



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

DIPARTIMENTO DI SCIENZE ECONOMICHE, AZIENDALI
MATEMATICHE E STATISTICHE "BRUNO DE FINETTI"

Corso di Laurea Magistrale in
SCIENZE STATISTICHE E ATTUARIALI

Tesi di Laurea in

Tecniche attuariali delle assicurazioni di persone

**IL PROCESSO FLAOR IN UNA COMPAGNIA VITA
DI RAMO III:
PROIEZIONE DI BILANCIO E ANALISI DI SCENARIO**

Laureando: Marco Tumia

Relatore: Prof. Ermanno Pitacco

Correlatrice: Dott.ssa Laura Segalla

A.A. 2014/2015

Indice

Introduzione.....	1
1. La direttiva Solvency II.....	6
1.1 Il progetto ORSA.....	7
1.1.1 Il Risk Appetite.....	9
1.1.2 Requisito di solvibilità e valutazione prospettica dei rischi	11
1.1.3 Management actions e rispetto nel continuo	15
1.1.4 Report ORSA.....	17
2. Attivi.....	21
2.1 Rischi generali connessi all'investimento finanziario	24
2.2 Asset allocation del Portafoglio Unit e Proprietario	26
3. Passivi.....	29
3.1 Best Estimate	32
3.1.1 Ipotesi BE sui riscatti.....	33
3.1.2 Ipotesi BE sulla mortalità	37
3.1.3 Margini e ipotesi BE per spese	40
3.2 Risk margin. La logica del Cost of Capital.....	43
3.3 Own Funds e VIF di portafoglio.....	46
4. Proiezione FLAOR del Bilancio Aziendale	50
4.1 Proiezione degli Attivi con traiettoria deterministica	53
4.2 Proiezione dei Passivi	57
4.3 Risultati FLAOR e Risk Appetite	59

5. Stress test	65
5.1 Stress sui Paesi periferici dell'area Euro	70
5.1.1 Log-rendimenti e rendimenti	70
5.1.2 Modelli GARCH	72
5.1.3 Misure di rischio e VaR.....	76
5.1.4 Metodo Filtered Historical Simulation	77
5.2 Scenari di stress e considerazioni sulla relazione col Risk Appetite	85
6. Proiezione stocastica degli Attivi	90
6.1 Asset class e Premio per il rischio	95
6.2 Moto browniano geometrico e decomposizione di Cholesky	99
6.3 Il modello G2++ per l'evoluzione del tasso d'interesse	102
6.3.1 La struttura delle volatilità nel mercato e nel modello	106
6.4 Distribuzione Beta ed estrazione di scenari	109
6.5 Risultati della proiezione stocastica.....	115
Conclusioni	123
<i>Appendice I: Comandi usati in R e alcuni grafici per le ipotesi BE sulla mortalità</i>	125
<i>Appendice II: Codice in Matlab per il metodo Filtered Historical Simulation</i>	130
<i>Appendice III: Pricing di uno zero-coupon bond nel modello G2++</i>	132
<i>Appendice IV: Codice in Matlab per la simulazione degli scenari di riscatto</i>	134
Bibliografia	135
Ringraziamenti	137

Introduzione

Le imprese assicuratrici vendono sicurezza, le polizze sono promesse con cui l'assicuratore si impegna a far fronte agli accordi presi con l'assicurato previo pagamento di un premio.

Sarebbe grave se non riuscisse a mantenere la promessa e, essendoci l'inversione del ciclo costi-ricavi, è fondamentale che la gestione finanziaria dei premi sia tale da garantire la prestazione concordata: questi aspetti giustificano che ci sia un controllo pubblico sulle imprese assicuratrici e una legislazione assicurativa a tutela degli assicurati.

Nell'Unione Europea è stato avviato nel 2002 il progetto *Solvency* con lo scopo di assicurare una solidità finanziaria che permetta agli assicuratori di ottemperare ai propri impegni anche in periodi di crisi, questo progetto nacque con l'emanazione della normativa *Solvency I* che si occupò di rivedere ed aggiornare le norme che definivano i requisiti di capitale che le imprese assicuratrici dovevano detenere ai fini di solvibilità.

A seguito della crisi finanziaria del 2007, il progetto ha preso una direzione più ambiziosa e la normativa *Solvency II* emanata nel 2009 ha proposto requisiti più completi rispetto al passato e ha introdotto un approccio basato sui rischi. In precedenza, i requisiti si concentravano soprattutto sul lato "passivi" cogliendo, per il calcolo delle riserve tecniche e del margine di solvibilità, per lo più rischi legati a variabili assicurative. *Solvency II* ha introdotto un regime che dà uno sguardo a tutto il bilancio economico, tenendo conto anche dei rischi sul lato "attivi" e delle interazioni esistenti.

Per la valutazione del SCR (*Solvency Capital Requirement*), cioè del capitale regolamentare di solvibilità annuale, è stata fornita una Formula Standard che calcola il requisito patrimoniale per ogni categoria di rischio individuata e determina il capitale totale attraverso un'aggregazione di tali requisiti effettuata tenendo conto della diversificazione che deriva dalla correlazione fra i vari rischi.

Questa formula è stata implementata in modo tale da cogliere al meglio il profilo di rischio di tutte le imprese assicuratrici operanti in Europa, tuttavia per realizzare questo obiettivo si è avvalsa di ipotesi semplificatrici che spesso si traducono in un risultato più

prudenziale del dovuto; per questo motivo è richiesto alle imprese di dimostrare che il loro profilo di rischio non devii significativamente da quello delineato nella Standard Formula e, in caso contrario, di riallinearsi a tale profilo oppure implementare un Modello Interno in grado di cogliere al meglio i rischi gravanti sull'impresa.

La normativa ha lo scopo di rendere le aziende assicurative sempre più consapevoli del proprio business in modo da poter operare le proprie scelte nel modo più efficiente possibile, a tal fine richiede che si dotino di un sistema efficace di *governance*, cioè di una struttura organizzativa adeguata all'articolazione del business con una chiara ripartizione e separazione dei ruoli e delle responsabilità per ottenere un efficace sistema di gestione e trasmissione delle informazioni. Tra queste risultano fondamentali quelle derivanti dal sistema predisposto di Gestione dei Rischi verso i quali le imprese sono, o potrebbero essere, esposte.

La Direttiva *Solvency II* prevede che ogni impresa assicurativa, nell'ambito del proprio Sistema di Gestione dei Rischi, proceda alla valutazione interna del rischio e della solvibilità anche in ottica prospettica: è il cosiddetto processo ORSA (*Own Risk and Solvency Assessment*), o FLAOR (*Forward Looking Assessment of Own Risks*) nella fase preparatoria.

Il processo FLAOR prevede, da parte di un'azienda, una valutazione dei propri rischi e dei requisiti di solvibilità che integri le informazioni ottenute dal calcolo del SCR, e venga condotta anche in ottica prospettica.

Al fine della valutazione FLAOR, le metriche e le ipotesi sottostanti alla misura dei rischi possono differire da quelle utilizzate per il calcolo del capitale regolamentare mediante Standard Formula; a completamento dell'autovalutazione dei rischi, l'impresa è chiamata a predisporre anche delle analisi di sensitività da realizzarsi mediante *stress test* su singoli fattori di rischio o analisi di scenario.

Il processo risulta avere una doppia finalità: da un lato serve a soddisfare l'esigenza del Regolatore di verificare lo stato di consapevolezza di un'impresa in merito alla rischiosità del suo business e di monitorare la situazione di solvibilità prospettica, dall'altro lato serve internamente per la verifica attuale e prospettica dei profitti e dei rischi assunti

dall'impresa in coerenza con le azioni di gestione pianificate e gli obiettivi di redditività fissati.

Questa tesi si concentra proprio sull'autovalutazione dei rischi di un'ipotetica Compagnia vita di ramo III, attraverso la proiezione del Bilancio Aziendale e analisi di scenario.

Si parte dalla presentazione dei rischi gravanti sulla Compagnia in base alla tipologia di attivi e dei prodotti assicurativi venduti, in perfetta logica *Solvency II*.

Dopo aver fornito le ipotesi alla base del calcolo delle riserve tecniche e i metodi utilizzati per stimarle, viene presentata la metodologia utilizzata per la proiezione FLAOR e i principali risultati vengono commentati per evidenziare possibili connessioni con il processo decisionale e il Sistema di Gestione dei Rischi.

Successivamente viene presentato il Bilancio relativo ad alcuni scenari di stress e un possibile metodo per ottenere tali scenari, si conclude con l'implementazione di un possibile modello stocastico di proiezione.

I calcoli e i metodi utilizzati per ottenere i risultati presentati sono stati effettuati tramite la creazione di numerosi file in Excel e l'utilizzo di opportuni software, per alcuni di essi sono state dedicate delle Appendici che presentano parte del codice utilizzato per implementarli.

La tesi si compone di sei capitoli: il primo capitolo presenta il tema del processo ORSA a livello di linee guida dedotte dalla normativa, i capitoli successivi rappresentano un'esecuzione pratica di tale processo in una Compagnia vita che vende prodotti unit linked.

Di seguito viene riportata una breve descrizione dei contenuti di ciascuno di essi.

Il primo capitolo tratta il processo ORSA e come questo si inserisce nel sistema a tre pilastri introdotto da *Solvency II*. Vengono definiti i passi fondamentali che un'impresa deve affrontare per avere un Sistema di Gestione dei Rischi conforme alla normativa, considerando l'appetito di rischio e il profilo di rischio come punto di partenza.

L'ORSA risulta essere l'evoluzione del processo di Risk Management e si sottolinea come la sua completa esecuzione richieda il coordinamento di più funzioni all'interno

dell'impresa. Si discute dei principali aspetti della valutazione richiesta e della relativa libertà che viene lasciata nel condurre tale valutazione, si conclude con il dettaglio sui documenti da produrre che costituisce uno schema completo dei punti su cui viene posta l'attenzione durante il processo.

Il secondo capitolo presenta gli attivi della Compagnia iniziando con una descrizione delle caratteristiche principali degli investimenti legati ai prodotti unit linked. Si fornisce poi una panoramica dei rischi connessi a tali investimenti evidenziando la connessione naturale tra tipologia di rischio e tipologia di investimento.

Viene presentata l'asset allocation dei due portafogli (Portafoglio Unit e Portafoglio Proprietario) che saranno oggetto di analisi, in modo da avere un'idea preliminare sui rischi di mercato che gravano sulla Compagnia considerata.

Il terzo capitolo fornisce un approfondimento sui passivi legati ai prodotti unit trattati, sottolineando come questi siano prodotti *asset driven*. Secondo i principi *Solvency II* le riserve tecniche sono calcolate come somma di best estimate e risk margin, in questa parte vengono definite anche le ipotesi e i metodi utilizzati per il loro calcolo.

Nell'ultima sezione vengono determinati gli Own Funds, il valore degli attivi al netto dei passivi, notando che il loro ammontare differisce a seconda dei principi utilizzati. In particolare, si individua nella considerazione del VIF (*Value of in-force*) di portafoglio una delle differenze principali nel calcolo degli Own Funds a fini contabili, con i principi IFRS (*International Financial Reporting Standards*), e a fini di solvibilità, con i principi *Solvency II*.

Il quarto capitolo affronta la proiezione del Bilancio Aziendale della Compagnia per la valutazione prospettica della solvibilità.

Si illustra la metodologia utilizzata per ottenere i valori proiettati usando un approccio deterministico che risulta la scelta più gettonata dalle imprese che vendono prodotti senza garanzie finanziarie. L'approccio stocastico consentirebbe all'impresa di valutare la propria solidità fornendo anche delle misure probabilistiche, tuttavia risulterebbe complicato sul piano pratico ipotizzare, selezionare e documentare le future *management actions* in relazione a ciascuna proiezione.

I risultati ottenuti vengono presentati e commentati mediante la formalizzazione di alcuni indicatori utili ad interpretare i collegamenti esistenti con l'appetito di rischio.

Il quinto capitolo si occupa di *stress test* e mette in luce l'esigenza attuale di condurre delle analisi di scenario al fine di ottenere informazioni sulla propria solvibilità anche in situazioni estreme ed improbabili. Vengono presentati e commentati i risultati relativi a tre scenari di stress, per uno di questi viene illustrato il metodo stocastico utilizzato per ottenere i valori di stress ovvero il metodo FHS (*Filtered Historical Simulation*).

Il metodo FHS consiste nel generare scenari applicando ripetutamente la tecnica del *bootstrapping* alla serie storica filtrata del fattore di rischio considerato e ottenere lo scenario di stress tramite il VaR di tali simulazioni. La serie storica è filtrata dal modello ARMA-GARCH di cui vengono delineate le principali argomentazioni.

Il sesto capitolo presenta un possibile approccio stocastico alla proiezione dei portafogli considerati attraverso la simulazione delle variabili finanziarie e tecniche più rilevanti tramite metodo Monte Carlo.

Si suppone che gli investimenti finanziari seguano un moto browniano geometrico, i parametri di volatilità e di drift vengono stimati sulla base di serie storiche scaricate da Bloomberg e differiscono a seconda della tipologia di investimento che si considera.

Si suppone un'evoluzione stocastica anche del tasso *risk free* secondo il modello G2++ e vengono espone le principali motivazioni per la scelta di questo modello.

Le simulazioni vengono integrate mediante la considerazione dell'aleatorietà dei riscatti, essendo questa la variabile tecnica maggiormente influente, ottenuta supponendo una distribuzione Beta sottostante e variandone i parametri per cogliere anche la possibilità di scarti sistematici.

Il codice è stato implementato sulla piattaforma Matlab e l'output deriva da 1000 simulazioni in cui si è supposta incorrelazione fra riscatti e andamento degli investimenti.

Vengono presentati i risultati principali tramite grafici delle distribuzioni empiriche e tabelle di sintesi delle informazioni aggiuntive che si ottengono passando dall'approccio deterministico a quello stocastico.

1. La direttiva Solvency II

Il regime *Solvency II* è la conseguenza di quanto previsto dalla Direttiva 2009/138/CE del Parlamento Europeo e del Consiglio del 25 Novembre 2009 in materia di accesso ed esercizio delle attività di assicurazione e di riassicurazione.

Tale Direttiva ha posto come obiettivo la definizione di un quadro normativo finalizzato alla gestione dei rischi nel settore assicurativo definendo, quindi, regole e requisiti per la copertura di tali rischi a garanzia degli impegni assunti con la clientela.

Il sistema *Solvency II* è articolato in una struttura a tre aree, dette *Pillars*:

- *Pillar I*: Requisiti quantitativi, riguarda l'implementazione dei calcoli ai fini della solvibilità della Compagnia. Calcolo delle riserve tecniche (Best Estimate+Risk Margin), SCR e MCR con Standard Formula o Modello Interno.
- *Pillar II*: Requisiti qualitativi e di supervisione, consiste nel formalizzare un sistema di Governance attraverso la definizione dei ruoli e responsabilità in modo da impostare una solida funzione di controllo interno. Considerare quindi anche quei rischi non inclusi nel Pillar I e implementare il processo ORSA (*Own Risk and Solvency Assessment*).
- *Pillar III*: Requisiti di trasparenza, le assicurazioni devono pubblicare reports sui rischi rilevanti e sull'adeguatezza del loro capitale nonché sulle assunzioni e metodi usati per calcolare i requisiti ai fini di solvibilità.

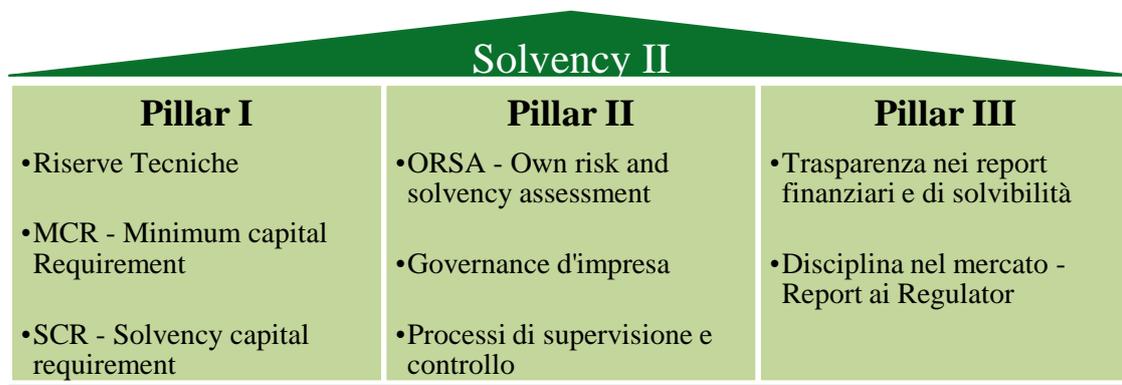


Figura 1.1 I tre pilastri di Solvency II.

1.1 Il progetto ORSA

In seguito al nuovo regime regolamentare introdotto da Solvency II, tutte le Compagnie devono dimostrare di aver implementato un sistema di gestione dei rischi adeguato ed efficiente. Il sistema di gestione dei rischi è costituito dall'insieme delle strategie, dei processi e delle procedure di segnalazione volti ad individuare, misurare, monitorare e quindi gestire su base continuativa, i rischi a livello individuale ed aggregato ai quali l'impresa è o potrebbe essere esposta, nonché le relative interdipendenze.

La Compagnia deve quindi dotarsi di un adeguato sistema di *governance* per la gestione dei rischi: ruoli e responsabilità devono essere individuati e formalizzati all'interno di *policy* e procedure.

La Compagnia dovrebbe essere flessibile nel definire i processi e le procedure usate per quantificare i rischi e i requisiti di capitale, in modo da sviluppare tecniche proporzionate alla natura, scala e complessità insiti nel business dell'azienda.

Uno degli aspetti maggiormente sfidanti per le Compagnie assicurative con l'entrata in vigore di *Solvency II* riguarda l'esercizio di autovalutazione attuale e prospettica dei rischi (ORSA, denominato FLAOR¹ nella fase preparatoria) nel quadro dei requisiti del secondo pilastro. Il progetto ORSA si inserisce nel più ampio framework complessivo del risk management della Compagnia, e assume un ruolo rilevante nelle sue decisioni strategiche e di business.

Il Consiglio di Amministrazione (CdA) svolge una parte attiva nella definizione del processo ORSA sia in termini di definizione dei ruoli e delle responsabilità, che di comprensione delle metodologie adottate per le analisi e la valutazione dei risultati. La funzione di Risk Management ha il compito di sovrintendere all'implementazione di questo progetto attraverso l'identificazione, il monitoraggio, la misurazione, il controllo e il reporting dei rischi connessi con l'attività della Compagnia. Ha la funzione quindi di coordinare la valutazione della solvibilità in collaborazione con la Funzione Attuariale e il Finance, sotto la supervisione del CdA.

¹ FLAOR (*Forward Looking Assessment of Own Risks*)

L'ORSA non deve solo quantificare i requisiti di solvibilità della Compagnia, ma anche dimostrare ottemperanza nel continuo con tali requisiti attraverso l'implementazione di Stress Test e la proiezione del SCR negli anni successivi² da documentare in un apposito documento. Il beneficio è duplice: da una parte il management ha la possibilità concreta di osservare gli effetti di potenziali situazioni critiche future, stimandone l'impatto; dall'altra la stesura di un report sull'autovalutazione prospettica dei rischi da parte della Compagnia consente di soddisfare i requisiti di trasparenza nei confronti dell'autorità Supervisor.

Il grafico che segue rappresenta l'evoluzione del risk management framework per la Compagnia la quale, nel mondo Solvency II, deve implementare un processo di tipo ORSA nel quale l'appetito di rischio (o *Risk Appetite*) è considerato punto di partenza per l'identificazione, la valutazione e il monitoraggio dei rischi. È inoltre interconnesso con la valutazione della posizione di solvibilità dell'impresa e viene utilizzato per capire quali fattori di rischio sono rilevanti ai fini della formalizzazione di stress test e analisi di scenario.

