,54%	1,06%	0,79%	1,23%
U 3	3%	0,63%	0,70%	0,65%	1,21%	0,92%	1,45%
	5%	0,02%	0,03%	0,02%	0,19%	0,10%	0,24%
U 4	3%	0,05%	0,06%	0,05%	0,24%	0,14%	0,29%
	5%	0,00%	0,00%	0,00%	0,03%	0,01%	0,04%
U 8	3%	5,53%	6,35%	5,71%	7,13%	6,41%	7,70%
	5%	1,50%	1,80%	1,61%	2,27%	1,91%	2,56%
U 9	3%	1,58%	2,58%	2,22%	2,76%	2,38%	3,17%
	5%	0,15%	0,43%	0,37%	0,46%	0,38%	0,59%
U 10	3%	2,38%	3,10%	2,65%	3,55%	3,06%	3,98%
	5%	0,34%	0,53%	0,45%	0,69%	0,54%	0,87%

Tabelle 5.11: Wert der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung mit und ohne Beitragsfreistellungsoption als Prozentsatz der Beitragssumme bei jährlicher Zahlungsweise für Verträge mit Laufzeit 35 Jahre

der Wert der Zusage mit zunehmender Laufzeit sinkt. Das liegt hier an einer konstant relativ niedrigen Volatilität. Während diese Volatilität für Verträge mit fünf Jahren Laufzeit ein noch durchaus ernst zu nehmendes Risiko darstellt, sind Verträge mit 35 Jahren Laufzeit hier fast ohne Risiko. Alle Absicherungskosten wären hier mit bereits 0,29% des Beitrags gedeckt. Dies ist der Prozentsatz, der sich aus Division des Wertes $\Pi_S^{(T)}$ der nominalen Kapitalerhaltung mit Beitragsfreistellungsoption und jährlichem Neubeginn eines neuen Vertrags und dem Barwert der Einzahlungen ergibt. Ähnliche Beobachtungen können wir für Underlying 2 und 3 machen. Auch hier fällt das Risiko offensichtlich mit steigender Laufzeit.

Etwas anders ist das Bild für die riskanteren Fonds wie zum Beispiel Underlying 1 oder Underlying 8. Hier sind die Ergebnisse für Verträge mit Laufzeit 35 Jahren kaum geringer als für Verträge mit fünf oder zehn Jahren Laufzeit. Auffallend ist, dass bei Underlying 8 für $r = 3\%$ Szenario 4 (Laufzeit 35 Jahre) ein größeres Risiko als Szenario 2 (Laufzeit zehn Jahre) darstellt, für $r = 5\%$ jedoch Szenario 2 das riskantere ist. Es ist also auch hier wieder ein starker Einfluss des risikolosen Zinses auf die Ergebnisse zu sehen.

Die größten Absicherungskosten unter den von uns betrachteten Szenarien ergeben sich für Verträge mit 20 Jahren Laufzeit. Bei Underlying 1 und $r = 3\%$ ist der Wert $\Pi_S^{(T)}$ der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung bei jährlicher Beitragsfreistellung knapp über 10% des Beitragsbarwertes. Auch die realitätsnahen Underlyings 8, 9 und 10 weisen hier sehr hohe Ergebnisse auf.

Ein geringes Risiko besteht nur bei Underlying 5 und Laufzeit 5 Jahre und bei Underlying 4 und Laufzeit 35 Jahre. Für alle anderen Underlyings und Szenarien entstehen Risikokosten, die zwischen 1% und 10% des Beitragsbarwertes liegen. Hier müsste die Fondsgesellschaft dem Sparer also zusätzlich Risiko-Absicherungskosten berechnen und diese auch explizit angeben.

Zusammenfassung der Ergebnisse

Abschließend wollen wir noch einmal stichpunktartig die wichtigsten Ergebnisse unserer Berechnungen festhalten:

- Der Wert der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung mit und ohne Beitragsfreistellungsoption ist sehr sensitiv bezüglich Änderungen der Volatilität oder des risikolosen Zinses. Bereits kleine Änderungen dieser Parameter haben große Auswirkungen auf die Ergebnisse. Dabei steigt der Wert der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung mit steigender Volatilität und sinkendem risikolosen Zins.
- Das Gesamtrisiko hat zwei Bestandteile. Erstens besteht die Gefahr, dass das Fondsvermögen am Ende der Laufzeit unter die Summe der eingezahlten Beiträge fällt. Zweitens hat der Kunde die Möglichkeit, seinen Vertrag zu jeder Zeit ruhen zu lassen und dennoch die Garantie der nominalen Kapitalerhaltung zu behalten. Der Teil des Risikos, der aus der Möglichkeit des Sparers zur Beitragsfreistellung besteht, ist zwar der geringere Teil des Gesamtrisikos, ist aber auch schlechter durch Produktdesign zu kontrollieren. Durch ein Umschichten von Aktien in Renten gegen Ende der Laufzeit lässt sich zwar der Wert der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung ohne Beitragsfreistellungsoption eindämmen, die Beitragsfreistellungsoption an sich jedoch nicht. Diese wird bei gegen Ende der Laufzeit fallender Volatilität sogar wertvoller. Eine Erklärung hierfür liegt nicht auf der Hand. Sicher ist aber, dass bei Verträgen, die sich bei Beginn einer Umschichtung in der Verlustzone befinden, durch eine Senkung der Volatilität die Chance, wieder in die Gewinnzone zu gelangen, reduziert wird.

- Es gibt keine großen Risikounterschiede zwischen Verträgen mit langer und kurzer Laufzeit. Bei konstant geringer Volatilität von 6,5%, was in etwa einem Aktienanteil von 40% entspricht, fällt jedoch das Risiko mit steigender Laufzeit.
- Es gibt nicht gedeckte Risiken, die teilweise einen sehr hohen Wert besitzen. Theoretisch ist der Wert der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung gleichzeitig der Preis jeder Risikomaßnahme zur Absicherung des nominalen Kapitalerhalts. Eine sinnvolle Lösung besteht also darin, dass Investmentfondsgesellschaften Garantievereinbarungen mit einer dritten Partei guter Bonität machen oder selbst durch ein Hedge-Portfolio die Risiken abdecken. Die Kosten dafür müssen dem Sparer als Risikokosten in Rechnung gestellt und als solche ausgewiesen werden. Bei einem Großteil der auf dem Markt vorhandenen Produkte entstehen Risikokosten von über 3% des Beitragsbarwertes. Das bedeutet, dass sie für Riester-Investmentfonds-Sparpläne einen signifikanten Kostenfaktor darstellen würden.

Kapitel 6

Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit wurde erstmalig eine umfassende Analyse der Beitragsfreistellungsoption bei Riester-Investmentfonds-Sparplänen durchgeführt. Dazu haben wir zunächst die Risiken, die in Verbindung mit zertifizierten Altersvorsorgeverträgen bei Investmentfondsgesellschaften auftreten, beschrieben und aufgezeigt, dass diese in der Regel nicht oder nicht ausreichend gedeckt sind. Für eine bestmögliche Anpassung unseres Modells an die in Deutschland angebotenen Produkte haben wir die Fondssparpläne mit variabler Volatilität modelliert.

Nach § 1 Abs. 1 AltZertG muss der Anbieter eines zertifizierten Altersvorsorgevertrags dem Sparer einzelvertraglich zusagen, dass zu Beginn der Auszahlungsphase mindestens die Summe der eingezahlten Beiträge zur Verfügung steht. Dabei haben wir festgestellt, dass bei Riester-Investmentfonds-Sparplänen zwei nicht gedeckte Risiken existieren. Erstens besteht das Risiko eines Absinkens des Fondswertes unter die Summe der eingezahlten Beiträge, wenn man von einem Sparer ausgeht, der bis zum Beginn seiner Altersrente Beiträge zahlt. Dieses Risiko wurde bereits vereinzelt in der Literatur betrachtet.¹ Bisher unberücksichtigt blieb aber das Risiko, das durch die Möglichkeit einer aktiven Spekulation des Sparers entsteht. Dieser hat nämlich zu jedem Zeitpunkt die Möglichkeit, die Beitragszahlungen einzustellen und den Altersvorsorgevertrag ruhen zu lassen, ohne dadurch die Garantie der nominalen Kapitalerhaltung zu verlieren. Diese Option, die zu festen Zeitpunkten $t = 1, \dots, T - 1$ während ihrer Laufzeit ausgeübt werden kann, ist eine Bermuda-Option. Da der Wert dieser Option von den Kursen des Underlying zu jedem dieser Zeitpunkte abhängt, lässt sich keine explizite Formel zur Bestimmung ihres Wertes finden. Es muss deshalb auf numerische Methoden wie

¹Vergleiche zum Beispiel [Gr/Ni/Sc 02].