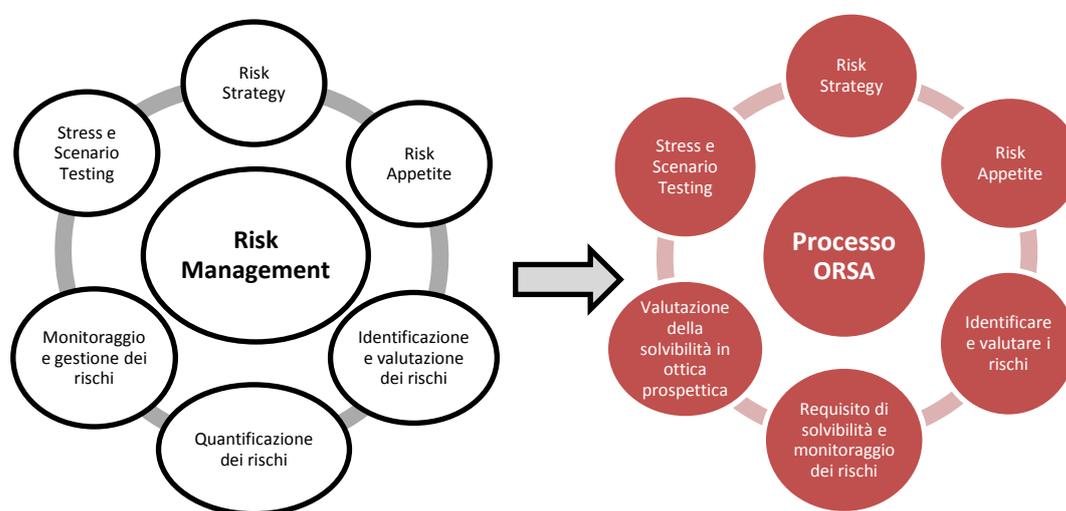


Figura 1.2. Connessione tra Risk Management e processo ORSA.

² Come definito dall'EIOPA, l'ORSA rappresenta “la totalità dei processi e procedure impiegate per identificare, quantificare, monitorare, gestire, e riportare i rischi di breve e lungo termine che un assicuratore affronta o potrebbe affrontare e determinare gli own funds necessari per assicurare che gli overall solvency needs dell'assicuratore siano soddisfatti in ogni istante” – Issues Paper “Own Risk and Solvency Assessment (ORSA)”, 27 maggio 2008.

1.1.1 Il Risk Appetite

La Compagnia definisce una strategia di rischio che consente il raggiungimento degli obiettivi di business prefissati, la *Risk Strategy*, e la traduce in macro obiettivi di rischio guidando il *Risk Appetite* della Compagnia.

Il *Risk Appetite* mette in evidenza i rischi che la Compagnia vuole assumersi, ridurre o rimuovere ai fini del raggiungimento degli obiettivi sulla base del proprio piano strategico, rappresenta quindi il livello di rischio massimo che un'impresa è disposta e capace di accettare per perseguire i propri obiettivi strategici.

L'equilibrio che si crea tra obiettivi di valore perseguiti e rischi assunti nel tempo risulta fondamentale per la corretta gestione del rischio; infatti, la scelta di accettare grandi quantità di rischio con l'obiettivo di massimizzare i margini può portare a una situazione non sostenibile e al non raggiungimento di quello che, insieme alla solvibilità, è uno degli obiettivi più importanti del *Risk Appetite*, ovvero la creazione di valore.

I due obiettivi possono richiedere azioni opposte: ad esempio, un capitale maggiore allocato a protezione di un portafoglio da un lato aumenta il livello di solvibilità, dall'altro diminuisce la creazione di valore.

Il *Risk Appetite* risulta importante per definire quali rischi ritenere e in che misura gestirli in modo tale che le risorse di capitale siano allocate in maniera ottimale, cioè tali da contribuire all'obiettivo di massimizzazione del valore tenendo accettabile il livello di solvibilità.

Il *Risk Appetite* è uno strumento chiave attraverso il quale il management e i Directors della Compagnia possono:

- assicurarsi che c'è capitale sufficiente per ottemperare al requisito di solvibilità, regolamentare e ottimizzare l'uso degli Own Funds;
- capire i fattori chiave ai quali la Compagnia è esposta e prendere decisioni consapevoli rispetto a tali rischi.

Una corretta formalizzazione del *Risk Appetite* consente di soddisfare i bisogni degli stakeholders (per esempio andando a massimizzare i profitti con un basso livello di volatilità, o in termini di ritorno minimo per gli assicurati nel caso di una Compagnia vita),

indirizzare il processo decisionale strategico e di allocazione del capitale e definire un sistema di limiti operativi.

Possibili metriche di *Risk Appetite* sono legate al *Solvency Ratio*, a indicatori di liquidità, di valore (*Embedded Value*), oppure a vincoli riferiti al rischio reputazionale o regolamentare.

La Direttiva *Solvency II* introduce requisiti di solvibilità basati sui rischi che una compagnia assume, di conseguenza il capitale regolamentare a protezione dei portafogli deriva dalle scelte strategiche che vengono definite formalmente nel *Risk Appetite* guidate da obiettivi di creazione di valore. Nel proseguo della tesi si fa riferimento solo al *Solvency Ratio* o altri indicatori legati ai requisiti di solvibilità regolamentari, tuttavia si sottolinea che tali metriche vengono definite tenendo conto di entrambi gli obiettivi di solvibilità e di creazione di valore.

L'appetito di rischio della Compagnia è principalmente suddiviso fra due macro-categorie: una riferita ai rischi quantificabili e l'altra riferita ai non quantificabili. In particolare con riferimento ai rischi quantificabili, per i quali è previsto un assorbimento di capitale a livello di Formula Standard del SCR, si può definire il *Risk Appetite* a livello di singolo fattore di rischio rilevante per la Compagnia.

Infatti, il *Risk Appetite* viene definito a livello complessivo e di singolo fattore di rischio con il quale la Compagnia si esprime su una "quantità di rischio" che ritiene accettabile in considerazione della propria dotazione patrimoniale, tale quantità di rischio viene rappresentata dal Solvency Ratio ai fini della solvibilità.

Equivalente al solvency ratio, per definire il *Risk Appetite*, ma forse più diretto, è il consumo di own funds per coprire il requisito di solvibilità. Definire il consumo massimo di own funds che la Compagnia è disposta ad accettare per coprire il requisito di solvibilità equivale a definire il solvency ratio minimo.

A partire da ciascun appetito di rischio definito, vengono individuate soglie di tolleranza (*risk tolerances*) rispetto allo stesso entro il quale gli scostamenti dal *Risk Appetite* sono ritenuti accettabili, nel caso in cui questi "limiti" vengano superati la

Compagnia deve implementare azioni di management e mitigazione per rientrare nel profilo di rischio definito.

Il risk management svolge una funzione di controllo sui limiti da rispettare attraverso report settimanali e mensili su fattori chiave del Risk Appetite, ma anche attraverso la creazione di scenari stressati in modo da verificare che la Compagnia riesca a rispettare il proprio *appetite* anche in tali situazioni.

Dopo la fase di definizione dei rischi della Compagnia e dei limiti da rispettare, tale elaborato viene rivisto periodicamente in modo da essere aggiornato alla situazione attuale che può comprendere nuovi rischi o riclassificarne altri già esistenti in base alla strategia adottata.

1.1.2 Requisito di solvibilità e valutazione prospettica dei rischi

Per valutare la coerenza fra il capitale di solvibilità e il *Risk Profile* dell'impresa, non ci si limita al calcolo del SCR come richiesto nel Pillar I, ma si procede anche alla verifica che i fondi propri della Compagnia (*Own Funds*) siano sufficienti a coprire il requisito di capitale anche in diversi scenari di stress e non solo nell'ottica prospettica di un anno. Si procede a proiettare i bilanci riclassificati secondo le regole Solvency II (*S2 Balance Sheets*), cioè a proiettare gli attivi e i passivi della Compagnia attraverso un approccio deterministico o stocastico in modo da stimare l'andamento degli *Own Funds* e del SCR proiettato sull'orizzonte futuro. Si può procedere così alla valutazione dell'adeguatezza dei propri fondi ed ad avere informazioni utili sulla pianificazione del business futuro.

Da ciò si può capire che la valutazione del proprio fabbisogno di solvibilità attuale e prospettico richiede la strutturazione di un processo aziendale che coinvolge diverse funzioni aziendali: CdA, Chief Financial Officer (CFO), Chief Risk Officer (CRO), Funzione Attuariale, Risk Management, etc.

Il SCR copre tutti i rischi quantificabili per il business esistente e anche per i nuovi business dei prossimi 12 mesi. Può essere calcolato con vari approcci:

- Formula Standard, stima dei fabbisogni di capitale per ciascun sottomodulo di rischio a cui l'impresa è esposta, aggregati attraverso una matrice di correlazione per determinare il requisito per l'overall risk. È calibrato usando il Value at Risk dei basic own funds a un livello di confidenza del 99.5% sull'orizzonte di un anno.
- Formula Standard con parametri own risk, stima in base al rischio proprio dei parametri della Formula Standard per la determinazione dei fabbisogni di capitale per i sottomoduli di rischio (a prescindere dall'utilizzo o meno degli *Undertaking Specific Parameters* (USP) ai fini Pillar I). I parametri own risk possono inoltre essere estesi rispetto al perimetro di applicazione USP previsto per il Pillar I, e le tecniche di stima possono variare rispetto alle metodologie standardizzate EIOPA.
- Modello Interno (Parziale o Completo), stima dei fabbisogni di capitale mediante tecniche simulative. Si può introdurre una maggior autonomia valutativa con possibilità di adottare livelli di confidenza diversi dal 99,5%, modelli che includano l'effetto delle management actions negli scenari testati e modelli specifici calibrati in misura aderente al profilo di rischio dell'impresa.

La Compagnia deve dimostrare che il suo profilo di rischio non devia significativamente dalle assunzioni sottostanti alla Formula Standard o al Modello Interno, anche questo è un punto fondamentale del progetto ORSA.

Inoltre la Compagnia, nella sua autovalutazione prospettica, può usare metodi differenti dalla Standard Formula per quei rischi per cui non ritiene che l'attuale metodologia prevista dalla normativa *Solvency II* colga in pieno la sua reale rischiosità³.

³ A tal proposito, uno dei moduli più criticati della Standard Formula è quello relativo all'*Operational Risk*, cioè il rischio di perdite che nasce dall'inadeguatezza di processi interni, o del personale e dei sistemi informatici, che include anche rischi legali e legati ad eventi esterni. Per quanto riguarda le Compagnia Vita di ramo III tale modulo non considera pienamente i rischi attuali dato che tiene conto solo dei premi e delle spese relative alle life insurance dove il rischio di investimento è a carico del policyholder (PH) e non si basa su principi di rischio.

Una possibile alternativa è quella di sviluppare un modello interno che si basa sulle linee-guida per il calcolo di tale rischio secondo *Basel II*, direttiva che regola la solvibilità nel mondo bancario.

Comunque sia, in questa tesi non ci si vuole concentrare tanto sul metodo con cui si calcola il SCR, quanto invece sulla valutazione del profilo di rischio in ottica prospettica e sulle possibili evoluzioni in termini di fabbisogno di capitale attraverso analisi di scenario e di sensitività, fase fondamentale di ogni processo di risk management e, per definizione, del processo ORSA in ambito *Solvency II*.

Nella valutazione del proprio profilo di rischio ai fini ORSA, le compagnie non tengono conto esclusivamente dell'evoluzione nel tempo della propria posizione di solvibilità rispetto al requisito regolamentare, ma valutano tutti i rischi verso cui risultano essere esposte, e quindi non necessariamente limitati ai rischi di *Pillar I*. La valutazione di tipologie di rischi quantificabili diversi da *Pillar I* presuppone tuttavia di disporre di adeguati strumenti per la valutazione degli stessi. Inoltre, la valutazione interna del fabbisogno globale di solvibilità, consente alle compagnie una maggiore autonomia valutativa in termini, ad esempio, di livello di confidenza utilizzato, di utilizzo di parametri specifici, ecc.

L'ORSA consente quindi un'ampia autonomia sul metodo di proiezione nonché su quali rischi andare ad indagare, in quanto materiali per la struttura e il business della Compagnia in modo da rappresentare in modo più fedele il reale profilo di rischio: ciò si traduce nella scelta di modelli stocastici o deterministici per la proiezione e nell'applicazione di scenari stress che vadano a valutare la solvibilità della Compagnia sia in ottica futura che in scenari avversi.

Tale modello si basa su tre distinte componenti, che forniscono elementi utili per determinare il capitale a copertura di tale rischio:

- *Business Environment Evaluation (BEE)*, è una valutazione qualitativa dei rischi operativi in termini di "impatto" che hanno sull'azienda (più o meno forte) e "controllo" (gli strumenti che ci permettono di monitorarli o prevenirli);
- *Scenario Analysis (SA)*, vengono stimate le esposizioni ai rischi in termini di frequenza, worst case ed expected loss;
- *Loss Data Collection (LDC)*, che considera elementi storici di perdita operativa rilevati dall'azienda.

Il processo FLAOR introdotto dalle *Interim Measures*⁴ EIOPA è basato sugli stessi principi di risk management dell'ORSA: quantificazione in senso prospettico dell'esposizione ai rischi, anche in scenari di stress; documentazione obbligatoria del processo attraverso policy, evidenze dei modelli e risultati, supervisione del processo da parte del CdA con considerazione dei risultati nelle principali scelte strategiche di business.

Il 2 giugno 2014 EIOPA ha pubblicato il primo set di guidelines definitive⁵ con riferimento all'ORSA e al sistema di governance, queste hanno sostituito quelle relative alla fase preparatoria all'entrata in vigore del nuovo regime il 1 gennaio 2016.

La natura non prescrittiva del dettato normativo dell'ORSA implica per le imprese la possibilità di effettuare una scelta sulla modellizzazione delle proiezioni.

In particolare, a seconda della struttura di investimenti e prodotti della Compagnia, è possibile decidere di effettuare un set limitato di scenari deterministici o simulare migliaia di scenari futuri attraverso un approccio stocastico.

L'analisi stocastica consente all'impresa di valutare la propria solidità in un ampio range di possibili scenari economici futuri, fornendo altresì misure probabilistiche di accadimento dei vari scenari. L'adozione di tale approccio pone alcune sfide sul piano tecnico, essendo necessarie numerose reiterate dei calcoli per le proiezioni all'interno di migliaia di scenari. Inoltre risulta complicato sul piano pratico ipotizzare, selezionare e documentare le future management actions in relazione a ciascuna proiezione.

Poichè l'analisi critica dei possibili sviluppi futuri della solvibilità aziendale e delle relative azioni manageriali è uno step fondamentale del processo ORSA, appare ragionevole ritenere che la maggior parte delle imprese utilizzi, almeno inizialmente, un set limitato di scenari deterministici.

Risultano quindi rilevanti le modalità e le scelte nel definire le caratteristiche degli scenari futuri nell'ambito dei quali procedere con le proiezioni. La quantità, la tipologia e

⁴ Guidelines EIOPA per la fase preparatoria –“EIOPA Final Report on Public Consultation No. 13/009 on the Proposal for Guidelines on Forward Looking Assessment of Own Risks (based on the ORSA principles)”

⁵ EIOPA-CP-14/017 – “Consultation Paper on the proposal for the guidelines on system of governance and own risks and solvency assessment”

la severità degli scenari devono essere definite dall'impresa coerentemente con il proprio piano strategico e con il profilo di rischio associato alla realtà aziendale attuale e prospettica.

In linea generale, è possibile per l'impresa determinare gli scenari futuri adottando i seguenti approcci: traiettoria deterministica, più scenari deterministici, rischi accidentali e/o sistematici con approccio stocastico.

Svolte le valutazioni stocastiche o deterministiche, l'impresa è in grado di pervenire alla stima della propria solvibilità secondo i principi stabiliti dal secondo pilastro di Solvency II, ossia confrontando l'andamento del fabbisogno di solvibilità complessivo dell'azienda con i propri mezzi patrimoniali.

Analizzando le stime attuali e prospettiche nei diversi scenari, il management dell'impresa può valutare se e in quali circostanze saranno raggiunti gli obiettivi strategici nel rispetto dei requisiti regolamentari, e sarà in grado di pianificare e analizzare efficacemente l'effetto delle diverse azioni manageriali attivabili. Tale considerazione lega la fase di stima del fabbisogno di solvibilità attuale e prospettica a quella connessa di definizione e illustrazione delle *management actions* nell'ambito dell'ORSA.

1.1.3 Management actions e rispetto nel continuo

La Compagnia, nella stima del fabbisogno complessivo di solvibilità attuale e prospettico, come detto, può tener conto di eventuali *management actions* da adottare qualora dovessero presentarsi particolari situazioni di stress andando a vedere come cambia il solvency ratio e vedere se viola le *risk tolerances* o meno.

In tale caso, con l'obiettivo di riportare il solvency ratio entro i limiti desiderati, la Compagnia può porre in essere alcune possibili opzioni di gestione per agire sulle due variabili chiave:

- Eligible Own Funds (OF) attraverso aumento di capitale, emissione di debiti, interruzione nella distribuzione di dividendi, variazione della strategia di investimento per aumentare i profitti (anche a costo di un maggior SCR), limitazione del new business;
- SCR riducendolo attraverso De-risking (cambiamento dell'asset allocation ove possibile, per esempio andando a investire in titoli meno rischiosi), risk mitigation (ad esempio riassicurazione), disegno del prodotto e diversificazione.

Uno degli strumenti maggiormente connessi all'autovalutazione dei rischi è il Capital Plan della Compagnia, il quale alimenta le proiezioni e costituisce allo stesso tempo un output del processo, nel quale devono essere indicati gli eventuali interventi previsti sul capitale, sia nel caso in cui le stime previste del piano industriale vengono rispettate (base case), sia nelle condizioni di stress tenute in considerazione.

L'utilizzo di scenari stressati e il controllo costante delle composizioni dei prodotti e del portafoglio proprietario servono anche come strumento per valutare se la Compagnia riesce ad ottemperare nel continuo ai requisiti regolamentari con i propri fondi; infatti l'ORSA deve garantire, in base al disposto dell'articolo 45 della Direttiva *Solvency II*:

“l'osservanza continua dei requisiti patrimoniali [...] e dei requisiti riguardanti le riserve tecniche [...]”

Le linee guida EIOPA⁶ precisano quanto disposto dalla Direttiva nelle Guidelines 10 e 11 - *continuous compliance with regulatory capital requirements and with technical provisions*:

Variazioni del profilo di rischio della Compagnia possono impattare sulla futura posizione di solvibilità rispetto al MCR e al SCR e questo deve essere tenuto in considerazione nel processo di gestione del capitale. La valutazione deve tener in considerazione anche le variazioni degli OF e delle Riserve Tecniche in condizioni di stress, implementando processi e procedure relativi a review costanti del calcolo delle

⁶ EIOPA-BoS-14/259 – “Final Report on Public Consultation No. 14/017 on Guidelines on own risk and solvency assessment”

Technical Provisions (TP). Il *Capital Plan* tiene conto delle proiezioni dei requisiti di capitale e dei fondi propri lungo tutto l'orizzonte di pianificazione di business.

Nella valutazione della quantità, qualità e della composizione dei fondi propri la Compagnia deve tener conto del mix tra OF e *Ancillary OF*, tra i diversi *Tier*, e della *Loss Absorbing Capacity* delle *Deferred Taxes* e delle *Technical Provisions*.

Il rispetto nel continuo non implica un obbligo di ricalcolo completo e costante del SCR di volta in volta. Esistono diversi approcci che le compagnie possono utilizzare per il monitoraggio nel continuo dei requisiti:

- key risk indicator, come volumi di business, valore a rischio, quantità di investimenti azionari in portafoglio, andamento dei flussi di riscatto e mortalità;
- analisi di sensitività, cioè stress test;
- modelli proxy, più complesso ma che dà un maggior grado di accuratezza;

la scelta dell'approccio che la Compagnia deciderà di adottare terrà conto anche del principio di proporzionalità.

1.1.4 Report ORSA

Le linee guida EIOPA descrivono il set documentale minimo da produrre ai fini ORSA:

- *ORSA policy*: è il documento che delinea l'obiettivo generale e l'approccio da adottare per l'ORSA, con i processi e le procedure da implementare, i collegamenti tra risk profile, risk tolerances e overall solvency needs; i metodi utilizzati includendo informazioni sugli stress test e sulla loro frequenza;
- Record di ogni ORSA: la Compagnia deve documentare ciascun ORSA;
- *Internal report* per ogni ORSA per comunicare a tutto lo staff interessato le conclusioni derivanti dal processo;
- *Supervisory report* per ogni ORSA per comunicare alle autorità di vigilanza le metodologie e ipotesi fatte nell'autovalutazione e i relativi risultati.

La relazione ORSA interna può costituire la base per la relazione all'Autorità. Laddove la relazione interna sia sufficientemente dettagliata anche ai fini di vigilanza, allora la stessa può essere utilizzata per l'invio all'Autorità.

Nelle linee guida EIOPA è espressamente precisato che il processo ORSA, le attività per la produzione del report e i relativi risultati devono essere opportunamente documentati e comunicati. Documentare esaustivamente il processo di valutazione della propria rischiosità e solvibilità attuale e prospettica consente infatti alle strutture interne coinvolte di:

- acquisire, approvare e comunicare agli stakeholder interni ed esterni i risultati delle valutazioni, dimostrando consapevolezza circa la propria posizione di rischio e di solvibilità;
- dimostrare l'effettivo presidio del corretto svolgimento e della qualità del processo;
- supportare efficacemente le decisioni strategiche e operative;
- rendere trasparenti le analisi svolte, consentendone una puntuale ricostruzione da parte di un soggetto terzo indipendente avente il compito di revisionare e validare il processo stesso.

Sono quindi importanti le attività di produzione e conservazione non solo della relazione ORSA (ossia l'output tangibile del processo), ma anche di tutta la documentazione rilevante utilizzata e prodotta nel corso del processo (direttive interne, manuali operativi, file di calcolo, trasmissioni di dati, report gestionali, ecc.)

Tutta la documentazione rilevante ai fini del processo ORSA, opportunamente registrata e conservata, costituisce il c.d. ORSA record, ossia il package di materiale informativo sulla base di quanto riportato nella relazione ORSA.

La documentazione dell'ORSA record deve fornire sufficienti elementi informativi in merito a:

- l'analisi del profilo di rischio dell'impresa (descrizione e spiegazione dei rischi considerati);
- il collegamento tra assessment dei rischi ed il processo di capital allocation, incluse le modalità di considerazione dei limiti *risk tolerances*;

- le modalità di gestione dei rischi;
- le specifiche tecniche delle metodologie utilizzate ai fini valutativi (modelli, ipotesi, calibrazioni, scenari, etc);
- i risultati delle valutazioni del fabbisogno complessivo di solvibilità attuale e prospettico, e le azioni manageriali connesse ed i relativi effetti previsti;
- le valutazioni in merito alla conformità su base continua ai requisiti patrimoniali ed a quelli relativi alle riserve tecniche;
- l'identificazione e spiegazione di ogni deviazione tra il profilo di rischio aziendale e le ipotesi sottese al calcolo del requisito patrimoniale di solvibilità, inclusi gli approfondimenti in termini di analisi e di definizioni di azioni specifiche nei casi di deviazioni significative;
- la descrizione dei fattori interni ed esterni considerati ai fini delle valutazioni prospettiche.

Nel report ORSA vanno inserite le seguenti informazioni:

- illustrazione delle valutazioni prospettiche dei rischi svolte nell'anno con indicazione di:
 - metodologie utilizzate;
 - misure di aggiustamento *Long Term Guarantee* e altre misure transitorie utilizzate nella valutazione con indicazione dei risultati che l'impresa avrebbe ottenuto senza l'applicazione di tali misure in termini di riserve tecniche, SCR e MCR e composizione dei fondi propri;
 - ipotesi e orizzonte temporale considerato;
 - tipologia e qualità dei dati utilizzati;
 - esiti delle valutazioni svolte in termini di profilo di rischio dell'impresa, con indicazione dei rischi maggiormente significativi;
 - impatto delle valutazioni svolte sul fabbisogno di capitale.
- illustrazione delle connessioni tra esiti delle valutazione svolte, fabbisogno complessivo di solvibilità e soglie di tolleranza al rischio;
- qualora l'impresa utilizzi ipotesi e criteri diversi da quelli stabiliti dalla Direttiva Solvency II, essa deve illustrare le valutazioni che dimostrano come le diverse ipotesi

usate conducano a misurazioni più corrette del proprio profilo di rischio, dei livelli di tolleranza approvati e delle strategie dell'impresa nel rispetto della sana e prudente gestione dell'attività;

- illustrazione delle valutazioni svolte dall'impresa per verificare il potenziale rispetto su base continuativa dei requisiti previsti da Solvency II in materia di riserve tecniche, requisiti di capitale, composizione dei fondi propri;
- illustrazione delle analisi quantitative (tecniche di stress testing, analisi di scenario) svolte sui fattori di rischio significativi con indicazione delle ipotesi e delle risultanze.

Il framework regolamentare di Solvency II lascia piena libertà alle imprese in merito all'organizzazione interna in termini di svolgimento dell'ORSA e di documentazione del processo culminante con la relazione finale, ci sono comunque linee guida entro le quali le imprese possono agire. Si ricorda infatti come la Direttiva abbia sottolineato il ruolo delle funzioni di controllo in materia di supervisione indipendente e reporting nell'ambito del sistema dei controlli interni, di cui il processo ORSA è l'elemento fondamentale.

La stesura della relazione ORSA è solitamente coordinata dalla funzione di Risk Management, cui spetta il reporting in materia di rischi nei confronti dell'organo amministrativo.

Il grado di collaborazione richiesta ad altre unità organizzative dell'impresa dipende dal presidio sui diversi rischi realizzato nella compagnia e riflesso nella *governance* delle attività di analisi del profilo di rischio e di risk assessment.

Nei seguenti capitoli si va ad analizzare la composizione degli attivi e la determinazione dei passivi all'interno di una Compagnia Assicurativa di ramo III in modo da presentare un esempio concreto di come può esser realizzato il processo ORSA. Ci si concentrerà sull'autovalutazione prospettica della solvibilità attraverso la proiezione dei fondi negli anni futuri e l'applicazione di possibili stress, facendo poi eventuali considerazioni sul collegamento col profilo di rischio e le risk tolerance definite dalla Compagnia. Si tralascia invece la parte del processo relativa alla definizione del sistema di Governance e del calcolo dei singoli moduli del SCR.

2. Attivi

Si considera un'ipotetica Compagnia Assicurativa Vita che tratta prodotti appartenenti al terzo ramo assicurativo:

- Unit Linked, cioè assicurazioni miste le cui prestazioni sono collegate al valore di quote di organismi di investimento collettivo del risparmio o di fondi interni in cui il rischio finanziario è a carico dell'assicurato (in assenza di garanzie esplicite);
- Index-linked, cioè assicurazioni miste le cui prestazioni sono collegate alle performance dell'indice di riferimento.

Ai fini di questo lavoro non si tratteranno index-linked, ma ci si concentrerà su una gamma di prodotti unit molto varia in modo da cogliere le caratteristiche dei potenziali clienti, presentando quindi un'*asset allocation* diversa a seconda del prodotto. Di seguito si riportano alcune caratteristiche principali dei prodotti unit per avere una panoramica della varietà di strumenti gestiti su cui le variazioni del mercato impatteranno in maniera differente:

- *Obiettivo*: l'obiettivo dell'investimento è far crescere il capitale investito durante la vita del contratto.

Il contratto è a vita intera e ha quindi durata contrattuale che corrisponde con la vita dell'Assicurato.

I fondi sono costituiti da un insieme di attività finanziarie in cui vengono investiti i premi pagati dagli Investitori che sottoscrivono un contratto di assicurazione sulla vita a cui sono collegati i fondi stessi.

- *Copertura caso morte*: viene offerta una copertura assicurativa in caso di morte dell'Assicurato, oltre alla finalità di investimento del risparmio nei fondi interni. In caso di morte dell'Assicurato la Compagnia paga al/ai Beneficiario/i scelto/i dall'Investitore un importo pari al valore delle quote dei fondi interni attribuite al

contratto, maggiorato di una percentuale che varia in funzione dell'età dell'Assicurato al momento del decesso.

- *Riscatto*: l'Investitore può riscattare totalmente o parzialmente il capitale maturato in qualsiasi momento trascorso almeno un anno dalla data di inizio del contratto a condizione che l'Assicurato sia ancora in vita. All'importo ottenuto si applicano gli eventuali costi previsti per il riscatto.

- *Bonus*: se l'Investitore rimane in contratto per un certo numero di anni, alcuni prodotti prevedono il pagamento di un beneficio bonus espresso in percentuale del valore del fondo per incoraggiare i clienti a non riscattare nel breve termine.

- *Grado di rischio, benchmark e volatilità, protezione finanziaria*: il *grado di rischio* misura la rischiosità del fondo in base a quanto possono variare, nel tempo, i rendimenti degli attivi finanziari che compongono il fondo. Ciascun fondo ha il proprio grado di rischio e soddisfa uno specifico obiettivo di investimento.

- Alcuni fondi hanno l'obiettivo di ottenere il massimo rendimento rispetto al benchmark, coerentemente con lo specifico profilo di rischio.

Il *benchmark* è un parametro oggettivo di riferimento costituito da un indice o un insieme di indici comparabile, in termini di composizione e di livello di rischio, agli obiettivi di investimento della gestione di un fondo.

- Altri fondi hanno l'obiettivo di far crescere il capitale investito attraverso una gestione flessibile e diversificata degli investimenti, sulla base del profilo di rischio del fondo.

Per tali fondi non è possibile individuare un benchmark che rappresenti la politica di investimento dei fondi stessi; come misura di rischio alternativa si utilizza, invece, la volatilità media annua attesa.

La *volatilità* è un indicatore del grado di rischio del fondo interno ed esprime la variabilità dei rendimenti rispetto al rendimento medio del fondo in un determinato intervallo temporale.

- Alcuni fondi appartenenti all'*area protetta* sono caratterizzati da una gestione flessibile degli investimenti con l'obiettivo di ottimizzare la composizione del fondo in base all'andamento dei mercati; i fondi protetti collocati dalla Compagnia offrono una protezione finanziaria dei risultati conseguiti e non una garanzia di rendimento minimo. La garanzia finanziaria non è a carico della Compagnia, ma di una banca d'investimento terza con la quale è firmato un contratto di garanzia finanziaria e l'andamento del Fondo è valutato considerando la probabilità di accadimento di possibili scenari futuri.

I fondi unit investono in azioni, OICR azionari, obbligazionari o monetari e bond in modo da replicare il benchmark di riferimento o comunque riflettere il grado di rischio associato. L'investimento è effettuato dal gestore del fondo interno che opera conformemente alla politica di investimento dello stesso, rappresentata nel prospetto informativo.

2.1 Rischi generali connessi all'investimento finanziario

In base alle categorie di attivi in cui investe, ogni fondo interno è esposto a rischi diversi. Tali rischi sono riconducibili alle seguenti categorie:

- Interest rate
- Spread
- Equity
- Currency

Le prestazioni offerte dai prodotti unit sono collegate al valore delle quote dei fondi interni collegati al contratto.

Il valore delle quote può cambiare in base alle variazioni dei prezzi delle attività finanziarie in cui investono i fondi: è possibile quindi che l'Investitore, al momento del pagamento della prestazione, riceva un capitale inferiore rispetto a quanto investito. Infatti, i prodotti unit offerti non hanno garanzie finanziarie, per cui con la sottoscrizione del contratto l'Investitore assume i seguenti rischi finanziari legati al rischio di variazione del prezzo:

1. *Equity risk*: tipico dei titoli di capitale (es. azioni), è collegato al livello e alla volatilità dei loro prezzi, che risentono delle aspettative di mercato sulle prospettive dell'andamento economico delle società che emettono i titoli e della variabilità dei mercati sui quali i titoli sono scambiati⁷;
2. *Interest rate risk*: tipico dei titoli di debito (es. obbligazioni), è collegato alla variabilità dei loro prezzi derivante dalle variazioni dei tassi di interesse di mercato; le variazioni si ripercuotono sui prezzi (e quindi sui rendimenti) di tali titoli in modo tanto più accentuato quanto più lunga è la loro vita residua: un aumento dei tassi di mercato può causare una diminuzione del prezzo del titolo stesso;

⁷ L'EIOPA distingue fra:

- Type 1 equities, sono azioni elencate nei mercati regolamentati in Paesi che sono membri EEA (European Economic Area) o OECD (The Organisation for Economic Co-operation and Development);
- Type 2 equities, sono titoli elencati in mercati azionari di Paesi che non sono membri EEA o OECD, o anche azioni non elencate, hedge funds, commodity e altri investimenti alternativi.

3. *Spread risk*: è collegato alle variazioni nel livello e nella volatilità dei credit spreads al di sopra della curva dei tassi privi di rischio.

È riconducibile principalmente al:

- rischio emittente: tipico dei titoli di debito (es. obbligazioni); è connesso all'eventualità che l'emittente, a causa di una riduzione della solidità patrimoniale, non sia in grado di pagare l'interesse o di rimborsare il capitale; il valore dei titoli può quindi variare se si modificano le condizioni creditizie degli enti emittenti;
- rischio di controparte: è connesso all'eventualità che le controparti finanziarie (per esempio, soggetti che prestano garanzia finanziaria) non siano in grado di rispettare le obbligazioni contrattuali a causa di un deterioramento della loro solidità patrimoniale;

4. *Currency risk*: è il rischio legato a variazioni nel livello e nella volatilità dei tassi di cambio; per i fondi in cui è prevista la possibilità di investire in valute diverse da quella in cui sono denominati, la variabilità del rapporto di cambio tra la valuta di denominazione del fondo e la valuta estera in cui sono denominate le singole componenti può avere effetti sul valore dell'investimento.

Tali rischi sono considerati non solo nel calcolo del SCR per il modulo relativo ai rischi di mercato, ma anche per formulare le ipotesi nella proiezione FLAOR degli attivi e per l'implementazione degli scenari di stress.

Oltre ad essi, è importante per una compagnia monitorare e gestire correttamente il rischio di liquidità, o *Liquidity Risk*. La liquidità degli strumenti finanziari, cioè la loro capacità di essere convertiti prontamente in moneta senza perdita di valore, dipende dalle caratteristiche del mercato in cui sono scambiati. In linea di massima, i titoli trattati sui mercati regolamentati sono più liquidi e, quindi, meno rischiosi rispetto ai titoli trattati sui mercati non regolamentati. L'assenza di una quotazione ufficiale può rendere più complesso assegnare un prezzo effettivo al titolo, che quindi può essere determinato in base a valutazioni discrezionali.

2.2 Asset allocation del Portafoglio Unit e Proprietario

I fondi unit e il Portafoglio Proprietario investono in vari tipi di strumenti finanziari che, a seconda delle loro caratteristiche, sono soggetti in modo più o meno forte ai rischi esposti precedentemente. La loro composizione fornisce informazioni utili su quali sono i rischi finanziari ai quali la Compagnia risulta maggiormente esposta.

In generale, a seconda dell'area geografica in cui gli attivi sono quotati, possono essere esposti a particolari rischi legati allo specifico mercato oppure al settore o Paese di riferimento. Per esempio, titoli quotati su mercati appartenenti ai Paesi Emergenti sono generalmente più rischiosi rispetto ai titoli quotati su mercati sviluppati perchè soggetti a vari fattori di rischio ulteriori, quali ad esempio il rischio Paese (e in particolare la sua stabilità politica e la sua fiscalità), il rischio di liquidità (generalmente più alto perchè i mercati finanziari non sono ancora pienamente sviluppati) ed il rischio legato alle strutture di corporate governance delle aziende che generalmente non sono solide come quelle di aziende appartenenti ai mercati sviluppati.

Generalmente, l'investimento nella componente azionaria, esposta all'*equity risk*, varia da una minima composizione in percentuale ad una massima, a seconda del benchmark di riferimento o del grado di rischio associato al fondo, allo stesso modo delle componenti monetaria e obbligazionaria. Gli strumenti azionari che investono in zone diverse dall'area Euro sono frequentemente esposti al rischio di cambio, a meno che il gestore del fondo non decida di coprire tale rischio.

Gli strumenti di tipo monetario sono costituiti principalmente da OICR che investono in titoli monetari e obbligazionari a breve termine (normalmente inferiore ai 12 mesi) come, ad esempio, i buoni ordinari del tesoro, i certificati di deposito e le carte commerciali, emessi o garantiti da Stati sovrani, enti sovranazionali ed emittenti societari con sede principalmente nei Paesi dell'area Euro ed elevata posizione creditizia. La maggior parte degli strumenti monetari nel portafoglio unit della Compagnia è denominato in euro come si può notare dalla tabella 2.1; di conseguenza, la componente monetaria di tale portafoglio è esposta limitatamente al rischio *currency*. Per quanto riguarda invece il rischio *interest rate*, esso è limitato grazie alla bassa *duration media* di questi attivi.

Gli strumenti di tipo obbligazionario sono costituiti da OICR che investono principalmente in titoli obbligazionari con scadenze più lunghe (superiori ai 12 mesi) emessi o garantiti da Stati sovrani, enti sovranazionali ed emittenti societari. Gli OICR obbligazionari internazionali possono essere sia coperti dal rischio di cambio con l'euro sia possono assumersi tale rischio. Gli strumenti obbligazionari sono esposti principalmente all'*interest rate* e allo *spread risk*. In particolare, a seconda del rating di tali asset, oppure del rating medio degli strumenti che compongono gli OICR, essi sono classificabili come Investment Grade o High Yield. Generalmente, gli OICR che investono in attivi di tipo High Yield oppure emessi da Paesi Emergenti risultano essere maggiormente esposti al rischio spread in quanto presentano una qualità creditizia inferiore.

Oltre agli attivi investiti nei prodotti unit che appartengono ai clienti, c'è il cosiddetto Portafoglio Proprietario (definito anche *Shareholder Fund* o SHR), le tabelle 2.1 e 2.2 rappresentano l'*asset allocation* degli investimenti dei due Portafogli:

Categoria	Peso (%)
Azionario Italia	5.0%
Azionario Europa	12.0%
Azionario America	11.0%
Azionario Giappone	3.0%
Azionario Pacifico	3.5%
Azionario Paesi Emergenti	4.0%
Azionario Internazionale	1.5%
Azionario Settoriale	1.8%
Azionario Altre Specializzazioni	1.0%
TOTALE AZIONARIO	42.8%
Obbligazionario Euro	17.0%
Obbligazionario Corporate IG	4.0%
Obbligazionario High Yield	3.0%
Obbligazionario Dollaro	5.0%
Obbligazionario Giappone	3.0%
Obbligazionario Internazionale	1.0%
Obbligazionario Mercati Emergenti	5.0%
Obbligazionario Altre Specializzazioni	0.5%
TOTALE OBBLIGAZIONARIO	38.5%
Monetario Area Euro	11.0%
Monetario Area Dollaro	1.0%
Monetario Area Yen	0.0%
Monetario Altre Valute	0.1%
Liquidità	1.0%
TOTALE MONETARIO	13.1%
Flessibile	5.0%
Bilanciato	0.2%
Altro	0.5%
TOTALE ALTRO	5.7%
TOTALE	100.0%

Tabella 2.1 Asset allocation del Portafoglio Unit.