Monte-Carlo-Simulationen zurückgegriffen werden.

Wir haben festgestellt, dass diese implizite Option des Kunden in vielen Fällen einen erheblichen Wert aufweist. Dazu haben wir umfangreiche Sensitivitätsanalysen bezüglich Änderungen von Volatilitätsstruktur und risikolosem Kapitalmarktzins durchgeführt. Die Absicherungsmechanismen der am Markt angebotenen Produkte, die schon ohne Berücksichtigung der Beitragsfreistellungsoption das Risiko zwar reduzieren aber nicht eliminieren, stellen in keiner Weise eine Absicherung gegen das Risiko der Beitragsfreistellungsoption dar. Unsere Analysen haben sogar gezeigt, dass diese in manchen Fällen dadurch sogar noch an Wert gewinnt.

Die aufsichtsrechtlichen Regelungen, die eine Eigenkapitalunterlegung bei einem Absinken des Fondswertes unter einen festgelegten Schwellenwert vorschreiben, sind nicht ausreichend. Dies zeigt schon alleine die Tatsache, dass der BVI in einer Pressemitteilung vom 8. Juni 2002 verlauten lässt, dass es durch diese Regelung gelungen sei, Riester-Investmentfonds-Sparpläne ohne Risikokosten anzubieten.² Unsere Analysen haben aber gezeigt, dass die Risiken, die in der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung in Verbindung mit der Beitragsfreistellungsoption stecken, einen erheblichen Wert aufweisen. Dieser Wert ist gleich den Kosten für die Absicherungsmaßnahmen, die die Risiken decken. Da die Fondsgesellschaften ohne Risikokosten planen, bedeutet das, dass sie auch ohne zusätzliche Absicherungsmaßnahmen planen. Würde man die dem Sparer die von uns ermittelnden Risikokosten als Prozentsatz der monatlichen Prämie in Rechnung stellen, so wären diese ein signifikanter Kostenfaktor.

Unsere Analysen bringen ein weiteres eindrucksvolles Beispiel dafür, dass in vielen Finanzprodukten implizite Risiken stecken, die von den Anbietern oft nicht erkannt oder nicht ausreichend bewertet und gemanagt werden. Sind solche Risiken mit einer aktiven Spekulationsmöglichkeit des Kunden gegen den Anbieter verbunden, so wird es umso schwerer, diese durch Produktdesign oder starre Absicherungsmechanismen abzudecken. Außerdem wird es bei immer volatileren Märkten wichtiger, Risiken ausreichend abzusichern. Auch Optionen für Kunden, die bei Vertragsabschluss angeblich ein vernachlässigbar geringes Risiko darstellen, können sich später bei ungünstigen Entwicklungen am Kapitalmarkt zu großen Problemen entwickeln.

Wie gefährlich Risiken dieser Art sein können, sieht man an einem in [Di 02] beschriebenen Beispiel des englischen Versicherers Equitable Life. Dieser musste sein Neugeschäft einstellen, weil eine Option der Kunden einer aufgeschobenen Rentenversicherung von

²Vergleiche Anhang B.3.

ursprünglich scheinbar geringem Risiko während der Laufzeit immens an Wert gewann. Da Equitable Life auf eine Absicherung dieses Risikos verzichtet hatte, entstand in der aktuellen Niedrigzinsphase ein hoher Nachreservierungsbedarf.

Um böse Überraschungen dieser Art in der Fondsbranche zu vermeiden, ist es notwendig, zusätzliche Risikoabsicherungsmaßnahmen für Riester-Investmentfonds-Sparpläne durchzuführen. Da es aufgrund des starken Kostenwettbewerbs nicht zu erwarten ist, dass die Fondsgesellschaften solche aus Eigeninitiative durchführen, müssen strengere gesetzliche Rahmenbedingungen geschaffen werden. Nur so ist es möglich, die Sparbeiträge der Kunden ausreichend abzusichern und die Risiken zu decken. Da Sicherheit im Bereich der Altersvorsorge an erster Stelle stehen muss, kann es nur im Interesse der Kunden und der Fondsgesellschaften sein, durch neue Regelungen die eingegangenen Verpflichtungen abzusichern.

Anhang A

Gesetzestexte

A.1 § 1 AltZertG

Begriffsbestimmungen

(1) Ein Altersvorsorgevertrag im Sinne dieses Gesetzes liegt vor, wenn zwischen dem Anbieter und einer natürlichen Person (Vertragspartner) eine Vereinbarung in deutscher Sprache geschlossen wird,

1. in der sich der Vertragspartner verpflichtet, in der Ansparphase laufend freiwillige Aufwendungen (Altersvorsorgebeiträge) zu erbringen;
2. die vorsieht, dass Leistungen für den Vertragspartner zur Altersversorgung nicht vor Vollendung des 60. Lebensjahres oder dem Beginn einer Altersrente des Vertragspartners aus der gesetzlichen Rentenversicherung oder nach dem Gesetz über die Alterssicherung der Landwirte oder dem Beginn einer Versorgung nach den beamten- und soldatenversorgungsrechtlichen Regelungen wegen Erreichens der Altersgrenze erbracht werden (Beginn der Auszahlungsphase); im Fall des Bezugs einer Rente wegen verminderter Erwerbsfähigkeit aus der gesetzlichen Rentenversicherung oder nach dem Gesetz über die Alterssicherung der Landwirte sowie im Fall des Bezugs eines Ruhegehaltes, das einem Beamten, Richter oder Soldaten nach Versetzung in den Ruhestand wegen Dienstunfähigkeit, die nicht auf einem Dienstunfall beruht, gewährt wird, können Rentenleistungen aus einer Zusatzversicherung gemäß Nummer 3 erbracht werden;
3. in welcher der Anbieter zusagt, dass zu Beginn der Auszahlungsphase zumindest die eingezahlten Altersvorsorgebeiträge für die Auszahlungsphase zur Verfügung

- stehen; sofern Beitragsanteile zur Absicherung der verminderten Erwerbsfähigkeit oder Dienstunfähigkeit verwendet werden, sind bis zu 15 vom Hundert der Gesamtbeiträge in diesem Zusammenhang nicht zu berücksichtigen;
4. die vorsieht, dass die Auszahlung ab Beginn der Auszahlungsphase in Form einer lebenslangen gleich bleibenden oder steigenden monatlichen Leibrente oder eines Auszahlungsplans mit unmittelbar anschließender lebenslanger Teilkapitalverrentung im Sinne der Nummer 5 erfolgt; Anbieter und Vertragspartner können vereinbaren, dass bis zu drei Monatsrenten in einer Auszahlung zusammengefasst werden können;
 5. die im Falle der Vereinbarung eines Auszahlungsplans bestimmt, dass die Auszahlung ab Beginn der Auszahlungsphase bis zur Vollendung des 85. Lebensjahrs entweder in zugesagten gleich bleibenden oder steigenden monatlichen Raten oder in zugesagten gleich bleibenden oder steigenden monatlichen Teilraten und zusätzlich in variablen Teilraten erfolgt und ein Anteil des zu Beginn der Auszahlungsphase zur Verfügung stehenden Kapitals zu Beginn der Auszahlungsphase in eine Rentenversicherung eingebracht wird, die dem Vertragspartner ab Vollendung des 85. Lebensjahres eine gleich bleibende oder steigende lebenslange Leibrente gewährt, deren erste monatliche Rate mindestens so hoch ist wie die letzte monatliche Auszahlung aus dem Auszahlungsplan unter Außerachtlassung variabler Teilraten; Anbieter und Vertragspartner können vereinbaren, dass bis zu drei Monatsraten oder drei Monatsrenten in einer Auszahlung zusammengefasst werden können;
 6. die eine ergänzende Hinterbliebenenabsicherung (Hinterbliebenenrente) vorsehen kann; Hinterbliebene in diesem Sinne sind der Ehegatte und die in seinem Haushalt lebenden Kinder, für die er Kindergeld oder einen Freibetrag nach § 32 Abs. 6 des Einkommensteuergesetzes erhält; der Anspruch auf Waisenrente darf längstens für den Zeitraum bestehen, in dem der Rentenberechtigte die Voraussetzungen für die Berücksichtigung als Kind im Sinne des § 32 des Einkommensteuergesetzes erfüllt;
 7. die bestimmt, dass die Altersvorsorgebeiträge, die erwirtschafteten Erträge und Veräußerungsgewinne in
 - (a) Rentenversicherungen und Kapitalisierungsprodukten im Sinne des § 1 Abs. 4 Satz 2 des Versicherungsaufsichtsgesetzes,