Categoria	Peso (%)
Titoli obbligazionari	75.0%
<i>Governativi italiani</i>	30.0%
OICR obbligazionari	3.5%
TOTALE OBBLIGAZIONARIO	78.5%
Azioni	0.2%
OICR Azionari	2.0%
TOTALE AZIONARIO	2.2%
Quote di fondi interni della Compagnia	18.8%
Cash	0.5%
TOTALE	100.0%

Tabella 2.2 Asset allocation del Portafoglio SHR.

A differenza dei prodotti Unit in cui i rischi connessi all'investimento sono a carico del contraente e la Compagnia subisce gli effetti di uno stress sui mercati finanziari solo indirettamente, gli stessi stress incidono in maniera diretta sul portafoglio SHR in quanto i movimenti di mercato hanno un impatto immediato sulla redditività della Compagnia e sulla quantità di asset.

La parte SHR investita in quote di fondi interni della Compagnia, che da ora in poi verrà chiamata Unit SHR, può far riferimento sia a quote di fondi unit che la Compagnia ha comprato per tenere in vita fondi in cui i clienti non investono al momento ma in cui potrebbero investire in futuro grazie alla possibilità che hanno di effettuare *switch* da un fondo all'altro, sia a fondi unit in cui la Compagnia investe direttamente per iniziative commerciali. In base ai dati esposti nel 2014 la Compagnia ha investito 50 milioni di euro in Unit SHR.

Dalla composizione del Portafoglio SHR e delle unit linked si apprende che la Compagnia investe significativamente in titoli governativi dell'area Euro. È stato quindi ritenuto opportuno, ai fini ORSA, andare a ipotizzare uno scenario di stress per questo segmento di mercato in modo da verificare quale sarebbe l'impatto sulla posizione di solvibilità di uno stress sul mercato governativo dell'area Euro, in particolare sui Paesi periferici. Questo particolare stress viene costruito ed analizzato nel capitolo 5 considerando sia la composizione del Portafoglio SHR che la composizione delle unit in modo da cogliere le caratteristiche dell'intero portafoglio.

3. Passivi

Le compagnie assicurative devono determinare adeguate riserve che rappresentino le passività legate ai propri prodotti assicurativi.

A seconda della tipologia dei prodotti, l'interazione tra attivi e passivi è differente:

- assicurazioni unit-linked (senza garanzia finanziaria): benefici e quindi passivi dell'assicuratore definiti in funzione del valore degli assets, sono assicurazioni *asset-driven*;
- assicurazioni con benefici prefissati: definizione dei benefici e quindi dei passivi dell'assicuratore precedono la scelta degli attivi, sono assicurazioni *liability-driven*;
- situazioni intermedie in cui si possono avere assicurazioni *liability-driven* con benefici dipendenti anche dalle performance degli investimenti (assicurazioni con partecipazioni agli utili), oppure *asset-driven* con garanzie che trasferiscono il rischio all'assicuratore e necessitano di una riserva addizionale coerente con il loro costo (è il caso di unit-linked con garanzie finanziarie).

Ai nostri fini, si considera esclusivamente la determinazione dei passivi per i prodotti esposti nel capitolo precedente, le unit-linked senza garanzie finanziarie, definendo dapprima la logica con cui viene definito il premio puro investito nel fondo:

$$P_t = \omega_t n_t$$

dove

ω_t è il valore all'istante t di un'unità accreditata al contratto;

n_t è il numero di unità accreditate al contratto con il premio puro P_t .

Si può poi suddividere ulteriormente n_t in unità accreditate $n_t^{[S]}$ al contratto per alimentare l'investimento e unità $n_t^{[R]}$ usate per finanziare il costo di mutualità che origina dal capitale sotto rischio per il beneficio caso morte; si può quindi distinguere le due

componenti del premio puro: il premio investito e il caricamento per beneficio complementare.

Considerando un contratto unit-linked a premi ricorrenti iniziato all'epoca 0, il numero di unità accreditate al contratto al tempo t prima del pagamento del premio è

$$N_t = \sum_{s=0}^{t-1} n_s^{[S]}$$

da cui risulta che il valore del fondo associato al contratto al tempo t è

$$F_t = N_t \omega_t$$

e la riserva, essendo un'assicurazione asset-driven, sarà

$$V_t = F_t$$

Al fine di calcolare $n_t^{[S]}$ e $n_t^{[R]}$, dato n_t , occorre definire l'importo dei benefici e in particolare il capitale sotto rischio:

- il beneficio alla scadenza m è il valore corrente del fondo $S_m = F_m$;
- il beneficio caso morte pagabile al tempo t è $C_t = F_t + K_t$
dove $K_t = \alpha F_t$ è il capitale sotto rischio ($\alpha > 0$)
- il valore di riscatto al tempo t è $R_t = \rho(t) F_t$
dove $1 - \rho(t)$ è la penale di riscatto

A questo punto $n_t^{[S]} = N_{t+1} - N_t$, con N_{t+1} tale per cui attivo e passivo del contratto siano in equilibrio attuariale nel periodo $(t, t+1)$, a tal fine si generalizza la tradizionale equazione ricorrente:

$$(F_t + P_t) \omega_{t+1} / \omega_t = (C_{t+1} - F_{t+1}) q'_{x+t} + F_{t+1}$$

dove

q'_{x+t} è la probabilità annua di decesso all'età $x+t$, appartenente alla base tecnica di primo ordine;

ω_{t+1} non noto al tempo t .

Assumendo che il capitale sotto rischio sia espresso in termini di percentuale del valore del fondo, allora si ottiene:

$$(N_t + n_t) \omega_{t+1} = \alpha N_{t+1} \omega_{t+1} q'_{x+t} + N_{t+1} \omega_{t+1},$$

quindi

$$(N_t + n_t) = \alpha N_{t+1} q'_{x+t} + N_{t+1} \Rightarrow N_{t+1} = (N_t + n_t) / (\alpha q'_{x+t} + 1)$$

Da qui si può facilmente determinare $n_t^{[SJ]}$ e $n_t^{[RJ]}$ e di conseguenza il premio investito e per il beneficio complementare

$$P_t^{[SJ]} = n_t^{[SJ]} \omega_t$$

$$P_t^{[RJ]} = n_t^{[RJ]} \omega_t$$

Determinato quindi il premio puro, il cliente pagherà il premio di tariffa $P_t^{[T]}$ comprendente anche il caricamento per spese di acquisizione e di gestione del fondo.

Nei prodotti unit-linked della Compagnia non c'è un'esplicita distinzione del premio in componente investita e componente relativa alle spese, bensì il premio pagato dall'assicurato viene totalmente investito nel fondo e il costo relativo alle spese viene coperto tramite il pagamento annuale di una commissione di gestione.

La commissione di gestione, o *management fee*, viene calcolata come commissione annua sulla base del valore del fondo comune rappresentando quindi un'entrata e, al netto delle spese che la Compagnia affronta per la gestione delle polizze e per remunerare i suoi provider, determina l'utile netto legato alle polizze.

Nelle seguenti sezioni si riporta il calcolo delle passività tenute per le unit-linked secondo i principi Solvency II e la composizione degli *Own Funds* che ne consegue.

Solvency II richiede alle imprese di determinare le riserve tecniche che corrispondono all'ammontare corrente che le imprese dovrebbero pagare se dovessero immediatamente trasferire i loro obblighi assicurativi ad un'altra compagnia. Il valore delle *Technical Provisions* (TP) dovrebbe essere uguale alla somma di una best-estimate ed un risk margin.

3.1 Best Estimate

La *Best Estimate* (BE) corrisponde al valore attuariale dei cash-flow futuri utilizzando una base tecnica realistica, ovvero il valore atteso delle future entrate e uscite della Compagnia attualizzate all'istante di valutazione sulla base di ipotesi che forniscono una descrizione attendibile dello scenario finanziario e demografico.

Per il calcolo, secondo il principio di proporzionalità, è adeguato un modello di proiezione deterministica in quanto il portafoglio non ha significative opzioni implicite o garanzie che rendino necessaria una valutazione stocastica del loro valore futuro.

I cash-flow presi in considerazione tengono conto di tutte le entrate e le uscite necessarie per ottemperare agli obblighi assicurativi sull'arco di tutta la vita del portafoglio, in particolare:

- Pagamenti di benefici ai *policyholders* o ai beneficiari (valore alla maturity, benefici caso morte e valori di riscatto al netto delle commissioni di gestione);
- Pagamenti delle spese (spese amministrative e di remunerazione degli intermediari);
- Pagamenti tra la Compagnia e la *custodian bank* e i gestori delegati per l'investimento⁸.

Le passività sono calcolate su base *going concern*: il portafoglio *in force* al 31 dicembre 2014 è proiettato per 30 anni su base mensile in modo da ottenere il *run-off* del portafoglio; i premi addizionali che i clienti possono decidere di pagare in futuro non vengono modellati nel rispetto delle *contract boundaries* delineate dalle specifiche EIOPA⁹, analoga scelta è stata presa per le polizze a premi ricorrenti.

La BE è calcolata al lordo della riassicurazione, la quale tra l'altro risulta non materiale per il *business* della Compagnia, e viene effettuata separatamente per ogni polizza sul portafoglio chiuso al 31 dicembre 2014 e sulla base di ipotesi realistiche:

⁸ La Compagnia può scegliere di dare in gestione ad un ente esterno i fondi legati ai propri prodotti assicurativi. La *custodian bank* garantisce l'indipendenza del fondo dalla società che lo gestisce salvaguardando l'interesse degli investitori.

⁹ "Technical Specification for the Preparatory Phase (Part I)", EIOPA-14/209, 30 aprile 2014.

- ipotesi finanziarie
 - struttura a termine dei tassi di interesse
- ipotesi demografiche e tecniche
 - Riscatti
 - Mortalità
 - Spese

La curva dei tassi *risk free* usata per attualizzare i cash flow futuri è quella fornita dall'EIOPA per l'area Euro al 31 dicembre 2014, questa viene poi modellata per ottenere i tassi forward utili per considerare i tassi di crescita dei fondi unit in modo da calcolare i valori proiettati BE dei fondi sui quali poi basare i benefici e i margini.

$$BE_{2014} = - \sum_{t=1}^{30} CF_{2014+t} (1+i_{SII})^{-t}$$

dove

i_{SII} è il tasso d'interesse basato sulla curva EIOPA;
 CF_{2014+t} è il cash flow futuro definito come sopra (*inflow - outflow*) e determinato usando le ipotesi tecniche BE.

Le ipotesi BE vengono aggiornate almeno annualmente o più frequentemente se avvengono cambiamenti materiali durante l'anno, vengono quantificate basandosi su informazioni storiche relative al portafoglio della Compagnia.

3.1.1 Ipotesi BE sui riscatti

I tassi di riscatto sono stimati per categorie di prodotti omogenei e si basano sui dati storici sulle polizze della Compagnia, i gruppi sono costruiti anche in modo tale da avere un numero di polizze che renda la stima significativa.

L'analisi viene effettuata sulle somme riscattate e non sul numero di polizze, questo approccio consente di gestire allo stesso tempo riscatti parziali e totali.

È importante anche sottolineare che i tassi ottenuti vengono poi modellati in maniera deterministica: ciò implica indipendenza fra riscatti avvenuti e fattori economici e si assume che i tassi BE stimati in base all'esperienza passata della Compagnia avranno lo stesso andamento nel futuro.

All'interno di ciascun gruppo le polizze vengono osservate dalla loro data di inizio alla data di valutazione, i dati vengono quindi divisi per generazione e anni di contratto trascorsi dalla stipulazione della polizza.

Di seguito si considera il calcolo dei tassi grezzi di riscatto (Tabella 3.3) in base alle somme a rischio (Tabella 3.1) e le somme riscattate (Tabella 3.2) di un generico gruppo "Unit 1" di prodotti.

Somma a rischio (mln euro) - Gruppo Unit 1								
31/12/2014	0-1	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7	Total
2008	2,559.0	2,776.2	3,139.1	3,135.3	2,958.2	2,880.2	2,112.3	19,560.2
2009	1,557.6	1,893.8	1,953.1	1,925.4	1,856.7	1,267.6	-	10,454.3
2010	1,615.5	1,744.9	1,781.1	1,821.5	1,101.2	-	-	8,064.2
2011	1,434.3	1,585.7	1,662.8	1,367.4	-	-	-	6,050.2
2012	1,799.1	2,249.3	1,895.4	-	-	-	-	5,943.9
2013	1,511.4	1,076.0	-	-	-	-	-	2,587.3
2014	936.1	-	-	-	-	-	-	936.1
Total	11,413.0	11,325.8	10,431.5	8,249.6	5,916.1	4,147.9	2,112.3	53,596.2

Tabella 3.1 Somme a rischio per ciascun anniversario di polizza.

La somma a rischio per una polizza è ottenuta come la somma del valore dei fondi in cui la polizza investe: il valore di ciascun fondo legato alla polizza è dato dal suo prezzo a fine anno moltiplicato per il numero di units legati a quella polizza, in aggiunta si considerano i premi addizionali (*top-up*) pagati nel corso dell'anno.

$$Ar_{t,a} = \sum_{i \in \{\text{Policies generation } a\}} \left(\sum_{f \in \{\text{funds}\}} \left(U_{t,a}^{(i,f)} * E_{t,a}^{(i)} + \sum_{j \in \{\text{top-ups } f\}} TU_{t,a}^{(i,f)} * E_{t,a}^{(i)} \right) * P_{t,a}^{(f)} \right)$$

dove

t tempo trascorso in anni dalla stipulazione ($t = 0, 1, \dots$);

a generazione della polizza;

$Ar_{t,a}$ somma a rischio per le polizze della generazione a nell'anno $a+t$;

- i polizze che appartengono alla generazione a ;
- f fondo dove la polizza i investe;
- $U_{t,a}^{(i,f)}$ numero di units per la polizza i nel fondo f alla data $a+t$;
- $E_{t,a}^{(i)}$ esposizione della polizza i nell'anno t , definito come:
 la polizza è stata in force o riscattata durante l'anno $(a+t, a+t+1) \rightarrow 1$
 la polizza è scaduta o il policyholder è morto durante l'anno $(a+t, a+t+1)$
 $\rightarrow [0,1[$;
- j premi top-up investiti nel fondo f durante il periodo $[a+t, a+t+1)$;
- $TU_{t,a}^{(i,f)j}$ numero di units top-up del premio j per la polizza i investita nel fondo f durante il periodo $[a+t, a+t+1)$;
- $EtU_{t,a}^{(i)j}$ esposizione del premio top-up j per la polizza i nell'anno t , definite come
 il tempo trascorso dalla data di investimento del premio e $a+t+1$;
- $p_{t,a}^{(f)}$ prezzo del fondo f alla data $a+t$;

Somma riscattata (mln euro) - Gruppo Unit 1								
31/12/2014	0-1	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7	Total
2008	7.4	140.7	243.8	377.8	345.0	391.0	197.7	1,703.4
2009	5.7	108.5	160.8	229.7	221.8	102.2	-	828.6
2010	7.2	103.9	147.1	211.1	66.6	-	-	535.8
2011	4.3	119.1	154.2	110.5	-	-	-	388.1
2012	4.5	318.8	175.4	-	-	-	-	498.7
2013	3.2	50.5	-	-	-	-	-	53.8
2014	2.6	-	-	-	-	-	-	2.6
Total	34.9	841.6	881.2	929.1	633.3	493.3	197.7	4,011.1

Tabella 3.2 Somme riscattate per ciascun anniversario di polizza.

Il valore delle somme riscattate è dato dalla somma dei valori delle units riscattate, siano questi riscatti parziali o totali: si moltiplica il numero delle units riscattate per il prezzo del fondo al quale appartengono.

$$Sur_{[t,t+1),a} = \sum_{i \in \{\text{Policies generation } a\}} \left(\sum_{f \in \{\text{funds}\}} SU_{[t,t+1),a}^{(i,f)} * p_{t,a}^{(f)} \right)$$

dove

$Sur_{[t,t+1),a}$ somma riscattata nel periodo $[t,t+1)$ per la generazione a ;

$SU_{[t,t+1),a}^{(i,f)}$ numero di units della polizza i nel fondo f riscattate nel periodo $[a+t, a+t+1)$.

Tassi di riscatto per anno di polizza - Gruppo Unit 1								
31/12/2014	0-1	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7	Total
2008	0.3%	5.1%	7.8%	12.1%	11.7%	13.6%	9.4%	8.7%
2009	0.4%	5.7%	8.2%	11.9%	11.9%	8.1%	-	7.9%
2010	0.4%	6.0%	8.3%	11.6%	6.0%	-	-	6.6%
2011	0.3%	7.5%	9.3%	8.1%	-	-	-	6.4%
2012	0.3%	14.2%	9.3%	-	-	-	-	8.4%
2013	0.2%	4.7%	-	-	-	-	-	2.1%
2014	0.3%	-	-	-	-	-	-	0.3%
All generations	0.3%	7.4%	8.4%	11.3%	10.7%	11.9%	9.4%	7.5%
Total exposure (€m)	11,413	11,326	10,431	8,250	5,916	4,148	2,112	0

Tabella 3.3 Tassi grezzi di riscatto per ciascun anniversario di polizza.

I tassi di riscatto per ciascun anniversario di polizza (ultima riga) sono ottenuti con la seguente formula:

$$Fr_{[t,t+1)} = \frac{\sum_{year_a} Sur_{[t,t+1),a}}{\sum_{year_a} Ar_{t,year_a}}$$

dove

$Fr_{[t,t+1)}$ tasso di riscatto per le polizze del Gruppo 1 nel t-esimo anno di polizza;

$\sum_{year_a} Sur_{[t,t+1),a}$ il totale, per tutte le generazioni, delle somme riscattate nel t-esimo anno di polizza;

$\sum_{year_a} Ar_{t,year_a}$ il totale, per tutte le generazioni, delle somme a rischio nel t-esimo anno di polizza.

Il calcolo può anche assegnare diversi pesi agli anni $a+t$ per tener conto di possibili trends, inoltre i valori ottenuti vengono confrontati con quelli dell'anno precedente e si determinano i tassi BE in base al giudizio degli Attuari, questo aspetto viene definito *expert judgement* nelle specifiche EIOPA: gli Attuari identificano ed escludono anomalie nei tassi osservati dovute a eventi straordinari, considerano le caratteristiche del prodotto e dei canali distributivi per determinare trend attesi e cambiano le ipotesi solo per quei gruppi di prodotti che sono materiali (la materialità in questo caso è definita come il valore delle passività legate a quei prodotti rapportata al totale delle passività).

3.1.2 Ipotesi BE sulla mortalità

La Compagnia non si pone l'obiettivo di determinare una propria tavola interna di mortalità, data l'esigua base di dati, quindi l'analisi si prefigge lo scopo di determinare una percentuale di abbattimento rispetto alla tavola di mortalità nazionale. L'ultima tavola di mortalità al momento dell'analisi, derivata dal censimento, risulta essere quella ISTAT SIM/SIF del 2002.

La mortalità è modellata in via deterministica e cambiamenti futuri attesi nei tassi di mortalità sono trascurati. Questa semplificazione viene accettata data la scala e complessità di questo rischio: il capitale a rischio secondo la Standard Formula è pari al 2.5% del SCR, inoltre la duration delle passività è pari a 3.5 anni¹⁰ per cui non è atteso nessun errore materiale usando questa semplificazione.

L'analisi si divide in 3 step:

- Estrazione ed analisi qualitativa dei dati, eliminazione dei dati inconsistenti;
- Stima dei tassi di mortalità sui dati osservati;
- Determinazione delle percentuali di abbattimento tramite un modello di regressione lineare.

¹⁰ La duration delle passività viene calcolata come media degli anni di *run off* del portafoglio ponderata sul valore delle riserve units in smontamento. Il basso valore della duration è dovuto principalmente ai tassi di riscatto BE elevati già nei primi anni di polizza.

➤ *Estrazione ed analisi qualitativa dei dati, eliminazione degli outline*

Si considera un dato periodo di osservazione $[year_I, year_F]$ e tutte le polizze in portafoglio durante tale periodo. Le variabili estratte sono: il sesso, l'età, il tempo di esposizione (che varia tra 0 e 1) ed il controvalore medio della polizza ad ogni età compiuta dell'assicurato.

Si è osservato il box-plot del valore delle polizze e si sono eliminate dall'analisi quelle con controvalori fuori dagli outlines¹¹, escludendo così meno dell'1% dei dati.

Si è poi escluso il 2% dei dati rimasti eliminando le polizze di assicurati con età inferiore a 30 anni o superiore ai 100 anni, questa scelta è stata presa andando a considerare la distribuzione empirica dei decessi per età e osservando che nelle code il numero di dati era troppo basso per condurre una regressione significativa.

➤ *Stima dei tassi di mortalità sui dati osservati*

Per ogni anno del periodo di osservazione si considerano gli assicurati distinguendo i tassi di mortalità per sesso ed età. Il tasso di mortalità per l'età x si ottiene come:

$$q_x = \frac{\sum_{y=year_I}^{year_F} V_y^{Death}[x]}{\sum_{y=year_I}^{year_F} V_y[x]}$$

dove

$$V_y^{Deaths}[x] = \sum_{i=0}^{N_{x,y}} d_{x,y}^i$$

è il numero di decessi avvenuti tra gli $N_{x,y}$ assicurati di età x nell'anno y ;

$$V_y[x] = \sum_{i=0}^{N_{x,y}} E_{x,y,i}$$

è l'esposizione totale degli $N_{x,y}$ assicurati di età x nell'anno y .

¹¹ In un boxplot gli outlines sono i valori superiori al 75-esimo percentile + 1.5*(differenza interquartile) e quelli inferiori al 25-esimo percentile - 1.5*(differenza interquartile).

Per fare una prima analisi sulle percentuali di abbattimento, questi tassi possono essere confrontati con i tassi estratti dalle tavole di mortalità ISTAT, calcolati sostituendo

$$V_y^{Deaths}[x] \text{ con } V_y^{SIM/SIF92}[x] = \sum_{i=0}^{N_{x,y}} E_{x,y,i} \cdot q_x^{SIM/SIF92}.$$

Si possono ottenere anche pesando le esposizioni e i decessi con il valore medio della polizza nell'anno y per l'assicurato i -esimo di età x .

➤ *Determinazione delle percentuali di abbattimento tramite un modello di regressione lineare*

È stata fatta una regressione lineare col software statistico R partendo dai dati del primo step e creandone uno nuovo con le seguenti variabili per polizza:

- *Gender*, il genere dell'assicurato;
- *AgeStart*, l'età dell'assicurato;
- *Vclaims* = *FlagDeath* * *PolValue*, il valore dei sinistri avvenuti senza considerare il beneficio caso morte aggiuntivo, è quindi il valore della polizza (*PolValue*) da pagare se l'assicurato è morto (*FlagDeath*);
- *ExpV* = q_x * *ExpTime* * *PolValue*, il valore atteso da pagare per i sinistri secondo le tavole ISTAT (q_x) tenendo conto del tempo di esposizione (*ExpTime*).

Da questo dataset si sono poi sommati i valori di *Vclaims* e *ExpV* per età e genere, in questo modo si perde il numero di osservazioni per ciascuna età e genere ma si ha ancora il valore dei fondi delle osservazioni.

Si pone il valore dei sinistri avvenuti come variabile dipendente e il valore dei sinistri attesi come variabile indipendente, in pratica

$$VClaims = \alpha ExpV + \varepsilon$$

La scelta tra i modelli, i quali consideravano diverse variabili indicatrici per distinguere per sesso o per gruppi di età, è stata condotta andando a considerare la significatività dei coefficienti, il coefficiente di determinazione del modello, l'AIC e l'analisi di normalità dei residui.

Il modello scelto stima i coefficienti distinguendo per i seguenti due gruppi di età:

Gruppo	Stima coefficiente	I.C. 75%
<90 anni	0.679037	[0.65584; 0.702233]
>90 anni	0.773521	[0.60682; 0.940222]

Tabella 3.4 Stime e intervalli di confidenza dei parametri del modello di regressione.

Alla luce di tale analisi si è scelto di adottare il 70% e l'80% come stima BE delle percentuali di abbattimento per i due gruppi con cui ottenere i tassi di mortalità BE dalle tavole di mortalità ISTAT.

3.1.3 Margini e ipotesi BE per spese

I margini, o commissioni di gestione, sono pagati dai *policyholders* alla Compagnia e vengono utilizzati innanzitutto per coprire i costi e le spese effettive del fondo interno, sono quindi determinati basandosi sull'*asset mix* del fondo alla data di valutazione e possono essere più o meno alti a seconda della sua rischiosità e del tipo di gestione che richiede; da notare inoltre che queste commissioni vengono pagate anche in caso in cui il fondo abbia perso valore.

I margini vengono scelti tenendo conto anche di altri costi da coprire, rappresentano quindi un'importante fonte di entrata per la Compagnia e vanno a determinarne buona parte dell'utile se considerati al netto di:

- *Fund administration fee*, è una commissione che la Compagnia paga a società specializzate a cui ha delegato una serie di attività legate alla gestione del fondo¹²;

¹² Le attività cedute possono includere:

- Preparazione di relazioni periodiche agli azionisti;
- Calcolo del valore patrimoniale netto (NAV) dell'OICR;
- Pagamento delle spese del fondo e calcolo delle commissioni di performance;
- La gestione vera e propria di un fondo, in tal caso si distingue questa commissione denominata *asset management fee*.

Questo elenco non è completo, inoltre si cita che esistono alcuni fondi di custodia per cui la Compagnia deve pagare delle commissioni alla *custodian bank* le quali vengono successivamente restituite per alcuni fondi in quanto vengono pagate dai *policyholders*.

- *Fund based commission* (FBC), è una provvigione al canale di vendita per far in modo che gli intermediari siano incentivati a proporre i prodotti della Compagnia;
- Spese per polizza.

Si ricorda invece che il costo legato ai benefici caso morte può essere coperto tramite la detrazione di quote unit come è stato esposto all'inizio di questa sezione; comunque sia dall'esperienza si evince che, se non si tratta di benefici aggiuntivi rispetto a quelli standard previsti dal contratto, anche i soli margini riescono a coprire le uscite mensili legate alla mortalità.

L'utile che ne risulta va poi considerato al netto delle tasse calcolate secondo le norme vigenti nello Stato in cui opera la Compagnia; si considera di seguito un possibile approccio alla determinazione delle spese per polizza, cioè l'unica delle sopra citate componenti che non viene modellata come percentuale del valore del fondo.

Gli elementi di base per il calcolo sono:

1. Il periodo sotto analisi con il quale è effettuata la stima, quindi ogni dato deve essere riferito a tale intervallo di tempo. Il periodo da tener in considerazione per la stima dovrebbe riflettere al meglio le spese future, in generale si può scegliere tra il corrente periodo contabile e quello previsto per l'anno successivo;
2. Scelto il periodo si considerano le spese totali rilevanti, si è distinto fra:
 - spese di acquisizione, rappresentano le spese sostenute all'emissione delle polizze,
 - spese di gestione, includono i costi di amministrazione e di chiusura polizza;
 - *one-off expense*, vengono tenute separate in quanto è poco probabile che si ripresentino in futuro e quindi si valuta se includerle o meno nel calcolo;
3. Si raggruppano i prodotti in gruppi omogenei per struttura dei costi, per ciascun gruppo si considera il numero di polizze all'inizio e alla fine dell'anno del periodo sotto analisi, e i movimenti delle polizze in tale periodo in modo da determinarne il numero medio nell'anno.

Avendo questi dati si può procedere in questo modo:

- si assegna un peso a ciascun gruppo che tenga conto di quanto quel gruppo sia più o meno oneroso in termini di spese facendo riferimento alle sue caratteristiche e opzioni (ad esempio se a premio unico o ricorrente, opzione di *switch*, benefici caso morte aggiuntivi);
- si considera il numero medio di polizze nell'anno per gruppo e lo si riproporziona in base al peso assegnato;
- si stimano le spese di acquisizione per gruppo come percentuale delle spese totali di acquisizione, dove la percentuale è espressa in base al numero delle polizze del gruppo sul totale delle polizze riproporzionate;
- si determinano le spese di acquisizione per polizza di ciascun gruppo come spese di acquisizione stimate diviso il numero medio di polizze del gruppo;
- si segue lo stesso procedimento per stimare le spese di gestione per polizza.

Le spese per polizza vengono proiettate nei 30 anni tenendo conto del tasso di inflazione: questo viene calcolato come media pesata dell'inflazione salariale e non salariale, basata sulla curva dell'*inflation swap*¹³ con riferimento alla duration delle passività, e viene applicata una valutazione per avere una prospettiva a lungo termine.

Il tasso di inflazione è quindi stimato *flat* al 2% e non come un tasso differente a ogni anno di proiezione; questa semplificazione è accettabile data la scala e la complessità di questo rischio per la Compagnia, infatti il requisito di capitale per il rischio di perdite legate a un incremento delle spese costituisce solo il 4% del SCR della Compagnia.

¹³ L'*inflation swap* è un derivato usato per trasferire il rischio di inflazione da una parte all'altra attraverso uno scambio di cash flow, gamba fissa contro gamba variabile, dove la gamba variabile è collegata a un indice di inflazione.

3.2 Risk margin. La logica del Cost of Capital

Il *risk margin* (RM) è una parte delle riserve tecniche aggiuntiva calcolata per determinare il costo che garantisce un ammontare di *eligible own funds* (EOF) uguale agli SCR futuri necessari per adempiere agli obblighi della Compagnia in *run-off*. La logica dietro questo calcolo si basa sul seguente scenario:

- la Compagnia non riesce a rispettare i propri obblighi e il suo portafoglio viene trasferito ad un'altra assicurazione, detta *reference undertaking* (RU);
- la RU non ha alcun attivo allocato per far fronte agli obblighi che ora le vengono trasferiti;
- nel trasferimento del portafoglio la RU dispone delle riserve BE della Compagnia e deve allocare EOF uguali agli SCR necessari per far fronte agli obblighi in *run-off* del portafoglio;
- gli EOF a copertura degli SCR vanno investiti in strumenti privi di rischio, per cui la RU perde i sovra-rendimenti che avrebbe potuto realizzare se non avesse dovuto prendersi in carico il portafoglio.

Il *risk margin* è calcolato in modo da remunerare la RU di questo possibile mancato rendimento, il sovra-rendimento rappresenta lo spread al di sopra del *risk free* e viene chiamato *Cost of Capital rate* (CoC).

$$RM = CoC \sum_{t \geq 0} EOF_{RU}(t) / (1+r_{t+1})^{t+1} = CoC \sum_{t \geq 0} SCR_{RU}(t) / (1+r_{t+1})^{t+1}$$

Il *Cost of Capital rate* usato è pari al 6% secondo le specifiche EIOPA.

Gli EOF che la RU considera per coprire il SCR dovrebbero essere selezionati in modo da ridurre al minimo il *Market risk*: per questo motivo il SCR considerato per il RM della Compagnia considera solo i moduli relativi all'*underwriting risk*, *credit risk*, *operational risk* ed eventuali aggiustamenti in quanto l'esposizione della Compagnia a rischi di mercato non hedgeable diversi dall'*interest rate risk* non è materiale.

Il SCR futuro può essere calcolato con una piena proiezione oppure, secondo il principio di proporzionalità, usando metodi semplificati. La Compagnia, considerata la composizione del suo SCR e la materialità dei rischi a cui è soggetta, adotta il secondo livello di semplificazione proiettando i rischi materiali di ciascun modulo usando dei *driver*:

- Il *Credit default risk* non viene proiettato in quanto l'esposizione della Compagnia a riassicurazione non risulta materiale;
- Nel modulo relativo all'*underwriting risk*¹⁴ sono compresi i rischi che nascono dalla sottoscrizione di un contratto assicurativo sulla vita; la Compagnia è esposta, in ordine di rilevanza, ai seguenti rischi:
 - *Lapse risk*, è il rischio legato al comportamento degli assicurati relativo a riscatti ed abbandoni che porta ad un aumento delle passività. Rappresenta il primo rischio della Compagnia e viene proiettato in base al valore di mercato dei fondi unit-linked;
 - *Expense risk*, è il rischio legato ad un incremento delle spese legate ai contratti assicurativi, è proiettato usando come *driver* le spese generali;
 - *Mortality risk*, è il rischio di cambiamenti nel livello o trend dei tassi di mortalità laddove un aumento nei tassi di mortalità porta ad un aumento del valore delle passività. Il *driver* usato sono i benefici caso morte previsti;
 - *Catastrophe risk*, nasce dalla possibilità del verificarsi di eventi estremi non colti negli altri sottomoduli e legato ad un aumento istantaneo della mortalità che porta ad un aumento delle passività (ad esempio una pandemia o altre calamità naturali). Il *driver* è lo stesso del *mortality risk*;

¹⁴ Nella Standard Formula il requisito di capitale per ciascun sottomodulo di questo rischio nasce dalla variazione degli *Own Funds* dovuta al ricalcolo della riserva BE usando i tassi BE prima esposti incrementati di un certo *shock* ottenuto secondo la logica del VaR al 99,5% su un orizzonte temporale di 12 mesi.

- L'*Operational risk* viene proiettato sulla base delle spese generali, le spese legate alla gestione del fondo e le *custodian fees*; questa scelta è dovuta al fatto che nella Standard Formula il requisito di capitale per la Compagnia si basa sulle spese legate ai prodotti unit.

Ricapitolando, il *risk margin* è l'extra-costo del capitale necessario per il *run off* del portafoglio in caso di default a fine anno senza il quale non si troverebbe un altro assicuratore disposto a prendere in carico il portafoglio.

Il valore di mercato delle passività collegate agli assicurati è dato dalla somma di best estimate e risk margin; tenuto conto delle altre passività della Compagnia si possono determinare gli *Own Funds*.

Nella seguente sezione ci si sofferma sul fatto che l'adozione dei principi SII consente di tener conto del valore atteso dei profitti futuri andando ad abbassare le passività e quindi incrementare gli *Own Funds* a disposizione della Compagnia.

3.3 Own Funds e VIF di portafoglio

Gli *Own Funds* rappresentano l'eccesso degli attivi sui passivi, di conseguenza il loro ammontare dipende dai principi utilizzati per le loro valutazioni.

In materia di principi contabili, nell'Unione Europea c'è stato un processo di armonizzazione per uniformare le regole locali degli Stati Membri con dei principi standard internazionali, denominati IFRS (*International Financial Reporting Standards*).

L'organo incaricato alla definizione di tali *standard* è lo IASB (*International Accounting Standards Board*) che ha fissato la metodologia da adottare per la valutazione delle attività e passività da redigere a bilancio in modo da garantire comprensibilità, trasparenza e comparabilità dei bilanci a livello internazionale.

Secondo i principi IFRS il metodo preferibile per la valutazione delle attività e passività è quello del *fair value*, cioè vengono valutate pari all'ammontare per il quale potrebbero essere scambiate in una libera transazione fra parti consapevoli e disponibili.

Affiancato al progetto dello IASB in materia di bilancio, la Commissione Europea ha portato avanti i suoi progetti di solvibilità che intendono definire un quadro normativo unico per avere adeguatezza patrimoniale, è in questo contesto che per le compagnie assicurative si è sviluppato il progetto Solvency.

È opportuno far notare che i principi Solvency II usati per la determinazione delle poste di bilancio ai fini del requisito di capitale non per forza coincidono con i principi contabili IFRS applicati per la redazione del bilancio d'esercizio; sarebbe tuttavia proficuo poter uniformare sempre più le regole contabili per la redazione del bilancio e per le informazioni destinate alla posizione di solvibilità in modo da evitare discrepanze formali che non siano utili per distinguere i due fini.

In questa sezione ci si sofferma solo su una delle differenze tra principi IFRS e Solvency II, relativa alla valutazione delle TP, la quale ha un impatto materiale nel valore degli *Own Funds* disponibili ai fini di solvibilità.

In particolare, sulla base IFRS, la passività legata ai valori di riscatto pagabili ai *policyholders* è calcolata come il valore di riscatto che andrebbe immediatamente pagato alla data di valutazione se tutte le polizze fossero riscattate in quella data, in altri termini è pari al valore alla data di valutazione degli attivi legati alle unit linked (senza tener conto delle penali di riscatto).

Sotto *Solvency II*, questa passività è calcolata con l'uso di tassi di riscatto BE consentendo così qualsiasi margine riferito alla polizza che sarà applicato tra la data di valutazione e quella di abbandono: il valore attuale dei caricamenti per la gestione, al netto di future spese e commissioni per i *provider*, determina la differenza chiave fra i due calcoli.

<i>Importi in €/mln</i>	2014
TP nel bilancio economico (IFRS)¹⁵	15,542
<i>BE adjustment</i>	(295)
<i>Riserva BE nel bilancio Solvency II</i>	15,247
<i>Risk Margin</i>	26
TP ai fini Solvency II	15,273

Tabella 3.5 TP ai fini IFRS e Solvency II della Compagnia.

La differenza principale tra le due basi è quindi spiegata dal fatto che il calcolo IFRS non consente la considerazione dei margini futuri proiettati, tale componente va ad incrementare gli *Own Funds* a disposizione della Compagnia ai fini della solvibilità e rappresenta il *value of in-force* (VIF) del portafoglio.

Il VIF rappresenta il valore attuale dei flussi di portafoglio, usualmente si fa riferimento a flussi di capitale proprio per cui il VIF può essere interpretato come il valore di quanto il portafoglio rilascia alla Compagnia al netto di quanto il portafoglio richiede.

¹⁵ A fini esplicativi, la TP IFRS è stata semplificata come la passività legata al solo valore di riscatto, in realtà i principi IFRS prevedono anche il calcolo di una *Mortality Reserve* e una *Bonus Reserve* da includere nelle TP legata ai benefici aggiuntivi che la Compagnia prevede per gli assicurati che muoiono e i contraenti che non riscattano prima di un certo numero di anni. Tali componenti non sono state considerate poichè non materiali per la differenza con il regime *Solvency II*, il quale non prevede tali riserve aggiuntive in quanto considera i pagamenti caso morte e dei *bonus* nel calcolo del *BE adjustment* a partire dal valore IFRS in tabella.

Nel caso in esame, in cui si vuole determinare il VIF di un portafoglio di polizze unit linked, il valore dei passivi è collegato con quello degli attivi. In conseguenza di ciò, i flussi di capitale proprio che nascono di anno in anno derivano dagli utili industriali annui attesi dovuti dalle commissioni che la Compagnia riceverà al netto delle spese di gestione, delle commissioni dovute ai suoi provider (FBC) e dei benefici caso morte attesi.