- (b) Bankguthaben mit Zinsansammlung oder mit kostenfreier Anlage der Zinserträge in den unter Buchstabe c genannten Investmentfonds unter Vereinbarung einer Rückübertragung dieser Beträge zu Beginn der Auszahlungsphase,
- (c) Anteilen an in- und ausländischen thesaurierenden oder ausschüttenden Investmentfonds angelegt werden, für deren Rechnung gemäß Vertragsbedingungen oder Satzung nur solche Derivatgeschäfte abgeschlossen werden dürfen, die der Absicherung des Fondsvermögens, dem späteren Erwerb von Wertpapieren oder zur Erzielung eines zusätzlichen Ertrags aus bereits vorhandenen Vermögensgegenständen dienen; bei ausschüttenden Investmentfonds muss die Vereinbarung bestimmen, dass die Ausschüttungen zum Wert des Anteils (Inventarwert pro Anteil) kostenfrei unverzüglich wieder angelegt werden; inländische Investmentfonds müssen Sondervermögen nach dem Gesetz über Kapitalanlagegesellschaften sein; bei ausländischen Investmentanteilen muss es sich um Investmentanteile handeln, die der Richtlinie 85/611/EWG des Rates vom 20. Dezember 1985 zur Koordinierung der Rechts- und Verwaltungsvorschriften betreffend bestimmte Organismen für gemeinsame Anlagen in Wertpapieren (OGAW) (ABl. EG Nr. L 375 S. 3), zuletzt geändert durch die Richtlinie 95/26/EG des Europäischen Parlaments und des Rates vom 29. Juni 1995 (ABl. EG Nr. L 168 S. 7), unterliegen und die nach dem Auslandsinvestment-Gesetz öffentlich vertrieben werden dürfen;

die genannten Produkte können mit einer Zusatzversicherung für verminderte Erwerbsfähigkeit kombiniert sein;

- 8. die vorsieht, dass die in Ansatz gebrachten Abschluss- und Vertriebskosten über einen Zeitraum von mindestens zehn Jahren in gleichmäßigen Jahresbeträgen verteilt werden, soweit sie nicht als Vomhundertsatz von den Altersvorsorgebeiträgen abgezogen werden;
- 9. in der sich der Anbieter verpflichtet, den Vertragspartner jährlich schriftlich über die Verwendung der eingezahlten Altersvorsorgebeiträge, das bisher gebildete Kapital, die einbehaltenen anteiligen Abschluss- und Vertriebskosten, die Kosten für die Verwaltung des gebildeten Kapitals, die erwirtschafteten Erträge sowie bei Umwandlung eines bestehenden Vertrags in einen Altersvorsorgevertrag die bis zum Zeitpunkt der Umwandlung angesammelten Beiträge und Erträge zu infor-

mieren; der Anbieter muss auch darüber schriftlich informieren, ob und wie er ethische, soziale und ökologische Belange bei der Verwendung der eingezahlten Altersvorsorgebeiträge berücksichtigt;

10. die dem Vertragspartner während der Ansparphase einen Anspruch gewährt,
 - (a) den Vertrag ruhen zu lassen,
 - (b) den Vertrag mit einer Frist von drei Monaten zum Ende eines Kalendervierteljahres zu kündigen, um das gebildete Kapital auf einen anderen auf seinen Namen lautenden Altersvorsorgevertrag desselben oder eines anderen Anbieters übertragen zu lassen oder
 - (c) mit einer Frist von drei Monaten zum Ende eines Kalendervierteljahres die teilweise oder vollständige Auszahlung des gebildeten Kapitals für eine Verwendung im Sinne des § 92a des Einkommensteuergesetzes zu verlangen und
 11. die die Abtretung oder Übertragung von Forderungen oder Eigentumsrechten aus dem Vertrag an Dritte ausschließt. Altersvorsorgeverträge können auch Verträge sein, die die Förderung selbst genutzten Wohnungseigentums ermöglichen, sofern sie die Anforderungen des Satzes 1 gleichartig erfüllen. Altersvorsorgeverträge können auch Verträge mit Anbietern im Sinne des Absatzes 2 sein, die vor Inkrafttreten dieses Gesetzes abgeschlossen worden sind, wenn diese, im Bedarfsfall nach einer entsprechenden Änderung, die Voraussetzungen für eine Zertifizierung im Sinne dieses Gesetzes erfüllen. Ein Altersvorsorgevertrag im Sinne dieses Gesetzes kann zwischen dem Anbieter und dem Vertragspartner auch auf Grundlage einer rahmenvertraglichen Vereinbarung mit einer Vereinigung geschlossen werden, wenn der begünstigte Personenkreis die Voraussetzungen des § 10a des Einkommensteuergesetzes erfüllt.
- (2) Anbieter eines Altersvorsorgevertrags im Sinne dieses Gesetzes ist, wer die Zusage nach Absatz 1 Satz 1 Nr. 3 abgibt. Zertifizierungsfähig kann die Zusage nur abgegeben werden von
1. Lebensversicherungsunternehmen, soweit ihnen hierfür eine Erlaubnis nach dem Versicherungsaufsichtsgesetz erteilt worden ist, Kreditinstituten, die eine Erlaubnis zum Betreiben des Einlagengeschäftes im Sinne von § 1 Abs. 1 Satz 2 Nr. 1 des Gesetzes über das Kreditwesen haben, und Kapitalanlagegesellschaften mit Sitz im Inland oder

2. Lebensversicherungsunternehmen im Sinne der Richtlinie 92/96/EWG des Rates vom 10. November 1992 zur Koordinierung der Rechts- und Verwaltungsvorschriften für die Direktversicherung (Lebensversicherung) sowie zur Änderung der Richtlinien 79/267/EWG und 90/619/EWG (Dritte Richtlinie Lebensversicherung), (ABl. EG Nr. L 360 S. 1) sowie Kreditinstituten im Sinne der Richtlinie 89/646/EWG des Rates vom 15. Dezember 1989 zur Koordinierung der Rechts- und Verwaltungsvorschriften über die Aufnahme und Ausübung der Tätigkeit der Kreditinstitute und zur Änderung der Richtlinie 77/780/EWG (ABl. EG Nr. L 386 S. 1; Korrigendum ABl. EG Nr. L 15 S. 30)und 77/780/EWG des Rates vom 12. Dezember 1977 zur Koordinierung der Rechts- und Verwaltungsvorschriften über die Aufnahme und Ausübung der Tätigkeit der Kreditinstitute (ABl. EG Nr. L 322 S. 30), mit Sitz in einem anderen Staat des Europäischen Wirtschaftsraums, soweit sie gemäß § 110a Abs. 2 des Versicherungsaufsichtsgesetzes oder § 53b Abs. 1 Satz 1 des Gesetzes über das Kreditwesen entsprechende Geschäfte im Inland betreiben dürfen, oder von Verwaltungs- oder Investmentgesellschaften im Sinne der Richtlinie 85/611/EWG mit Sitz in einem anderen Staat des Europäischen Wirtschaftsraums oder
3. inländischen Zweigstellen von Lebensversicherungsunternehmen oder Kreditinstituten, die eine Erlaubnis zum Betreiben des Einlagengeschäftes im Sinne von § 1 Abs. 1 Satz 2 Nr. 1 des Gesetzes über das Kreditwesen haben, mit Sitz außerhalb des Europäischen Wirtschaftsraums, soweit die Zweigstellen die Voraussetzungen des § 105 Abs. 1 des Versicherungsaufsichtsgesetzes oder des § 53, auch in Verbindung mit § 53c des Gesetzes über das Kreditwesen, erfüllen.

Finanzdienstleistungsinstitute sowie Kreditinstitute mit Sitz im Inland, die keine Erlaubnis zum Betreiben des Einlagengeschäftes im Sinne von § 1 Abs. 1 Satz 2 Nr. 1 des Gesetzes über das Kreditwesen haben, und Wertpapierdienstleistungsunternehmen im Sinne der Richtlinie 93/22/EWG des Rates vom 10. Mai 1993 über Wertpapierdienstleistungen (ABl. EG Nr. L 141 S. 27) mit Sitz in einem anderen Staat des Europäischen Wirtschaftsraums können Anbieter sein, wenn sie

1. nach ihrem Erlaubnisumfang nicht unter die Ausnahmeregelungen nach § 2 Abs. 7 oder 8 des Gesetzes über das Kreditwesen fallen oder im Falle von Wertpapierdienstleistungsunternehmen vergleichbaren Einschränkungen der Solvenzaufsicht in dem anderen Staat des Europäischen Wirtschaftsraums unterliegen,

2. ein Anfangskapital im Sinne von § 10 Abs. 2a Satz 1 Nr. 1 bis 7 des Gesetzes über das Kreditwesen (Anfangskapital) in Höhe von mindestens 730 000 Euro nachweisen und
3. nach den Bedingungen des Altersvorsorgevertrages die Gelder nur anlegen
 - (a) bei Kreditinstituten im Sinne des Satzes 2 oder
 - (b) in Anteilen an thesaurierenden Investmentfonds im Sinne von Absatz 1 Satz 1 Nr. 7.

(3) Die Zertifizierung eines Altersvorsorgevertrages nach diesem Gesetz ist die Feststellung, dass die Vertragsbedingungen des Altersvorsorgevertrages des Anbieters den Anforderungen der Absätze 1 und 2 entsprechen. Eine Zertifizierung im Sinne des § 4 Abs. 2 Satz 1 stellt ausschließlich die Übereinstimmung des Vertrages mit den Anforderungen des Absatzes 1 fest.

(4) Zertifizierungsstelle ist die in § 2 Abs. 1 bestimmte Behörde oder die nach § 3 Abs. 1 bestimmte sonstige Stelle.

A.2 § 10a EStG

(1) In der gesetzlichen Rentenversicherung Pflichtversicherte können Altersvorsorgebeiträge (§ 82) zuzüglich der dafür nach Abschnitt XI zustehenden Zulage

in den Veranlagungszeiträumen 2002 und 2003 bis zu 525 Euro,

in den Veranlagungszeiträumen 2004 und 2005 bis zu 1.050 Euro,

in den Veranlagungszeiträumen 2006 und 2007 bis zu 1.575 Euro,

ab dem Veranlagungszeitraum 2008 jährlich bis zu 2.100 Euro

als Sonderausgaben abziehen; das Gleiche gilt für

1. Empfänger von Besoldung nach dem Bundesbesoldungsgesetz,
2. Empfänger von Amtsbezügen aus einem Amtsverhältnis, deren Versorgungsrecht die entsprechende Anwendung des § 69e Abs. 3 und 4 des Beamtenversorgungsgesetzes vorsieht,
3. die nach § 5 Abs. 1 Satz 1 Nr. 2 und 3 des Sechsten Buches Sozialgesetzbuch versicherungsfrei Beschäftigten und die nach § 6 Abs. 1 Satz 1 Nr. 2 des Sechsten

Buches Sozialgesetzbuch von der Versicherungspflicht befreiten Beschäftigten, deren Versorgungsrecht die entsprechende Anwendung des § 69e Abs. 3 und 4 des Beamtenversorgungsgesetzes vorsieht, und

4. Beamte, Richter, Berufssoldaten und Soldaten auf Zeit, die ohne Besoldung beurlaubt sind, für die Zeit einer Beschäftigung, wenn während der Beurlaubung die Gewährleistung einer Versorgungsanwartschaft unter den Voraussetzungen des § 5 Abs. 1 Satz 1 des Sechsten Buches Sozialgesetzbuch auf diese Beschäftigung erstreckt wird,

wenn sie die nach Absatz 1a erforderlichen Erklärungen abgegeben und nicht widerrufen haben. Für Steuerpflichtige im Sinne des Satzes 1 Halbsatz 2, die Elternzeit nach § 1 Abs. 1 der Elternzeitverordnung in Verbindung mit § 15 Abs. 1 des Bundeserziehungsgeldgesetzes in Anspruch nehmen, gilt dies nur während des Zeitraums nach § 50a des Beamtenversorgungsgesetzes. Versicherungspflichtige nach dem Gesetz über die Alterssicherung der Landwirte sowie Personen, die wegen Arbeitslosigkeit bei einem inländischen Arbeitsamt als Arbeitsuchende gemeldet sind und der Versicherungspflicht in der Rentenversicherung nicht unterliegen, weil sie eine Leistung nach dem Dritten Buch Sozialgesetzbuch nur wegen des zu berücksichtigenden Einkommens oder Vermögens nicht beziehen, stehen Pflichtversicherten gleich. Satz 1 gilt nicht für Pflichtversicherte, die kraft zusätzlicher Versorgungsregelung in einer Zusatzversorgungspflichtversichert sind und bei denen eine der Versorgung der Beamten ähnliche Gesamtversorgung aus der Summe der Leistungen der gesetzlichen Rentenversicherung und der Zusatzversorgung gewährleistet ist.

(1a) Sofern eine Zulagenummer durch die zentrale Stelle (§ 81) oder eine Versicherungsnummer nach § 147 des Sechsten Buches Sozialgesetzbuch noch nicht vergeben ist, hat der in Absatz 1 Satz 1 Nr. 1 oder 2 genannte Steuerpflichtige über die für seine Besoldung oder seine Amtsbezüge zuständige Stelle, in den Fällen des Absatzes 1 Satz 1 Nr. 3 über den seine Versorgung gewährleistenden Arbeitgeber seiner rentenversicherungsfreien Beschäftigung oder in den Fällen des Absatzes 1 Satz 1 Nr. 4 über den zur Zahlung des Arbeitsentgelts verpflichteten Arbeitgeber eine Zulagenummer (§ 90 Abs. 1 Satz 2 und 3) bei der zentralen Stelle zu beantragen. Gegenüber der für seine Besoldung oder Amtsbezüge zuständigen Stelle, in den Fällen des Absatzes 1 Satz 1 Nr. 3 gegenüber dem seine Versorgung gewährleistenden Arbeitgeber der rentenversicherungsfreien Beschäftigung oder in den Fällen des Absatzes 1 Satz 1 Nr. 4 gegenüber dem zur Zahlung des Arbeitsentgelts verpflichteten Arbeitgeber hat er sein

Einverständnis zu erklären, dass

1. diese jährlich die für die Ermittlung des Mindesteigenbeitrags (§ 86) und die für die Gewährung der Kinderzulage (§ 85) erforderlichen Daten der zentralen Stelle mitteilt,
2. die zentrale Stelle diese Daten für das Zulageverfahren verarbeiten und nutzen kann,
3. in den Fällen des Absatzes 1 Satz 1 Nr. 3 von dem seine Versorgung gewährleisten den Arbeitgeber der zentralen Stelle bestätigt wird, dass das Versorgungsrecht des Steuerpflichtigen eine entsprechende Anwendung des § 69e Abs. 3 und 4 des Beamtenversorgungsgesetzes vorsieht und
4. in den Fällen des Absatzes 1 Satz 1 Nr. 4 von dem zur Zahlung des Arbeitsentgelts verpflichteten Arbeitgeber der zentralen Stelle bestätigt wird, dass die Gewährleistung einer Versorgungsanwartschaft unter den Voraussetzungen des § 5 Abs. 1 Satz 1 des Sechsten Buches Sozialgesetzbuch auf diese Beschäftigung erstreckt wird.