In una logica *profits released*, cioè in cui i profitti annui attesi vengono liberati dal fondo e vanno a far parte del capitale proprio della Compagnia,

$$\begin{aligned} \text{VIF}_{2014} &= \sum_{t \geq 0} K_{2014+t} (1+i)^{-t} = \sum_{t > 0} PL_{2014+t}^{[I]} (1+i)^{-t} = \text{PL}^{[P]} = F_{2014} - \text{BE}_{2014} = \\ &= F_{2014} - (- \sum_{t > 0} CF_{2014+t} (1+i)^{-t}) \end{aligned}$$

dove

- VIF_{2014} è il *value of in-force* del portafoglio a fine 2014;
- K_{2014+t} è il flusso di capitale proprio rilasciato/richiesto dal portafoglio alla fine dell'anno 2014+t;
- $PL_{2014+t}^{[I]}$ è l'utile industriale annuo atteso dell'anno 2014+t, dato dai margini attesi al netto delle uscite attese relative a spese e altre commissioni o benefici¹⁶;
- $\text{PL}^{[P]}$ è il profitto totale atteso sull'arco del *run off* di portafoglio, rappresenta la differenza tra il valore di portafoglio a fine 2014 e la riserva BE calcolata con le ipotesi BE per riscatti, mortalità e spese;
- F_{2014} è il controvalore degli attivi a copertura delle unit a fine 2014;
- i è il tasso d'interesse usato per la valutazione, nel nostro caso è dato dalla curva *risk free* EIOPA.

Dall'equivalenza sopra si può osservare che nel nostro portafoglio la riserva BE può essere vista come il valore a fine anno degli attivi legati alle unit, cioè il valore dei passivi della Compagnia se tutti i policyholders riscattassero immediatamente, al netto del VIF

¹⁶ L'utile industriale annuo atteso è uguale all'utile industriale atteso in quanto si è in una logica *profits released* e non c'è allocazione iniziale di capitale.

che rappresenta una componente di utile atteso e come tale va a diminuire il valore dei passivi legati alle unit.

I *cashflows* considerati nel VIF dipendono dal fine per cui viene calcolato. Il VIF nasce infatti ai fini dell'*Embedded Value*, cioè del valore che il portafoglio unit ha per gli azionisti in termini di utili distribuibili, e non è per forza legato alla posizione di solvibilità, quindi i principi utilizzati non sono gli stessi.

In ambito Solvency II, la possibilità di determinare la riserva BE in via indiretta tramite il calcolo del VIF deriva dall'uso delle stesse ipotesi finanziarie e tecniche BE per i *cashflows* considerati; cambiando le ipotesi fatte per il loro calcolo cambierà anche il loro valore, ad esempio:

- l'utilizzo di una curva dei tassi più alta porta a un valore attuale dei margini futuri più basso e di conseguenza a un valore della riserva BE più alto;
- ipotesi BE di riscatto più elevate comportano un valore degli outflow più elevato nei primi anni e quindi un valore più alto dei loro valori attuali e della riserva BE. Dal punto di vista del VIF maggiori riscatti comportano meno margini attesi futuri e quindi un VIF più basso¹⁷.

Il VIF è quindi uno degli aggiustamenti applicati per determinare il valore degli Own Funds ai fini di solvibilità partendo dal bilancio d'esercizio. Oltre a questo, vanno considerati poi altri aggiustamenti che possono incidere anche in maniera negativa: per esempio, nei principi Solvency II non esistono le *Deferred Acquisition Costs* (DAC)¹⁸, ciò comporta una diminuzione degli attivi e quindi degli Own Funds a disposizione.

Definita la composizione degli attivi e la determinazione delle riserve tecniche, nella prossima sezione si affronta uno dei punti principali del processo ORSA: la proiezione del bilancio per valutare la posizione di solvibilità prospettica della Compagnia.

¹⁷ In generale, l'applicazione di uno shift nelle ipotesi BE può comportare una diminuzione del VIF e di conseguenza un aumento delle passività ai fini Solvency II ed è su questa logica che nella Standard Formula vengono determinati i requisiti SCR relativi ai rischi *underwriting*, dove lo shift da applicare è stato calcolato secondo la logica del VaR al 99,5% su un orizzonte temporale di un anno.

¹⁸ DAC è una posta di bilancio nell'attivo che, secondo i principi IFRS, consente di ammortizzare i costi iniziali di emissione polizze dell'anno basandosi sul fatto che verranno recuperati attraverso le commissioni future pagate dai contraenti.

4. Proiezione FLAOR del Bilancio Aziendale

Il processo di valutazione prospettica del profilo di rischio aziendale e del conseguente fabbisogno di capitale può essere schematizzato nelle seguenti fasi:

- Determinazione degli scenari nell'ambito dei quali svolgere le proiezioni pluriennali (approccio deterministico/stocastico);
- Valutazione delle voci di bilancio in corrispondenza di ogni data futura nell'ambito degli scenari ipotizzati;
- Analisi della solvibilità attuale e prospettica sulla base delle grandezze stimate nella fase precedente.

L'obiettivo del FLAOR è di effettuare prospetticamente un'analisi del profilo di rischio e del relativo fabbisogno di capitale sia in termini regolamentari (SCR), sia in base alle proprie metriche e metodologie di valutazione interne su un orizzonte temporale di medio-lungo periodo.

Supponiamo che la Compagnia sia parte di un Gruppo assicurativo la cui Capogruppo coordina l'implementazione del FLAOR in modo che tutte le aziende facenti parte lavorino a partire dalle stesse ipotesi: quindi le proiezioni FLAOR sono state effettuate sulla base di ipotesi previsionali formulate con il contributo delle informazioni di scenario macroeconomico formulate dalla Capogruppo su un orizzonte di 3 anni.

Tali scenari economici sono costruiti con uno specifico motore di calcolo che genera autonomamente scenari economici market-consistent. Nella generazione degli scenari i modelli, opportunamente correlati, vengono calibrati su dati di mercato rilevati dai data provider al momento della valutazione.

Le ipotesi utilizzate rappresentano le aspettative della Capogruppo su quelle che saranno nei prossimi 3 anni:

- La curva governativa italiana
- La curva Euro Swap
- L'andamento dell'asset class Equity

Tali ipotesi rappresentano la traiettoria deterministica sulla quale vengono proiettati gli attivi.

La curva dei tassi descrive la relazione che intercorre tra un particolare rendimento a scadenza e la scadenza dell'obbligazione considerata. Esistono curve dei tassi differenti a seconda della classe di emittenti o del livello di liquidità. Nel caso specifico, considerate le caratteristiche del portafoglio vengono fornite le ipotesi sulle seguenti due curve:

- *La curva Euro Swap* descrive il mercato degli swap nell'area Euro.

Un interest rate swap è un accordo OTC (*over the counter*) in base al quale due parti si scambiano periodicamente flussi determinati da tassi di interesse diversi applicati sullo stesso nominale: una delle due parti paga un tasso variabile mentre l'altra paga un tasso fisso detto tasso swap tale per cui il valore iniziale del contratto è nullo. Lo swap può essere per cui visto come lo scambio tra un titolo a cedola fissa e uno a cedola variabile, a sua volta il tasso swap può essere visto come il tasso nominale di un'obbligazione che quota alla pari e corrisponde quindi al par rate che, in caso di frequenza di pagamenti annuale, equivale all'YTM (*yield-to-maturity*) su base annuale.

Nella pratica il mercato degli swap è talmente liquido che sono i tassi swap a guidare i prezzi delle obbligazioni, da qui la scelta della Capogruppo di usare questa curva per la proiezione degli strumenti obbligazionari non governativi italiani assieme all'ipotesi che non ci sia variazione nello spread di credito tipico di ogni strumento. Tale spread rappresenta il rendimento differenziale quando si considerano titoli con caratteristiche diverse. Tali caratteristiche possono essere ad esempio: la solidità dell'emittente, il tempo che manca alla scadenza del titolo, eventuali vincoli di subordinazione dello stesso, la liquidità del mercato sul quale è quotato.

- *La curva governativa italiana* viene applicata agli strumenti emessi dalla Repubblica Italiana. Le ipotesi sono formulate in maniera puntuale sui rendimenti per i BOT a 6 mesi e a 1 anno, per i CTZ a 2 anni e i BTP da 3 a 10 anni. È usata l'interpolazione lineare per le scadenze intermedie.

Il *fattore Equity*, che rappresenta le aspettative sul mercato azionario nei prossimi tre anni, viene applicato alle azioni o agli OICR con quota azionaria indifferentemente che siano, per esempio, di area Euro o di Paesi Emergenti.

Sia per quanto riguarda gli attivi proprietari che per quelli nei prodotti unit linked, è stato applicato un approccio definito “look-through di primo livello”, sia per la proiezione degli attivi che per l’applicazione degli stress: ciò vuol dire che titoli azionari ed obbligazionari sono stati riprezzati e proiettati sulla base delle caratteristiche del singolo strumento, mentre per gli OICR sono state utilizzate tutte le informazioni a disposizione della Compagnia, principalmente categoria, rating medio e duration media per identificare in modo più preciso possibile il fattore di proiezione e stress da applicare.

Con riferimento alla struttura degli attivi, la Compagnia non colloca al momento prodotti con garanzie o prodotti strutturati, per i quali sarebbe necessario effettuare una proiezione di andamento di tipo stocastico.

4.1 Proiezione degli Attivi con traiettoria deterministica

Per ciascun fondo interno unit linked, ai fini della proiezione degli attivi:

1. Si sono considerati i pesi dei singoli strumenti all'interno del fondo interno, tali strumenti possono essere investimenti diretti in obbligazioni, OICR, azioni o liquidità. Il peso del j-esimo strumento è

$$p_j = MV_j / MV_F$$

dove

MV_j è il valore di mercato del j-esimo strumento;

MV_F è il valore di mercato del fondo, dato dalla somma dei valori di mercato dei singoli strumenti, quindi $\sum_{j \in F} p_j = 1$.

2. A fini pratici, si è proiettato il peso che ciascuno strumento ha all'interno di ogni fondo con:

- Fattore di andamento equity per le posizioni con componente azionaria (Equity e OICR azionari)

$$\hat{p}_j = p_j (1 + f_e)$$

dove

\hat{p}_j è il peso proiettato dello strumento in base all'ipotesi su f_e , che rappresenta l'incremento o il decremento annuale del mercato azionario.

- La proiezione degli strumenti nelle unit che risentono delle variazioni nella curva dei tassi d'interesse è stata fatta applicando la variazione stessa sui relativi market value, tenendo conto delle caratteristiche di ciascun titolo o fondo comune. In particolare con riferimento ai titoli obbligazionari, l'impatto della variazione è calcolato sul prezzo secco dello strumento, aggiungendo poi in un secondo momento il rateo della cedola in maturazione per ottenere il nuovo valore del quel.

Questo approccio è giustificato dal fatto che la cedola cresce in modo lineare e viene pagata alla fine di ogni periodo di maturazione, non risentendo quindi degli effetti di variazioni nelle condizioni di mercato. La variazione percentuale del prezzo per i bond e la quota obbligazionaria degli OICR viene stimata in base alla formula semplificata con la Maculay duration che si basa sullo sviluppo di Taylor. Viene usata poi anche l'interpolazione lineare per le duration non intere.

$$\frac{\Delta P}{P} = - \text{Duration} * [\Delta \text{IR}(\text{duration}_{\text{difetto}}) + (\Delta \text{IR}(\text{duration}_{\text{eccesso}}) - \Delta \text{IR}(\text{duration}_{\text{difetto}})) * (\text{duration} - \text{duration}_{\text{difetto}})]$$

dove ΔIR (*interest rate*) è dato dalla variazione della curva tra l'anno di proiezione e quello precedente, interpretabile come la variazione nei tassi yield-to-maturity.

Quindi una variazione positiva nei tassi porta ad una diminuzione del prezzo e una variazione negativa ad un aumento, con un effetto in valore assoluto maggiore per una variazione negativa dei tassi.

$$\hat{p}_j = p_j \left(1 + \frac{\Delta P}{P} \right)$$

L'approccio adottato fa leva sul fatto che i fondi unit sono senza scadenza ed è quindi coerente ipotizzare il *rolling* degli investimenti (cioè il reinvestimento) per fare in modo di poter mantenere una duration degli asset proiettati costante nel tempo.

Visto l'attuale livello dei tassi di interesse, non è stato ritenuto necessario effettuare alcuna proiezione del *cash*. Non sono inoltre state fatte ipotesi su variazioni nel tasso di cambio.

- Per quanto riguarda OICR flessibili e bilanciati, che investono sia in strumenti azionari che obbligazionari, sono state effettuate analisi per definire il peso di ciascuna componente ed è stata poi applicata la proiezione pro quota.

Una volta proiettati tutti gli strumenti delle unit in base alle loro caratteristiche, si è determinato per ciascun fondo:

1. Somma dei nuovi pesi proiettati degli strumenti appartenenti a quel fondo F, che corrisponde alla variazione negativa (se <1) o positiva (se >1) del fondo in base alle ipotesi di proiezione

$$\sum_{j \in F} \hat{p}_j$$

2. Il prezzo proiettato di una singola quota del fondo F come:

$$\hat{P}_F = P_F * \sum_{j \in F} \hat{p}_j$$

dove

\hat{P}_F e il prezzo del fondo proiettato a fine anno;

P_F e il prezzo del fondo a inizio anno.

Per ottenere il \widehat{MV}_F proiettato del fondo o si applica la stessa variazione al MV_F , o lo si ottiene come $\hat{P}_F * n^\circ$ quote del fondo.

Per i prezzi proiettati sono state poi calcolate ipotesi di TER¹⁹ futuro per ottenere il rendimento netto atteso lato cliente ed una stima della redditività per la Compagnia.

Dai prezzi delle unit si può ricavare poi anche la proiezione della parte del Portafoglio SHR relativa allo Unit SHR andando a moltiplicare i prezzi proiettati dei fondi interessati per il numero di quote che la Compagnia prevede di detenere al termine del periodo di proiezione.

Per la restante parte del portafoglio SHR si è deciso di assumere delle ipotesi maggiormente sofisticate per una serie di ragioni:

- il numero di strumenti, significativamente inferiore rispetto a quelli presenti nelle unit linked;

¹⁹ Il TER (Total Expense Ratio) rappresenta la percentuale tra il totale dei costi del fondo interno per il policyholder e il patrimonio medio netto nell'anno del fondo.

- l'alta percentuale di singoli strumenti obbligazionari, modellabili in modo più preciso rispetto agli OICR, permette di eseguire analisi più puntuali sul singolo strumento;
- l'effetto diretto di variazioni nelle condizioni attese di mercato, e quindi nel prezzo degli attivi in cui il portafoglio SHR è investito, sulla redditività della Compagnia.

In conseguenza di ciò, i bond vengono proiettati considerando l'effetto ammortamento sul prezzo di mercato a fine anno e l'effetto cedola²⁰. Nel caso in cui uno strumento scada all'interno dell'orizzonte di proiezione, il nominale viene reinvestito di anno in anno al tasso governativo ipotizzato per le proiezioni se governativi italiani, al tasso swap ipotizzato altrimenti. Le cedole incassate dai bond vengono accumulate nel cash sul quale non si fa alcuna ipotesi su un possibile rendimento o costo.

Per quanto riguarda gli OICR e le azioni, tali strumenti vengono proiettati in maniera analoga a come si è proceduto per tali posizioni nelle unit.

Gli *Expected Cash Flow* derivanti dalle attese di rendimento della Compagnia che conseguono dalla sua attività vengono reinvestiti di anno in anno, seguendo la stessa ipotesi dei bond che scadono durante il periodo di analisi.

²⁰ L'effetto ammortamento è dato dall'avvicinarsi del prezzo al valore del nominale a scadenza per il time to maturity; l'effetto cedola è il rateo di interesse che si forma dall'ultimo pagamento cedola precedente alla data di valutazione.

4.2 Proiezione dei Passivi

I prodotti unit linked sono *asset driven*, di conseguenza la determinazione delle TP negli anni di proiezione FLAOR dipende dal valore proiettato dei fondi unit. Le ipotesi usate per il loro calcolo sono le seguenti:

- *Ipotesi finanziarie*, la curva Euro Swap, determinata sulla base delle informazioni di scenario macroeconomico offerto dalla Capogruppo, è stata usata come partenza per la determinazione della curva *risk free* seguendo le specifiche EIOPA;
- *Ipotesi economiche*, corrispondono alle ipotesi BE per le spese riguardanti le polizze e si ipotizza che crescano al tasso di inflazione utilizzato per la valutazione della riserva BE;
- *Ipotesi non economiche*, corrispondono alle ipotesi BE su mortalità e riscatti utilizzate per la valutazione delle TP 2014 ai fini Solvency II, per cui tali ipotesi sono le stesse per ogni anno di proiezione;
- *New Business*, il dipartimento che si occupa della pianificazione dei flussi della Compagnia integra il valore degli attivi proiettati sulla base del portafoglio esistente alla data di valutazione con il valore atteso di premi futuri e nuovi contratti che si aspetta di ottenere nel proprio portafoglio basandosi sul *business plan* della Compagnia e ipotesi *real world*.²¹

Il nuovo business è stato modellato in maniera implicita, cioè attraverso riproporzionamento del portafoglio chiuso al 31/12/2014, con gli asset proiettati per tre anni, mantenendo invariata l'asset allocation.

Il valore dei fondi unit proiettato sulla base delle sole ipotesi finanziarie, come descritto nella sezione precedente, è stato integrato con ipotesi sul tasso di crescita per fondo e tenendo conto delle ipotesi non economiche.

²¹ Nella definizione dei modelli per l'evoluzione di determinate variabili si distingue tra:

- *Ipotesi real world*, quando i parametri del modello sono stimati sulla base di serie storiche osservabili e la simulazione riproduce l'andamento storico delle variabili;
- *Ipotesi risk neutral*, quando i parametri del modello sono calibrati sulla base dei dati spot osservabili nel mercato, non permettendo così di includere eventuali visioni di mercato soggettive.

A partire dal portafoglio proiettato, la metodologia più corretta per il calcolo della TP consiste nel ricalcolare in maniera puntuale il RM e il VIF ai fini Solvency II per ogni anno di proiezione basandosi sulle ipotesi dell'anno di proiezione.

Nella pratica è stata scelta una soluzione semplificata che prevede di calcolare la riserva BE riproporzionandola rispetto alla riserva IFRS degli anni di proiezione con la seguente formula:

$$BEL_{201x}^{IF201x} = BEL_{2014}^{IF201x} \cdot \left(\frac{TP_{201x}^{BP}}{TP_{2014}^{IF201x}} \right)$$

dove

BEL_{201x}^{IF201x}	la BE dell'anno 201x con ipotesi finanziarie FLAOR di quell'anno;
BEL_{2014}^{IF201x}	la BE dell'anno 2014 ricalcolata con le ipotesi finanziarie FLAOR dell'anno 201x;
TP_{201x}^{BP}	le TP dell'anno 201x stimate nel Business plan secondo i principi IFRS;
TP_{2014}^{IF201x}	le TP dell'anno 2014 ricalcolate con le ipotesi finanziarie FLAOR dell'anno 201x secondo i principi IFRS.

Per il calcolo del Risk Margin negli anni di proiezione si può fare una scelta analoga andando a riproporzionare il suo valore su quello del SCR per l'anno di proiezione FLAOR, oppure sulla base del rapporto, applicato alla BE proiettata, tra RM e BE alla data di valutazione.

Nel successivo capitolo si tiene conto della proiezione degli attivi e dei passivi della Compagnia, da cui vengono ricavati gli Own Funds, per valutare l'adeguatezza patrimoniale ed assicurare il rispetto dei requisiti in termini di appetito di rischio sull'orizzonte di proiezione.

In caso di inadeguatezza dei fondi propri ammissibili a copertura del requisito regolamentare in proiezione, possono essere proposte delle azioni correttive da intraprendere, ad esempio delle operazioni di reintegro del capitale o una modifica nella politica di distribuzione dei dividendi.