Die Einverständniserklärung ist bis zum Widerruf wirksam. Der Widerruf ist vor Beginn des Veranlagungszeitraums, für den das Einverständnis erstmals nicht mehr gelten soll, gegenüber der für die Besoldung oder Amtsbezüge zuständigen Stelle, in den Fällen des Absatzes 1 Satz 1 Nr. 3 gegenüber dem seine Versorgung gewährleisten den Arbeitgeber der rentenversicherungsfreien Beschäftigung oder in den Fällen des Absatzes 1 Satz 1 Nr. 4 über den zur Zahlung des Arbeitsentgelts verpflichteten Arbeitgeber zu erklären.

(2) Ist der Sonderausgabenabzug nach Absatz 1 für den Steuerpflichtigen günstiger als der Anspruch auf die Zulage nach Abschnitt XI, erhöht sich die unter Berücksichtigung des Sonderausgabenabzugs ermittelte tarifliche Einkommensteuer um den Anspruch auf Zulage. 2In den anderen Fällen scheidet der Sonderausgabenabzug aus. 3Die Günstigerprüfung wird von Amts wegen vorgenommen; hierbei sind zur Berücksichtigung eines Kindes immer die Freibeträge nach § 32 Abs. 6 abzuziehen.

(3) Der Abzugsbetrag nach Absatz 1 steht im Fall der Veranlagung von Ehegatten nach § 26 Abs. 1 jedem Ehegatten unter den Voraussetzungen des Absatzes 1 gesondert zu. 2Gehört nur ein Ehegatte zu dem nach Absatz 1 begünstigten Personenkreis und ist der andere Ehegatte nach § 79 Satz 2 zulageberechtigt, sind bei dem nach Absatz 1

abzugsberechtigten Ehegatten die von beiden Ehegatten geleisteten Altersvorsorgebeiträge und die dafür zustehenden Zulagen bei der Anwendung der Absätze 1 und 2 zu berücksichtigen.

(4) Im Fall des Absatzes 2 Satz 1 stellt das Finanzamt die über den Zulageanspruch nach Abschnitt XI hinausgehende Steuerermäßigung gesondert fest und teilt diese der zentralen Stelle (§ 81) mit; § 10d Abs. 4 Satz 3 bis 5 gilt entsprechend. Sind Altersvorsorgebeiträge zugunsten von mehreren Verträgen geleistet worden, erfolgt die Zurechnung im Verhältnis der nach Absatz 1 berücksichtigten Altersvorsorgebeiträge. Ehegatten ist der nach Satz 1 festzustellende Betrag auch im Falle der Zusammenveranlagung jeweils getrennt zuzurechnen; die Zurechnung erfolgt im Verhältnis der nach Absatz 1 berücksichtigten Altersvorsorgebeiträge. Die Übermittlung an die zentrale Stelle erfolgt unter Angabe der Vertrags- und Steuernummer.

(5) Der Steuerpflichtige hat die zu berücksichtigenden Altersvorsorgebeiträge durch eine vom Anbieter auszustellende Bescheinigung nach amtlich vorgeschriebenem Vordruck nachzuweisen. Die übrigen Voraussetzungen für den Sonderausgabenabzug nach den Absätzen 1 bis 3 werden im Wege des automatisierten Datenabgleichs nach § 91 überprüft.

A.3 § 84 EStG

Jeder Zulageberechtigte erhält eine Grundzulage; diese beträgt

in den Jahren 2002 und 2003	38 Euro,
in den Jahren 2004 und 2005	76 Euro,
in den Jahren 2006 und 2007	114 Euro,
ab dem Jahr 2008 jährlich	154 Euro.

A.4 § 85 EStG

(1) Die Kinderzulage beträgt für jedes Kind, für das dem Zulageberechtigten Kindergeld ausgezahlt wird,

in den Jahren 2002 und 2003	46 Euro,
in den Jahren 2004 und 2005	92 Euro,
in den Jahren 2006 und 2007	138 Euro,
ab dem Jahr 2008 jährlich	185 Euro.

Der Anspruch auf Kinderzulage entfällt für den Veranlagungszeitraum, für den das Kindergeld insgesamt zurückgefordert wird. Erhalten mehrere Zulageberechtigte für dasselbe Kind Kindergeld, steht die Kinderzulage demjenigen zu, dem für den ersten Anspruchszeitraum (§ 66 Abs. 2) im Kalenderjahr Kindergeld ausgezahlt worden ist.

(2) Bei Eltern, die die Voraussetzungen des § 26 Abs. 1 erfüllen, wird die Kinderzulage der Mutter zugeordnet, auf Antrag beider Eltern dem Vater. Der Antrag kann jeweils nur für ein Beitragsjahr gestellt und nicht zurückgenommen werden.

A.5 § 86 EStG

(1) Die Zulage nach den §§ 84 und 85 wird gekürzt, wenn der Zulageberechtigte nicht den Mindesteigenbeitrag leistet. Dieser beträgt

- in den Jahren 2002 und 2003 1 vom Hundert,
- in den Jahren 2004 und 2005 2 vom Hundert,
- in den Jahren 2006 und 2007 3 vom Hundert,
- ab dem Jahr 2008 jährlich 4 vom Hundert

der Summe der in dem dem Kalenderjahr vorangegangenen Kalenderjahr

1. erzielten beitragspflichtigen Einnahmen im Sinne des Sechsten Buches Sozialgesetzbuch,
2. bezogenen Besoldung und Amtsbezüge und
3. in den Fällen des § 10a Abs. 1 Satz 1 Nr. 3 erzielten Einnahmen, die beitragspflichtig wären, wenn die Versicherungsfreiheit in der gesetzlichen Rentenversicherung nicht bestehen würde,

jedoch nicht mehr als die in § 10a Abs. 1 Satz 1 genannten Beträge, vermindert um die Zulage nach den §§ 84 und 85; gehört der Ehegatte zum Personenkreis nach § 79 Satz 2, berechnet sich der Mindesteigenbeitrag des nach § 79 Satz 1 Begünstigten unter Berücksichtigung der den Ehegatten insgesamt zustehenden Zulagen. Auslandsbezogene Bestandteile nach den §§ 52 ff. des Bundesbesoldungsgesetzes bleiben unberücksichtigt. Als Sockelbetrag sind zu leisten in jedem der Jahre von 2002 bis 2004

45 Euro von Zulageberechtigten, denen keine Kinderzulage zusteht,

38 Euro von Zulageberechtigten, denen eine Kinderzulage zusteht,

30 Euro von Zulageberechtigten, denen zwei oder mehr Kinderzulagen zustehen,

und ab dem Jahr 2005 jährlich

90 Euro von Zulageberechtigten, denen keine Kinderzulage zusteht,

75 Euro von Zulageberechtigten, denen eine Kinderzulage zusteht und

60 Euro von Zulageberechtigten, denen zwei oder mehr Kinderzulagen zustehen.

Ist der Sockelbetrag höher als der Mindesteigenbeitrag nach Satz 2, so ist der Sockelbetrag als Mindesteigenbeitrag zu leisten. Die Kürzung der Zulage ermittelt sich nach dem Verhältnis der Altersvorsorgebeiträge zum Mindesteigenbeitrag.

(2) Ein nach § 79 Satz 2 begünstigter Ehegatte hat Anspruch auf eine ungekürzte Zulage, wenn der zum begünstigten Personenkreis nach § 79 Satz 1 gehörende Ehegatte seinen Mindesteigenbeitrag unter Berücksichtigung der den Ehegatten insgesamt zustehenden Zulagen erbracht hat. Werden bei einer in der gesetzlichen Rentenversicherungspflichtversicherten Person beitragspflichtige Einnahmen zugrunde gelegt, die höher sind als das tatsächlich erzielte Entgelt oder die Lohnersatzleistung, ist das tatsächlich erzielte Entgelt oder der Zahlbetrag der Lohnersatzleistung, mindestens jedoch die bei geringfügiger Beschäftigung zu berücksichtigende Mindestbeitragsbemessungsgrundlage für die Berechnung des Mindesteigenbeitrags zu berücksichtigen. Satz 2 gilt auch in den Fällen, in denen im vorangegangenen Jahr keine der in Absatz 1 Satz 2 genannten Beträge bezogen wurden.

(3) Für Versicherungspflichtige nach dem Gesetz über die Alterssicherung der Landwirte ist Absatz 1 mit der Maßgabe anzuwenden, dass auch die Einkünfte aus Land- und Forstwirtschaft im Sinne des § 13 des zweiten dem Beitragsjahr vorangegangenen Veranlagungszeitraums als beitragspflichtige Einnahmen des vorangegangenen Kalenderjahres gelten.

(4) Wird nach Ablauf des Beitragsjahres festgestellt, dass die Voraussetzungen für die Gewährung einer Kinderzulage nicht vorgelegen haben, ändert sich dadurch die Berechnung des Mindesteigenbeitrags für dieses Beitragsjahr nicht.

A.6 § 1 Abs. 3 KAGG

(3) Kapitalanlagegesellschaften dürfen nur in der Rechtsform der Aktiengesellschaft oder der Gesellschaft mit beschränkter Haftung betrieben werden. Sie müssen ihren satzungsgemäßen Sitz und die Hauptverwaltung im Geltungsbereich dieses Gesetzes haben.

A.7 § 2 Abs. 2 KAGG

(2) Die Erlaubnis zum Geschäftsbetrieb darf einer Kapitalanlagegesellschaft nur erteilt werden, wenn

- (a) das eingezahlte Nennkapital mindestens zweieinhalb Millionen Euro beträgt,
- (b) die Geschäftsleiter der Kapitalanlagegesellschaft zuverlässig sind und die zur Leitung der Kapitalanlagegesellschaft erforderliche fachliche Eignung haben und
- (c) die Satzung (Gesellschaftsvertrag) der Kapitalanlagegesellschaft vorsieht, dass außer den Geschäften, die zur Anlage ihres eigenen Vermögens erforderlich sind, nur die in § 1 Abs. 1 und 6 Satz 1 genannten Geschäfte und Tätigkeiten betrieben werden.

A.8 § 10 Abs. 1 KWG

(1) Die Institute müssen im Interesse der Erfüllung ihrer Verpflichtungen gegenüber ihren Gläubigern, insbesondere zur Sicherheit der ihnen anvertrauten Vermögenswerte, angemessene Eigenmittel haben. Das Bundesministerium der Finanzen stellt durch eine im Benehmen mit der Deutschen Bundesbank zu erlassende Rechtsverordnung im Rahmen der Vorgaben des Rechts der Europäischen Gemeinschaften, die die Anforderungen an die Angemessenheit der Eigenmittel der Institute regeln, Solvabilitätsgrundsätze auf, nach denen die Bundesanstalt im Regelfall beurteilt, ob die Anforderungen des Satzes 1 erfüllt sind. Das Bundesministerium der Finanzen kann die Ermächtigung durch Rechtsverordnung auf die Bundesanstalt mit der Maßgabe übertragen, dass die Rechtsverordnung im Einvernehmen mit der Deutschen Bundesbank ergeht. Vor Erlass der Rechtsverordnung sind die Spitzenverbände der Institute anzuhören. Die Institute haben der Bundesanstalt und der Deutschen Bundesbank monatlich die nach den Solvabilitätsgrundsätzen für die Überprüfung der angemessenen Eigenkapitalausstattung erforderlichen Angaben einzureichen; nähere Bestimmungen über Inhalt, Art, Umfang und Form der Angaben und über die zulässigen Datenträger und Übertragungswege sind in der Rechtsverordnung nach Satz 2 zu regeln.

Anhang B

Rundschreiben und Pressemitteilungen

B.1 Rundschreiben 12/2001 des BAKred

An alle Kreditinstitute und an alle Finanzdienstleistungsinstitute der Gruppen I, II und IIIa in der Bundesrepublik Deutschland

Bankaufsichtliche Berücksichtigung der Leistungszusagen nach § 1 Abs. 1 Satz 1 Nr. 3 des Gesetzes über die Zertifizierung von Altersvorsorgeverträgen (Altersvorsorgeverträge-Zertifizierungsgesetz - AltZertG)

Nach § 1 Abs. 1 Satz 1 Nr. 3 des Gesetzes über die Zertifizierung von Altersvorsorgeverträgen (Altersvorsorgeverträge-Zertifizierungsgesetz - AltZertG)¹ muss der Anbieter eines Altersvorsorgevertrages die Zusage abgeben, dass zu Beginn der Auszahlungsphase zumindest die eingezahlten Altersvorsorgebeiträge für die Auszahlungsphase zur Verfügung stehen. Unter die Zusage fallen, im Folgenden als "Beiträge" bezeichnet, die vom Sparer geleisteten Eigenbeiträge und die von der zentralen Zulagenstelle an den Anbieter überwiesenen Zulagen vermindert um die Beitragsanteile - bis zu 15 % der Gesamtbeiträge -, die zur Absicherung der verminderten Erwerbsfähigkeit verwendet werden. Zur Erfüllung der dadurch eingegangenen Verpflichtung gegenüber dem Vertragspartner aus dem Altersvorsorgevertrag haben die Institute gemäß § 10 Abs. 1 Satz

¹Siehe Artikel 7 des Gesetzes zur Reform der gesetzlichen Rentenversicherung und zur Förderung eines kapitalgedeckten Altersvorsorgevermögens (Altersvermögensgesetz - AVmG) vom 26. Juni 2001 (BGBl. I S. 1310 ff.).

1 KWG angemessene Eigenmittel aufzuweisen.

Die Höhe der speziell für die eingegangenen Zusagen nach § 1 Abs. 1 Satz 1 Nr. 3 AltZertG vorzuhaltenden Eigenmittel hängt von der Ausgestaltung der Zusage ab. Generell sind drei Fallgestaltungen denkbar:

- (a) Die Zusage wird für ein Bankguthaben mit Zinsansammlung beim Anbieter selbst abgegeben.
- (b) Die Zusage wird für eine bei einem Dritten getätigte Anlage abgegeben.
- (c) Die Zusage wird für eine selbst verwaltete Anlage in Anteilen an thesaurierenden Investmentfonds oder an ausschüttenden Investmentfonds mit kostenfreier unverzüglicher Wiederanlage abgegeben.

Eine Anlage in vom Anbieter selbst angebotene Versicherungsprodukte ist für den Adressatenkreis dieses Rundschreibens auszuschließen.

Im Fall (a) entspricht die Zusage nach § 1 Abs. 1 Satz 1 Nr. 3 AltZertG der üblichen Rückzahlungszusage, die jedes das Einlagengeschäft betreibende Institut abgibt. Sie unterliegt nicht den Anforderungen des Grundsatz I über die Eigenmittel der Institute - GS I - oder der Groß- und Millionenkreditverordnung - GroMiKV - und ist daher in den entsprechenden Meldungen nicht zu berücksichtigen.

Im Fall (b) übernimmt der Anbieter eine Garantie im Sinne von § 8 Nr. 1 c) GS I bzw. § 19 Abs. 1 Satz 3 Nr. 3 KWG, die in Höhe der kumulierten Beiträge im GS I bzw. bei den Großkredit- und Millionenkreditvorschriften anzurechnen ist.

Für den Fall (c) halte ich eine solche Anrechnung für risikoüberzeichnend. Das sich für ein Institut aus der Abgabe einer Leistungszusage gemäß AltZertG ergebende Risiko bemisst sich nach

- dem Betrag der unter Zusage stehenden kumulierten Beiträge,
- dem Anlagehorizont sowie
- dem Ausmaß der Marktpreisschwankungen bei den Investmentanteilen, in denen die Beiträge angelegt werden.