4.3 Risultati FLAOR e Risk Appetite

I Balance Sheet proiettati al 2015, 2016 e 2017 vengono ottenuti considerando le ipotesi descritte nelle precedenti due sezioni relative alla proiezione degli Attivi e dei Passivi, oltre ad altre voci, il cui andamento non è direttamente legato all'andamento dei mercati finanziari, le quali vengono proiettate utilizzando le ipotesi del budget della Compagnia ed i principi contabili applicabili.

Ottenuti quindi i Balance Sheet proiettati al 2015, 2016 e 2017 e il SCR secondo la Standard Formula per lo stesso periodo, viene verificata l'evoluzione del solvency ratio nel tempo ed il rispetto dell'appetito di rischio della Compagnia.

Le valutazioni prospettiche del Portafoglio della Compagnia vengono confrontate con il Risk Appetite in modo da mettere in relazione i requisiti regolamentari con quelli che sono gli obiettivi e la strategia futura.

In un'ottica Solvency II, la tolleranza e l'appetito di rischio della Compagnia per quanto riguarda i rischi definiti come quantificabili dovrebbe essere definita in termini di solvency ratio, confrontando Own funds con il SCR.

Il calcolo del SCR, usando la Standard Formula e le metodologie EIOPA, fornisce informazioni su quelli che sono i principali fattori di rischio per la Compagnia:

- *Equity risk e Spread risk*, con riferimento ai rischi finanziari;
- *Lapse risk*, legato al rischio di abbandoni di massa da parte dei clienti.

<i>SCR 2014 (Importi in €/mln)</i>	
SCR post DT	150
ADJ SCR per DT	-20
SCR ante DT	170
Operational Risks	25
BSCR	145
- Diversification	-42
Market Risks	81
Interest rate	18

Equity	50
Property	0
Spread	32
Concentration	4
Currency	8
- Diversification	-31
Life Risks	98
Mortality	6
Longevity	0
Disability	0
Expenses	6
Revision	0
Lapse	92
Cat	1
- Diversification	-7
Counterparty Default Risk	8

Tabella 4.1 SCR calcolato secondo la Standard Formula.

Partendo dal SCR e dall'ammontare dei suoi own funds, la Compagnia può definire diversi livelli di appetito di rischio complessivo, identificando una fascia di *warning* prima di superare quello che è il vero e proprio Risk Appetite. In questo caso generalmente si usa una metrica di tipo *red/amber/green*, che aiuta a tenere sotto controllo l'andamento dell'esposizione e capire quando è necessario implementare azioni di mitigazione del rischio. A titolo esemplificativo, la tabella di seguito rappresenta l'appetito di rischio complessivo.

Appetito di rischio complessivo			
Metrica utilizzata	Breach	Warning	Safety
Own Funds/SCR	<100%	100% - 200%	≥200%

Tabella 4.2 Esempio di metrica *red/amber/green* per l'appetito di rischio complessivo.

L'appetito di rischio è inoltre testato su tutto il periodo di proiezione per verificare che, date le ipotesi formulate nel piano strategico, non siano previste tensioni nella struttura del capitale e che la posizione di solvibilità rimanga solida. Nella tabella 4.3, concentrandosi

sulle poste che riguardano i prodotti unit venduti ai *policyholders* (“Attivi tenuti per i fondi UL PH”), si può notare che il valore degli attivi cresce considerevolmente ogni anno fino a quasi raddoppiare il proprio valore alla fine dell’arco di proiezione; questa crescita è dovuta principalmente alle ipotesi di nuova produzione (“*New Business*”).

Invece, la posta denominata “Investimenti (attivi non legati ai fondi UL PH)” comprende gli attivi del Portafoglio SHR (incluso lo Unit SHR), l’incremento del suo valore nell’arco di proiezione è dovuto alla proiezione FLAOR degli attivi esistenti alla data di valutazione e alla considerazione degli *Expected Cash Flows* dovuti anche alle ipotesi sul *New Business*.

La differenza tra il valore degli attivi legati ai *policyholders* e quello delle TP può essere interpretato come l’aggiustamento alle riserve IFRS proiettate ad ogni anno, basato sulla metodologia delineata nella sezione precedente.

Il SCR cresce costantemente durante gli anni di proiezione, comunque sia questo incremento è consistente con quello totale degli attivi e il *solvency ratio* indica che la situazione di solvibilità della Compagnia rimane solida anche nel futuro.

<i>Importi in €/mln</i>	2014	2015	2016	2017
Investimenti (attivi non legati ai fondi UL PH)	266	317	378	448
Attivi tenuti per i fondi UL PH	15,542	19,502	23,337	27,299
Altri attivi	239	278	320	363
Totale attivi	16,048	20,097	24,035	28,111
Technical provisions - Fondi UL	(15,273)	(19,147)	(22,897)	(26,775)
Altre passività	(175)	(200)	(239)	(286)
Totale passivi	(15,448)	(19,347)	(23,135)	(27,061)
Own Funds	600	750	900	1,050

<i>Importi in €/mln</i>	2014	2015	2016	2017
Own Funds (<i>Importi in €/mln</i>)	600	750	900	1 050
SCR (<i>Importi in €/mln</i>)	150	185	220	254
Solvency ratio	400%	405%	409%	414%

Tabella 4.3 Bilancio Aziendale nella Proiezione FLAOR e dati sul solvency ratio.

Un’analisi più approfondita può esser fatta a livello di sottomoduli di rischio, a tal fine si riportano di seguito alcune metriche a scopo esplicativo per verificare il rispetto del

profilo di rischio della Compagnia nell'orizzonte di proiezione: tali metriche riguardano i principali fattori di rischio emersi nel calcolo del SCR, una possibile logica con la quale possono essere determinati viene definita alla fine del capitolo.

Metriche utilizzate	breach	warning	safety
Market SCR(diversificato)/Own Funds	>54%	54% - 27%	<27%
Equity risk(non - diversificato)/Market risk(non - diversificato)	>60%	60% - 50%	<50%
Spread Risk(non - diversificato)/Market Risk(non - diversificato)	>35%	35% - 30%	<30%

Metriche utilizzate	breach	warning	safety
Life SCR(diversificato)/Own Funds	>65%	65% - 33%	<33%
Lapse risk(non - diversificato)/Own Funds	>61%	61% - 31%	<31%

Tabella 4.4 Metrica red/amber/green per alcuni indicatori legati al Risk Appetite.

La Compagnia calcola il SCR proiettato basandosi sulla proiezione Solvency II del Bilancio Aziendale: adottando una logica di materialità dei rischi della Standard Formula, è possibile semplificare il calcolo valutando puntualmente i rischi maggiormente significativi e stimando il capitale a copertura per i restanti rischi sulla base di determinati *volume drivers* con la stessa logica utilizzata per la determinazione del SCR proiettato ai fini del *Risk Margin*. Nella tabella 4.5 viene riassunta la situazione di solvibilità prospettica riportando i valori legati ai principali fattori di rischio considerati in questo capitolo: si evidenzia come la Compagnia non necessiti di cambiare la propria strategia o di adottare management actions in quanto rientra nel livello di sicurezza delineato nel Risk Appetite non solo a livello complessivo ma anche a livello di sottomodulo in tutto l'orizzonte di proiezione.

<i>Importi in €/mln</i>	2014		2015		2016		2017	
Own Funds	600		750		900		1050	
SCR	150	400%	185	405%	220	409%	254	414%
ADJ SCR per DT	-20		-25		-29		-34	
Operational risk	25		31		37		42	
BSCR	145		179		213		246	
-Diversification	- 42		- 52		- 62		- 71	
Market risks	81	13.5%	102	13.6%	125	13.8%	143	13.6%
Equity	50	45%	66	46%	80	46.3%	92	47.0%
Spread	32	28.6%	41	28.7%	50	29%	57	29.1%
-Diversification	- 31		-41		-48		- 52	
Life Risks	98	16.3%	121	16.1%	144	16.0%	166	15.8%
Lapse	92	15.3%	113	15.1%	135	15.0%	156	14.8%
-Diversification	-7		-9		-10		-12	

Tabella 4.5 Confronto dei valori ottenuti nel FLAOR con le metriche per gli indicatori delle tabelle 4.2 e 4.4 per il rispetto del Risk Appetite.

È poi interesse della Compagnia non limitarsi a verificare che l'appetito di rischio complessivo venga rispettato al momento del calcolo, ma verificare che ciò accada anche applicando particolari scenari stressati in modo da fornire ulteriori informazioni ai fini decisionali e strategici.

Nel successivo capitolo, dopo una breve introduzione sugli stress test e le analisi di scenario, ci si concentra sulla creazione di uno scenario di stress ottenuto utilizzando un metodo che fornisce il VaR per opportuni fattori di rischio, successivamente si ipotizzano due ulteriori scenari di stress il cui fine è esclusivamente verificare l'impatto sulla Compagnia in termini di consumo di *Own Funds* e rispetto del *Risk Appetite*.

Si conclude invece questa sezione esponendo la logica con cui son state definite le metriche precedenti, ci sono diverse modalità di definizione del *Risk Appetite*.

La metodologia per la definizione dell'appetito di rischio non rientra nello scopo di questa tesi, nella quale si considerano solo alcune metriche per mostrare come i livelli di rischio che una compagnia è disposta ad assumersi per il perseguimento dei propri obiettivi strategici vengano usati come riferimento nei risultati di proiezione e in scenari stressati per prendere adeguate decisioni sul business futuro in linea con il proprio profilo di rischio.

Nel caso di compagnie che non prevedono una variazione significativa nella struttura dei rischi, l'obiettivo diventa fissare dei margini di tolleranza all'interno dei quali l'esposizione alla singola macro-categoria di rischio può variare. Per fare ciò, è possibile ragionare a livello di singola macro-categoria di rischio del SCR e monitorare quanti own funds "consuma" ciascuna. La logica utilizzata per la definizione delle metriche considerate si basa sul seguente approccio:

- si considera la situazione di solvibilità attuale complessiva della Compagnia (400%) che, come si è detto, è solida e ampiamente al di sopra del safety level identificato (200%);
- si considera il reciproco di tale indice, interpretabile come il consumo di Own Funds dovuto al requisito di solvibilità e si ottiene un consumo del 25% a fronte di un livello di sicurezza del 50%;
- si riproporziona i valori attuali degli indicatori dei sottomoduli in base a quello che è il rapporto fra livello attuale complessivo e il livello di safety, warning e breach. Ad esempio, per il safety level il rapporto è $50\% / 25\% = 2$, allora il *Market Risk* che presenta un valore attuale pari a $81/600$ mln=13.5% avrà un safety level pari a 27%.

Si procede in modo analogo per determinare il warning e breach level per ciascun sottomodulo.

Tali livelli possono essere posti a livello di modulo e sottomodulo (come *l'Equity, Spread, Interest, Currency* per il *Market Risk*). Poi, vengono imposti altri limiti ad esempio sulla tipologia ed esposizione a titoli sui quali la Compagnia può investire (in termini di duration media di portafoglio, esposizione massima ad emittenti con dato rating o di equity relativo a determinate aree geografiche, esposizioni che generano *Default Risk*) determinati in base agli obiettivi di rischio partendo come base dalle caratteristiche del portafoglio attuale in quanto di per sé rappresenta una situazione di appetito di rischio soddisfacente per la Compagnia. Analoghe considerazioni vengono fatte per i restanti sottomoduli attraverso controlli quali possono essere il tasso di riscatto su un determinato periodo in termini di ammontare per il *Lapse Risk* da tenere al di sotto di una certa soglia considerata accettabile per il business della Compagnia.

5. Stress test

Per ogni compagnia, il processo di monitoraggio dei rischi deve necessariamente prevedere un'attività costante di stress test.

L'esigenza di considerare scenari di stress per verificare la solvibilità anche al di fuori dei requisiti regolamentari, si è fatta sentire con maggiore forza a seguito della crisi finanziaria del 2007-09 che ha evidenziato l'insufficienza nelle pratiche di misurazione e monitoraggio dei rischi anche in importanti istituzioni finanziarie.

In particolare, la scarsa capacità di ripresa in condizioni di crisi può essere imputata alla mancanza di attenzione che era stata data ad eventi di bassa probabilità ma di elevato impatto, per cui le imprese continuavano a distribuire capitale senza valutare che parte di questo poteva tornare utile per resistere a possibili, se pur improbabili, situazioni di crisi.

Per quanto riguarda in particolare il mondo bancario, sono stati avviati programmi complementari a quelli regolamentari per rafforzare i processi attraverso i quali le compagnie valutano i propri bisogni di capitale: ad esempio, negli Stati Uniti la Federal Reserve ha iniziato il *Comprehensive Capital Analysis and Review* (CCAR) alla fine del 2010 in aggiunta al *Dodd-Frank Act* (DFA) che richiedeva alle compagnie bancarie di condurre annualmente stress test su tre scenari proposti.

Il CCAR è un programma che si propone non solo di valutare l'adeguatezza di capitale in scenari stressati, ma anche il *capital plan* delle compagnie in termini per esempio di distribuzione dei dividendi in ottica prospettica.

Per il CCAR le imprese americane devono implementare propri scenari di stress in aggiunta ai tre del DFA in modo da testare i propri rischi specifici in aggiunta ad un ampio recesso macroeconomico che caratterizza gli scenari regolamentari: quindi, l'obiettivo del programma è anche quello di portare le compagnie a comprendere maggiormente i rischi sottostanti al loro *business* e utilizzare i risultati per delineare qual è il miglior piano strategico da adottare per il futuro.

Il CCAR diventa anche uno strumento per infondere maggior fiducia nelle compagnie in quanto dimostrano maggior consapevolezza nella gestione del proprio *business*, e questo viene recepito in maniera positiva dal mercato rendendolo più stabile e aiutando così anche a prevenire possibili shock che portino ad una crisi.

Lo stesso obiettivo è perseguito in Europa da EBA per quanto riguarda il mondo bancario e da EIOPA per le imprese assicurative con *Solvency II*; infatti, oltre alle specifiche tecniche fornite per il calcolo del requisito di capitale regolamentare, EIOPA ha coordinato nella fase preparatoria l'applicazione di stress test per valutare la flessibilità delle imprese assicurative a situazioni di mercato avverse in modo da identificarne le maggiori vulnerabilità.

Per il 2014 EIOPA aveva costruito due scenari di mercato avversi (*Adverse 1 e 2*) nei quali considerava accanto agli stress per le variabili finanziarie, altri stress riguardanti i fattori di rischio prettamente assicurativi quali ad esempio *mortality*, *longevity* e *mass lapse* per il ramo Vita: nella documentazione fornita richiedeva alle imprese non solo di quantificare la perdita di capitale risultante dai due scenari, ma anche di fornire risposte su quali sarebbero state le azioni intraprese per recuperare tale perdita o per mantenere la profittabilità del proprio *business*.

Tali “esercizi” avevano appunto lo scopo di far comprendere alle imprese quali sono i rischi a cui sono maggiormente esposte e fornire un punto di partenza da cui iniziassero a implementare propri scenari e stress test che, ricapitolando, sono rappresentati da un insieme di tecniche usate per:

- misurare la propria vulnerabilità a fronte di eventi eccezionali, ma plausibili;
- consentire al Consiglio di Amministrazione e all'Alta Direzione di comprendere la relazione tra la redditività, il rischio assunto e il proprio risk appetite, nonché l'adeguatezza del capitale disponibile.

Gli stress test rappresentano un importante strumento di gestione del rischio alla base delle decisioni strategiche della Compagnia. Essi vengono eseguiti per identificare il potenziale impatto di specifici eventi su attività e passività di ciascuna Compagnia e del

Gruppo e per valutare il capitale regolamentare ed economico assorbito in condizioni particolarmente negative.

Prendendo a riferimento la classificazione dei rischi proposta dall'International Actuarial Association²², si possono identificare:

- *Rischi contrattuali*. Rischi che insorgono come immediata conseguenza della stipulazione di contratti assicurativi e delle condizioni previste dai contratti; tra questi ci sono *rischio di mortalità/longevità*, *rischio di comportamento* (per esempio riscatti), *rischio di selezione e di pricing*.
- *Rischi di investimento*. Rischi legati alle operazioni sui mercati finanziari, come variazione nei tassi d'interesse e di cambio, nei prezzi delle azioni. Oltre a questi, c'è il rischio di credito dovuto alla possibilità di insolvenza degli emittenti dei titoli. Tra i rischi di mercato va tenuto conto anche della difficoltà di trovarne un appropriato modello e di stimarne i parametri, nonché il rischio di eventi economici di bassissima probabilità ma di enorme impatto finanziario.
- *Rischi operativi*. Comprende i rischi di perdite imputabili all'inadeguatezza di procedure, sistema informatico, risorse umane e processi operanti nell'impresa.
- *Rischio di liquidità*. Comprende il rischio di subire perdite a causa dell'insufficienza di attivi liquidi a fronte di impegni di pagamento.
- *Rischi di eventi esterni negativi* (non di carattere tecnico-finanziario) non direttamente controllabili dall'impresa quali rischio di reputazione, legali o di catastrofi.

Tali rischi non incidono allo stesso modo su ogni impresa ma variano a seconda dei prodotti e della tipologia di attivi che caratterizzano la stessa. La Standard Formula del

²² IAA (2002) – “Report of Solvency Working Party”.

SCR è stata implementata in modo tale da coprire tali rischi nella misura in cui il profilo di rischio dell'impresa sia coerente con le ipotesi sottese a tale requisito patrimoniale di solvibilità. È quindi richiesto alle compagnie assicurative europee di effettuare una valutazione sull'appropriatezza della Formula Standard alle proprie caratteristiche e di verificare che essa sia in grado di riflettere correttamente i rischi ai quali esse sono esposte.

Una volta assicuratasi che la Formula Standard sia adeguata alle caratteristiche ed al business della compagnia, attraverso il calcolo dei requisiti per i relativi sottomoduli l'impresa ha un'indicazione su quali sono i fattori di rischio maggiormente significativi per il proprio business, in modo tale da prendere poi decisioni strategiche riguardo ad eventuali azioni di mitigazione e definire stress che testino la solvibilità della Compagnia in scenari estremi e pessimistici.

Si osserva che una valutazione sull'impatto dei rischi sulla Compagnia viene fatta non solo ai fini di solvibilità, ma precedentemente anche ai fini della redditività; infatti, l'applicazione di shift deterministici ad alcune variabili rientra nella logica del *profit testing*.

Il *profit testing* è una metodologia di valutazione proposta nel Regno Unito negli anni Settanta per la progettazione di nuovi prodotti assicurativi in modo da aggiustarne le caratteristiche per realizzare un prefissato obiettivo in termini di redditività.

La logica procedurale è di condurre delle *what-if analysis*, cioè si analizza il valore assunto da vari risultati (ad esempio utili attesi futuri, cash flows, utile totale atteso e VIF) in corrispondenza a diverse assegnazioni a variabili decisionali o di scenario: per la nostra Compagnia la variabile decisionale fondamentale è la commissione di gestione che, come detto nella sezione 3.1.3, viene determinata sulla base di analisi specifiche e scelta in base ad opportune analisi su variabili di scenario quali riscatti, mortalità e spese per polizza.

Sulle variabili di scenario si possono condurre *analisi di sensitività*, quando si considera una variabile alla volta, oppure *analisi di scenario*: ad esempio, data una commissione di gestione in base alle spese che graverebbero per la gestione del fondo, si applicano vari shift deterministici a una variabile di scenario scelta e si osservano i risultati di interesse; se tali risultati non sono soddisfacenti si ritorna alla contrattazione dei margini in modo da ottenere una situazione più redditizia.

Il ragionamento può essere fatto anche sulla variabile decisionale andando a vedere qual è la commissione di gestione che consente di ottenere risultati soddisfacenti.

Le analisi di sensitività per il *profit testing* sono effettuate in fase di design del prodotto e quindi con scopi diversi dagli stress che vengono applicati per valutare la solvibilità del portafoglio di una compagnia, tuttavia nella determinazione dei requisiti di capitale secondo la Standard Formula del SCR si integra la logica della *what-if analysis* con quella del VaR al 99,5% per gli shift da applicare.