Die Leistungszusagen sind in Höhe der Summe der kumulierten unter Zusage stehenden Beiträge (Bemessungsgrundlage *B*) bei der Bestimmung der Risikoaktiva im GS I und als Kredit nach § 19 Abs. 1 Satz 1 KWG zu berücksichtigen, wenn der Marktwert

des Anlageportfolios M unter Berücksichtigung eines Abschlagsfaktors für potenzielle künftige Wertänderungen den Barwert der unter Zusage stehenden Beiträge nicht übersteigt. Der Abschlagsfaktor für die potenziellen künftigen Wertänderungen beträgt $\frac{1}{e^{2,33\sigma}}$. Dabei bezeichnet σ die 1-Monats-Standardabweichung der Wertänderungen des Anlageprodukts.

Ein mit 100 % zu gewichtendes Risikoaktivum / ein Kredit liegt mithin vor, wenn

$$\frac{M}{e^{2,33\sigma}} = \frac{B}{(1+r)^{RLZ-1}}$$

Bei Anwendung der Großkredit- und Millionenkreditvorschriften ist als Kreditnehmer das jeweilige Sondervermögen zu fingieren.

- Die 1-Monats-Standardabweichung σ ist auf der Basis einer Zeitreihe der Wertänderungen des Anlageprodukts von mindestens zwei und nicht mehr als fünf Jahren zu ermitteln. Beinhaltet das Anlageprodukt unterschiedliche Investmentfondsanteile, so ergibt sich die zu berücksichtigende Standardabweichung als einfacher gewichteter Durchschnitt der fondsspezifischen Standardabweichungen nach der jeweils aktuellen Depotzusammensetzung.
- Die Restlaufzeit RLZ ist nach Monaten zu bemessen.
- Der bei der Abzinsung zugrunde zu legende Zinssatz r ist entsprechend der Restlaufzeit der Zinsstrukturkurve für Regierungsanleihen zu entnehmen.
- Soweit Drohverlustrückstellungen ergebniswirksam gebildet wurden, können diese von der Bemessungsgrundlage abgesetzt werden.

Eigenmittelanforderung für Kapitalanlagegesellschaften

Das Verhältnis zwischen dem haftenden Eigenkapital von Kapitalanlagegesellschaften, die Altersvorsorgeverträge anbieten, und den Anrechnungsbeträgen, die sich für Zusage

- der Fallgestaltung (b) analog zu den Vorschriften des Zweiten Abschnitts des GS I ermitteln und
- bei der Fallgestaltung (c) nach den vorstehend gemachten Ausführungen ergeben, darf 8 % täglich zum Geschäftsschluss nicht unterschreiten.

Die betreffenden Kapitalanlagegesellschaften haben erstmals zum Ende des 2. Quartals 2002 die Meldungen über die Einhaltung dieser Anforderungen auf dem üblichen Wege über die Landeszentralbanken einzureichen. Der Einfachheit halber wird auf den Meldebogen GB 1 zum GS I mit dem entsprechenden Meldeturnus zurückgegriffen. Die Anrechnungsbeträge für die Kapitalerhaltungszusage sind in dem Bogen GB 1 in Position 030/02 einzusetzen und die für die Berechnung der Position 240/02 entsprechenden Angaben zu ergänzen.

Teilerweiterung des Anwendungsbereichs von GS I auf Finanzdienstleistungsinstitute der Gruppe IIIa

Im Vorgriff auf eine Änderung des GS I, die im Rahmen einer sich abzeichnenden künftigen Novellierung des Gesetzes über das Kreditwesen zu erwarten ist, wird der Anwendungsbereich des GS I auch auf solche bislang unter die Ausnahmereglung des § 1 Abs. 2 Satz 1 GS I fallenden Finanzportfolioverwalter (Gruppe III a) ausgeweitet, die Altersvorsorgeverträge anbieten und damit eine Zusage nach § 1 Abs. 1 Satz 1 Nr. 3 AltZertG abgeben. Damit wird für diese Institute die Konformität mit Artikel 2 Nr. 2 dritter Spiegelstrich der Richtlinie 93/6/EWG des Rates vom 15. März 1993 (Kapitaladäquanzrichtlinie) hergestellt.

Ausstellung einer Bescheinigung nach § 4 Abs. 1 Nr. 2 AltZertG für Finanzdienstleistungsinstitute

Nach § 1 Abs. 2 Satz 2 AltZertG kommen als Anbieter von Altersvorsorgeverträgen auch Finanzdienstleistungsinstitute in Betracht, die nicht unter die Ausnahmeregelung nach § 2 Abs. 7 oder 8 KWG fallen (Institute der Aufsichtsgruppen I, II und IIIa). Im Rahmen des Antrags auf Ausstellung einer Bescheinigung nach § 4 Abs. 1 Nr. 2 AltZertG haben diese Institute mir als zuständiger Aufsichtsbehörde ein Anfangskapital von mindestens 730.000 Euro nachzuweisen. Für diesen Zweck benötige ich eine aktuelle Berechnung des Anfangskapitals durch den Abschlussprüfer, die im Rahmen des Antrags einzureichen ist; der Nachweis darf sich nicht auf einen Zeitpunkt beziehen, der vor dem Vormonat der Antragstellung liegt.

B.2 Pressemitteilung des BVI vom 7. Dezember 2001

Investmentfonds behalten bei Riester-Rente ihre Ertragskraft

BVI begrüßt Lösung der Aufsichtsbehörde zur Sicherstellung der Werthaltigkeit von Zusagen

Frankfurt am Main, 7. Dezember 2001. Der BVI Bundesverband Deutscher Investment- und Vermögensverwaltungs-Gesellschaften e.V. begrüßt die im Zusammenwirken mit dem BMF, dem Lehrstuhl für Investmentwesen an der Universität Frankfurt und dem BVI gefundene Lösung des Bundesaufsichtsamts für das Kreditwesen (BAKred) zur Sicherstellung der Werthaltigkeit von Zusagen von Kapitalanlagegesellschaften im Rahmen der Riester-Rente. Renditeschmälernde Absicherungs- und Eigenkapitalkosten sind damit in der Regel vermeidbar. "Mit dieser - auch im internationalen Vergleich - innovativen Lösung könne die Investmentbranche ihre Effizienz im Interesse einer Maximierung des Versorgungsniveaus der Bevölkerung voll ausspielen", so Dr. Manfred Laux, Hauptgeschäftsführer des BVI.

Das BAKred-Schreiben verlangt nur dann Sicherungsmittel in Höhe von 8 Prozent der eingezahlten Beträge, wenn ein sich im Zeitablauf änderndes Verhältnis der Einzahlungen zum aktuellen Depotwert unterschritten werde. In die Formel zur Berechnung dieses Verhältnisses fließen Diskontierungssatz und die monatliche historische Volatilität der gewählten Fondsanlage ein. Der Diskontierungssatz wird dabei in Abhängigkeit vom aktuellen Zinsgefüge und der Restlaufzeit des individuellen Vertrages gewählt. Die Unterlegung mit Sicherungskapital erfolgt erst, wenn der aktuelle Marktwert der gewählten Fondsanlage(n) die diskontierten Beiträge unterschreite. Die dahinterstehende Überlegung ist laut BVI, dass die Zusage so lange erfüllbar ist, solange durch eine Investition des aktuellen Marktwerts des Depots in risikolose Anleihen die Auszahlung der Beiträge zu Beginn der Auszahlungsphase sichergestellt werden kann. Mit dieser Regelung ist de facto ausgeschlossen, dass Kapitalanlagegesellschaften zu diesem Zeitpunkt ihre Zusagen nicht einhalten können. Dies gilt - so der BVI - auch für Extremsituationen an den Kapitalmärkten.

Die Regelung ist notwendig, weil die Anbieter von Altersvorsorgeverträgen im Rahmen der Riester-Rente eine "werthaltige" Zusage abgeben müssen, die besagt, dass zu Beginn der Auszahlungsphase mindestens die eingezahlten Beträge zur Verfügung

stehen.

Nach Angaben des BVI können jetzt durch eine Kombination von bestimmten Fondstypen mit dazu passender Mindestzahlungsdauer Absicherungs- und Eigenkapitalkosten in der Regel vermieden werden, ohne die Werthaltigkeit der Zusage zu gefährden. Diese Mindestzahlungsdauer ist umso länger, je volatil ein Fondstyp ist, und umso niedriger, je konstanter die Wertentwicklung verläuft.

Der BVI hat in der Vergangenheit unnötige Absicherungs- und Eigenkapitalkosten zur Sicherstellung der Werthaltigkeit der Zusage stets abgelehnt.

B.3 Pressemitteilung des BVI vom 8. Juni 2002

Mehr Flexibilität und Entscheidungsfreiheit erhöhen Akzeptanz der Riester-Rente

Krakau, 8. Juni 2002. Die bisherige Entwicklung der zum Jahresbeginn eingeführten Riester-Rente ist nach Ansicht des BVI Bundesverband Deutscher Investment- und Vermögensverwaltungs-Gesellschaften e.V. enttäuschend. "Um eine breite Akzeptanz zu erreichen, müssen die von Bürgern und Anbietern zu beachtenden Regelungen radikal vereinfacht und mehr Flexibilität und Entscheidungsfreiheit für den Einzelnen möglich werden", sagte Udo Behrenwaldt, Sprecher des Vorstands des BVI, vor Journalisten in Krakau.

Für Verunsicherung sorgen vor allem die zahlreichen Bedingungen, an denen die staatlichen Zuschüsse hängen. Die eingeschränkte Vererbbarkeit oder der Wunsch, seinen Ruhestand im Ausland zu verleben, führen zu der Gefahr, alle vom Staat fürs Alter erhaltenen Zulagen zurückzahlen zu müssen. Das häufig zu hörende Argument, dass Bürokratie und Garantie zu Lasten der Rendite gingen, gelte im übrigen nicht für die Fondsbranche, so Behrenwaldt. Die Investment-Gesellschaften hätten in der Regel keine neuen Fonds für die Riester-Rente kreiert, sondern auf bewährte Produkte zurückgegriffen und diese zertifizieren lassen. Durch die zwischen BVI und Aufsichtsbehörde gefundene Regelung sei es gelungen, fondsbasierte Riester-Produkte ohne Garantiekosten anzubieten.

Breite Akzeptanz erreichte die Riester-Rente nur, wenn eine radikale Vereinfachung der Regelungen erfolgt. Das gilt zum Beispiel für die Zulagenregelung. In der betrieblichen Altersvorsorge fehlen Wahlfreiheit und Effizienz. Zur Lösung bedarf es nach Meinung

des BVI eines individuellen Pensionsfondssystems als weiteren Durchführungsweg. Den erfolgreichen Beleg dafür liefert das Beispiel der 401(k)-Pläne in den USA. Neben der Möglichkeit der Direktversicherung muss daher der Abschluss eines Investmentfonds-Sparplans als Alternative treten. Denkbar erscheint dem BVI eine komplett nachgelagerte Besteuerung der Sparbeiträge innerhalb vernünftiger Höchstgrenzen. Im Interesse des Ganzen und einer möglichst breiten Akzeptanz zeigt sich der BVI grundsätzlich gesprächsbereit, Positionen mit der Versicherungsbranche gemeinsam zu entwickeln.

Literaturverzeichnis

- [An 99] Anderson, L. (1999): *A simple approach to the pricing of Bermudan swaptions in the multi-factor Libor market model*. Working Paper, General Re F.P.
- [Ba 91] Bauer, H. (1991): *Wahrscheinlichkeitstheorie*. 4.Auflage, Walter de Gruyter Verlag, Berlin, New York.
- [Ba 02] Barde, K. (Herausgeber) (2002): „*Riester*“ *Renten-Atlas*. Franke & Bornberg, BHM, Göttingen.
- [Bu 02] Buchholtz, R. (2002): *Endspurt für die Förderung*. Der Fonds 12/2002, S. 28-32.
- [Di 02] Dillmann, T. (2002): *Modelle zur Bewertung von Optionen in Lebensversicherungsverträgen*. IFA-Verlag, Ulm.
- [Do 00] Douady, R. (2000): *Bermudan Option Pricing with Monte-Carlo Methods*. Working Paper (Stand März 2000).
- [Fi 96] Fishman, G. S. (1996): *Monte Carlo; Concepts, Algorithms and Applications*. Springer Verlag, New York.
- [Fo 03] Download unter www.fondsweb.de am 4.4.2003
- [Gr/Ni/Sc 02] Gründl, H.; Nietert, B. und Schmeiser, H. (2002): *Staatlich geförderte Altersvorsorge: Zur Sicherheit der Zusage der nominalen Kapitalerhaltung bei Anlage in Investmentfonds*. Working Paper (Stand: September 2002), Universität Berlin, Passau.
- [Ha/Kr 79] Harrison, J. M. und Kreps, D. M. (1979): *Martingales and Arbitrage in Multiperiod Securities Markets*. Journal of Economic Theory 20, S. 381 - 408.

- [Ha/Pl 81] Harrison, J. M. und Pliska, S. R. (1981): *Martingales and Stochastic Integrals in the Theory of Continuous Trading*. Stochastic Processes and their Applications 11, S. 215 - 260.
- [Hu 93] Hull, J. C. (1993): *Options, Futures, and Other Derivative Securities*. 2. Auflage, Prentice Hall, New Jersey.
- [Hu/Wh 87] Hull, J. und White, A. (1987): *The Pricing of Options on Assets with Stochastic Volatilities*. Journal of Finance 42, S. 281 - 300.
- [Jo/Sh 87] Johnson, H. und Shanno, D. (1987): *Option Pricing when the Variance is Changing*. Journal of Financial and Quantitative Analysis 22, S. 143 - 151.
- [Ka/Du 91] Karian, Z. A. und Dudewicz, E. J. (1991): *Modern Statistical, Systems, and GPSS Simulation*. Computer Science Press, W. H. Freeman and Company, New York.
- [Ka/Sh 88] Karatzas, I. und Shreve, S. E. (1988): *Brownian Motion and Stochastic Calculus*. Springer Verlag, New York.
- [Le 80] Leland, H. E. (1980): *Who Should Buy Portfolio Insurance?* Journal of Finance 35, S. 581 - 596.
- [Me 76] Merton, R. C. (1976): *Option Pricing When Underlying Stock Returns are Discontinuous*. Journal of Financial Economics 3, S. 125 - 144.
- [Ni 02] Nietert, B. (2002): *Model Uncertainty and Portfolio Insurance*. Working Paper (Stand: Juni 2002), Universität Passau.
- [oV 03] ohne Verfasser (2003): Die aktuellen (Stand April 2003) Verkaufsprospekte folgender Produkte:
- Activest Switch FörderPlan
 - ADIG FörderDepot
 - BHW FörderFonds-Sparplan
 - Deka-BonusRente
 - dit-FONDSVORSORGE
 - DWS TopRente
 - UniProfiRente

- [Öc 02] Öchsner, T. (Herausgeber) (2002): *Die Riester-Rente, Strategien für eine gesicherte Altersvorsorge*. Deutscher Taschenbuch Verlag, München.
- [Ru 98] Ruß, J. (1998): *Die aktienindexgebundene Lebensversicherung mit garantierter Mindestverzinsung in Deutschland*. IFA-Verlag, Ulm.
- [Ru/Le 81] Rubinstein, M. und Leland H. E. (1981): *Replicating Options with Positions in Stock and Cash*. Financial Analysts Journal 37, (July - August), S. 63-72.
- [Zu 02] Zukunft klipp & klar, Informationszentrum der deutschen Versicherungen (Herausgeber) (2002): *Die neue Rente und ihre Förderung*. Verlag Versicherungswirtschaft, Karlsruhe.

Ehrenwörtliche Erklärung

Hiermit versichere ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig angefertigt und nur die angegebenen Quellen benutzt habe.

Wörtlich oder inhaltlich übernommenes Gedankengut wurde nach bestem Wissen und Gewissen als solches kenntlich gemacht.

Diese Arbeit wurde bisher keinem anderen Prüfungsgremium vorgelegt und auch noch nicht veröffentlicht.

Ulm, 30. April 2003