Generalmente, per integrare la valutazione della solvibilità oltre alle informazioni del requisito regolamentare, la funzione Risk Management stabilisce le metodologie di stress testing insieme alla funzione Attuariale, definendone le ipotesi e gli scenari di stress.

L'attività di stress testing prevede uno shock congiunto dei rischi selezionati e il conseguente calcolo della perdita. La funzione Risk Management valuta l'impatto sulle disponibilità patrimoniali della Compagnia ed in relazione al requisito di capitale regolamentare ed economico.

5.1 Stress sui Paesi periferici dell'area Euro

In questa sezione si espone l'implementazione di uno stress ottenuto utilizzando il metodo della simulazione stocastica filtrata (Filtered Historical Simulation – FHS), la stima del VaR ha orizzonte temporale di un anno e livello di confidenza del 99,5%.

Lo stress in esame riguarda il rendimento dei titoli governativi dei Paesi periferici dell'area Euro: Italia, Spagna, Portogallo e Irlanda. Tale stress impatterà sugli investimenti diretti in obbligazioni di tali Paesi e su OICR obbligazionari di area Euro attraverso un'opportuna ponderazione degli stress dei singoli Paesi. Viene inoltre stimato l'effetto contagio di tale stress, in particolare sui titoli obbligazionari e azionari appartenenti al settore finanziario dell'area Euro. È infatti verificato storicamente che tale settore è quello che maggiormente ha sofferto tensioni su titoli governativi, in parte a causa della forte esposizione media a tali emittenti.

Innanzitutto sono stati identificati degli indici rappresentativi per i titoli governativi a breve-medio termine di tali Paesi e se ne è considerata la serie storica dei prezzi giornalieri, successivamente si sono calcolati i log-rendimenti di tale serie e su questi è stato applicato il metodo *Filtered Historical Simulation* (FHS). Prima di presentare il metodo FHS, ci si sofferma sull'attenzione posta nell'usare i log-rendimenti e il modello GARCH all'interno del metodo.

5.1.1 Log-rendimenti e rendimenti

La misura più comune della redditività di un titolo in un arco temporale è il tasso d'interesse di quel dato periodo. Nel nostro caso, considerato l'istante $t-1$, per un attivo che non genera flussi durante il periodo, il tasso d'interesse è uguale alla variazione percentuale del prezzo nel periodo considerato:

$$R_{t-1,t} = (P_t - P_{t-1}) / P_{t-1}$$

dove

$R_{t-1,t}$ è il tasso d'interesse nel periodo $(t-1, t)$;

P_{t-1} e P_t sono i valori dell'indice considerato rispettivamente all'istante $t-1$ e t .

Il tasso d'interesse è moltiplicativo, cioè il rendimento medio multiperiodale si ottiene come media geometrica dei fattori di rendimento dei singoli periodi, infatti:

$$\begin{aligned} R^{(g)}_{0,T} &= \sqrt[T]{(1 + R(0,1))(1 + R(1,2)) \dots (1 + R(T-1, T))} - 1 = \\ &= \sqrt[T]{\frac{P_1}{P_0} \frac{P_2}{P_1} \dots \frac{P_T}{P_{T-1}}} - 1 = \sqrt[T]{\frac{P_T}{P_0}} - 1 = \sqrt[T]{(1 + R(0, T))} - 1 \end{aligned}$$

Il fatto che siano moltiplicativi li rende poco maneggevoli da un punto di vista del calcolo per cui si preferisce operare sui log-rendimenti che risultano essere additivi:

$$r_{t-1,t} = \ln(P_t / P_{t-1}) = \ln(P_t) - \ln(P_{t-1})$$

dove $r_{t-1,t}$ è il log-rendimento dell'indice relativo al periodo $(t-1, t)$.

I log-rendimenti sono additivi per cui il log-rendimento relativo al periodo $(0, T)$ si può ottenere come somma dei log-rendimenti dei singoli periodi infatti:

$$\begin{aligned} r_{0,T} &= \ln(P_T / P_0) = \ln\left(\frac{P_1}{P_0} \frac{P_2}{P_1} \dots \frac{P_T}{P_{T-1}}\right) = \\ &= \ln(P_1 / P_0) + \ln(P_2 / P_1) + \dots + \ln(P_T / P_{T-1}) = r_{0,1} + \dots + r_{T-1,T} \end{aligned}$$

L'additività dei log-rendimenti ne giustifica l'uso nei calcoli successivi all'interno del metodo FHS tuttavia, anche se per variazioni percentuali molto piccole (riferite per esempio a variazioni giornaliere) si può approssimare il tasso d'interesse con il log-rendimento²³, nel lungo periodo tale approssimazione non vale per cui bisogna poi ricavarsi il tasso d'interesse corrispondente attraverso l'opportuna formula che li collega:

$$1 + R_{0,T} = P_T / P_0 = \exp(\ln(P_T / P_0)) = \exp(r_{0,T})$$

²³ Per Δx infinitesimale $r = \ln(x + \Delta x) - \ln(x) \approx d \ln(x) = dx/x = R$ e quindi il log-rendimento può essere interpretato come tasso d'interesse nel continuo, cioè l'intensità d'interesse.

5.1.2 Modelli GARCH

I modelli GARCH sono una classe di modelli utili per l'analisi della volatilità delle serie finanziarie. La volatilità è una misura delle fluttuazioni dei rendimenti ed è quindi collegata alla variabilità dei prezzi che dà indicazione sulla rischiosità di uno strumento finanziario.

La misura di volatilità più diffusa è la deviazione standard, calcolata utilizzando le serie storiche:

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T (r_t - \bar{r})^2}$$

con r_t rendimento del t-esimo periodo;
 \bar{r} rendimento medio del periodo $(0, T)$.

La deviazione standard così ottenuta è una volatilità calcolata su tutto il periodo di analisi e non riesce a cogliere ciò che si riscontra empiricamente: ci sono periodi in cui la volatilità dei rendimenti tende ad essere alta ed altri in cui rimane bassa. Tale fenomeno, detto *volatility clustering*, è osservabile empiricamente come si può vedere dalla figura 5.1, e può esser colto tramite un modello GARCH (*Generalised Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*).

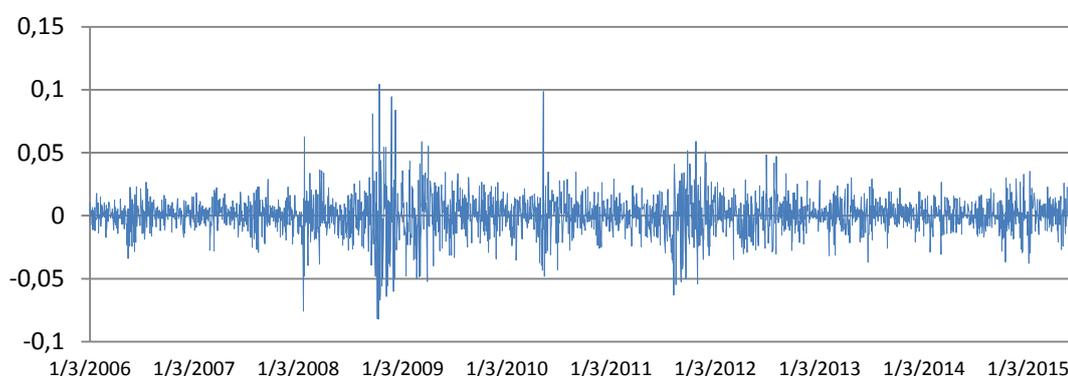


Figura 5.1 Rendimenti giornalieri dell'indice Euro STOXX 50, indice rappresentativo dei titoli azionari delle 50 imprese più importanti del mercato europeo.

Di seguito viene definito un modello che rifletta ciò che si osserva nel mercato: si parte dall'ipotesi di mercati efficienti, cioè mercati in cui l'informazione viene istantaneamente e completamente inglobata nel prezzo corrente, per cui la variazione di prezzo diventa imprevedibile ma si può prevederne la volatilità.

Partendo dai log-rendimenti come variazione nei logaritmi dei prezzi

$$p_t = p_{t-1} + r_t$$

la volatilità dei prezzi viene definita come lo scarto quadratico medio dei residui ε_t , dove

$$r_t = \mu + \varepsilon_t$$

per cui se si ipotizza media nulla per i rendimenti allora $\varepsilon_t = r_t$, altrimenti si può ipotizzare un modello per la media dei rendimenti quale un processo ARMA (*Autoregressive Moving Average*) per ottenere poi i residui sui quali analizzare la volatilità.

La classe di modelli a varianza condizionale autoregressiva (GARCH) introdotta da Engle nel 1982, si è dimostrata adatta ad interpretare gli andamenti della volatilità dei rendimenti osservata sui mercati:

- ε_t non normali, hanno code pesanti e asimmetria negativa;
- ε_t non correlati (supportato dalla teoria di efficienza di mercati che rende il prezzo imprevedibile), il che non implica non correlazione fra gli r_t la quale può essere colta attraverso la specificazione di un modello ARMA per la componente media μ ;
- r_t , e di conseguenza gli ε_t , hanno periodi con maggiore variabilità e altri con minore, quindi ε_t^2 sono probabilmente autocorrelati (almeno temporalmente) e si può prevedere il quadrato dei residui futuri (ma non il loro segno) tramite l'informazione che si ha su di essi all'istante precedente, tale fenomeno è il *volatility clustering*.

Prima di definire un modello GARCH, Engle ha introdotto il modello ARCH che esprime l'andamento condizionatamente autoregressivo della varianza delle innovazioni ε_t .

$$\varepsilon_t = z_t \sigma_t \quad \text{con } z_t | I_{t-1} \sim N(0,1)$$

$$\text{e quindi} \quad \varepsilon_t | I_{t-1} \sim N(0, \sigma_t^2)$$

cioè innovazioni con varianza condizionata che dipende dal tempo e quindi la varianza non condizionata fa avere code pesanti alla distribuzione non condizionata delle innovazioni.

Secondo il modello ARCH(1)

$$\sigma_t^2 = E(\varepsilon_t^2 | I_{t-1}) = \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2$$

cioè ε_t^2 dipende dal suo passato (struttura autoregressiva).

Prima di stimare un modello ARCH va testata la presenza di varianza condizionata variabile nel tempo, cioè bisogna vedere se gli ε_t^2 sono autocorrelati nel tempo tramite un test d'ipotesi quale

$$H_1: \hat{\varepsilon}_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \hat{\varepsilon}_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p \hat{\varepsilon}_{t-p}^2 + u_t \quad \text{regressione ausiliaria}$$

$$H_0: \alpha_1 = \dots = \alpha_p = 0$$

$$\text{Sotto } H_0: \quad F\text{-test} \sim F_{p, T-p} \quad \text{o}$$

$$T R^2 \sim \chi_p^2 \quad \text{con } R^2 \text{ coefficiente di determinazione della regressione ausiliaria}$$

I modelli GARCH sono una generalizzazione degli ARCH, ad esempio un GARCH(1,1) è

$$\sigma_t^2 = E(\varepsilon_t^2 | I_{t-1}) = \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2$$

Nei GARCH le informazioni passate sono sintetizzate da σ_{t-1}^2 , invece le “novità” e la capacità di variare nel tempo di σ_t^2 è data da ε_{t-1}^2 . La varianza non condizionata si può ottenere come:

$$\sigma^2 = E(\sigma_t^2) = \omega + \alpha_1 E(\varepsilon_{t-1}^2) + \beta_1 E(\sigma_{t-1}^2) = \omega + \alpha_1 \sigma^2 + \beta_1 \sigma^2 = \frac{\omega}{1 - \alpha_1 - \beta_1}$$

(quindi $\omega > 0$ e $\alpha_1 + \beta_1 < 1$)

Si può allora scrivere

$$\sigma_t^2 = \sigma^2 (1 - \alpha_1 - \beta_1) + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 = \sigma^2 + \alpha_1 (\varepsilon_{t-1}^2 - \sigma^2) + \beta_1 (\sigma_{t-1}^2 - \sigma^2)$$

da cui si possono fare le considerazioni sull'evoluzione temporale della varianza condizionata in base ai suoi valori passati, alle innovazioni e al valore dei parametri del modello.

I modelli ARCH e GARCH possono avere più parametri, in generale si procede coi seguenti step:

1. stima del modello per la media dei rendimenti da cui si ricavano i residui ε_t ;
2. test ARCH su $\hat{\varepsilon}_t^2$ per verificare la presenza di effetti ARCH;
3. appropriata specificazione del modello GARCH;
4. test sui residui standardizzati $\hat{\varepsilon}_t / \hat{\sigma}_t$ per verificare che si distribuiscano come $N(0,1)$ (si può usare il test di Jarque-Bera, qq-plot, o test per effetti ARCH).

I modelli GARCH possono essere ulteriormente migliorati poiché nella loro specificazione i quadrati delle innovazioni esercitano lo stesso impatto sulla varianza condizionata indipendentemente dal segno dell'innovazione stessa, quindi non riescono a cogliere l'effetto asimmetrico che si osserva sui mercati detto effetto leverage: notizie negative sull'andamento del prezzo di uno strumento portano ad un effetto depressivo dei prezzi, cioè ne aumenta la rischiosità portando la volatilità ad aumentare.

È quindi possibile verificare l'asimmetria tramite Sign Bias Test e specificare modelli TGARCH o EGARCH la cui trattazione esula da questo lavoro.

5.1.3 Misure di rischio e VaR

Una misura di rischio serve ad esprimere il grado di rischio di numeri aleatori appartenenti ad un insieme Γ , ognuno dei quali rappresenta il valore che può assumere un certo rischio in un determinato istante futuro. Può essere quindi espressa come un'applicazione $\rho: \Gamma \rightarrow \mathbb{R}$.

Dato un rischio X , una possibile interpretazione di $\rho(X)$ è che sia la dotazione di capitale che il detentore di X deve avere per far fronte alla possibile perdita a cui incorre con X .

P. Artzner²⁴ ha definito nel 1999 le proprietà di cui deve godere una misura di rischio per essere definita coerente:

- | | | |
|------------------------|------------------------------------|--|
| 1. Traslatività | $\rho(X+c) = \rho(X) + c$ | $X \in \Gamma, c \in \mathbb{R}, X+c \in \Gamma$ |
| 2. Omogeneità positiva | $\rho(aX) = a\rho(X)$ | $X \in \Gamma, a > 0, aX \in \Gamma$ |
| 3. Subadditività | $\rho(X+Y) \leq \rho(X) + \rho(Y)$ | $X, Y \in \Gamma, X+Y \in \Gamma$ |
| 4. Monotonia | $\rho(X) \leq \rho(Y)$ | $X \leq Y, X, Y \in \Gamma$ |

Si potrebbe pensare che non si possono usare misure che non siano coerenti, ma non è vero, e non tutte le misure coerenti sono adatte ad essere usate: ad esempio il valore atteso di un numero aleatorio è una misura coerente, ma non risulta adatta allo scopo.

Nel lavoro in esame si considera il Value at Risk (VaR) come misura di rischio, interpretabile come la massima perdita dovuta a X su un determinato orizzonte temporale legata a un livello di confidenza p . Formalmente dato il n.a. X e $p \in]0, 1[$, il VaR di X al livello di confidenza p è

$$\rho(X) = \text{VaR}[X;p] = \inf\{x \in \mathbb{R} \mid F_X(x) \geq p\}$$

$$\text{se } X=Y \text{ in distribuzione} \implies \text{VaR}[X;p] = \text{VaR}[Y;p]$$

cioè il VaR è una misura di rischio basata sulla distribuzione, tuttavia non è una misura coerente in quanto non vale la subadditività.

²⁴ P. Artzner, F. Delbaen, S. Eber, D. Heath, "Coherent measures of risk", *Mathematical Finance* 9 (1999) 203–211.

Sia il rischio $X \geq 0$, fissato il livello di confidenza $p \in]0,1[$, il capitale di rischio per X al livello p è definito come segue:

$$K = \text{VaR}[X;p] - E(X)$$

$$\Pr (X > E(X) + K) = \Pr (X > \text{VaR}[X;p]) \leq 1-p$$

Quindi, se il valore atteso è già disponibile e ad esso si somma il capitale di rischio K , la perdita supererà la dotazione di capitale con probabilità inferiore a $1-p$; comunque il VaR non dà nessuna copertura quando la perdita eccede tale misura, a tale scopo sono state considerate altre misure di rischio come il TailVar e l'Expected Shortfall.

Il VaR è una misura di rischio fondamentale nel risk management delle odierne istituzioni finanziarie ed ha l'obiettivo di misurare le possibili perdite future a una probabilità predeterminata, per fare ciò si è passato dall'ipotizzare delle distribuzioni teoriche sottostanti ai dati al considerare la distribuzione empirica dei loro valori simulati e determinare il VaR come il p -esimo percentile di tale distribuzione.

5.1.4 Metodo Filtered Historical Simulation

La simulazione storica consiste nel generare scenari basati sulla variazione storica dei prezzi legata al fattore di rischio che si vuole considerare. Il VaR stimato da tale metodo, dato che si basa sulla distribuzione empirica dei rendimenti degli asset, riflette maggiormente il rischio del portafoglio. Nello stress in esame si è proceduto scaricando da Bloomberg le seguenti serie storiche e applicando il metodo FHS:

- un indice rappresentativo dei titoli governativi di ciascun Paese periferico²⁵;
- un indice rappresentativo dei titoli obbligazionari emessi dalle imprese Financial di area Euro;
- un indice rappresentativo delle azioni del settore Financial dell'area Euro.

²⁵ Gli indici presi a riferimento per i Paesi periferici sono stati presi da Bloomberg, sono gli indici Meryll-Lynch dei titoli governativi con duration 3-5 anni di tali Paesi.

La simulazione storica è un metodo non parametrico, ipotizza che la distribuzione dei rendimenti di un fattore sia approssimata dalla sua distribuzione storica. Al fine di giungere alla stima del valore di stress relativo al fattore di rischio considerato su un orizzonte temporale di un anno si ricorre ad una tecnica nota in letteratura come *bootstrapping*.

L'idea sottostante al bootstrapping consiste nell'estrarre un vettore di osservazioni storiche, assunte indipendenti ed identicamente distribuite (*iid*), ed assumere che lo stesso vettore di osservazioni si manifesti in futuro in un determinato scenario. Ripetendo l'estrazione in modo casuale si crea così una molteplicità di scenari casuali su cui condurre la valutazione.

Tuttavia l'assunzione di iid spesso non trova riscontro nell'analisi statistica delle serie storiche finanziarie, le quali risultano essere non normali e caratterizzate da un'elevata curtosi e asimmetria a sinistra. L'elevata curtosi indica la presenza di una volatilità che muta nel tempo, tale fenomeno viene catturato molto bene attraverso la stima di un modello GARCH (Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity), il quale modella la varianza dei log-rendimenti nell'ipotesi che la varianza muti nel tempo con fenomeni di volatility clustering (eteroschedasticità), che i livelli passati della volatilità influenzino quelli futuri (autoregressione), e che il suo valore atteso dipenda dall'informazione disponibile nel periodo (condizionale).

Tale considerazione porta quindi all'utilizzo del FHS che coglie le tipicità delle distribuzioni campionarie dei rendimenti ipotizzando che seguano un dato modello usato come filtro per produrre residui *iid* sui quali verrà poi applicato il metodo bootstrap.

Per ciascuno degli indici rappresentativi si è applicato il FHS operando nel seguente modo:

1. Si è considerata la serie storica dell'indice da cui è stata ricavata la serie storica dei log-rendimenti

$$r_t = \ln(P_{t+1}) - \ln(P_t)$$

2. Si stima il modello filtro assumendo che un ARMA(1,1)-GARCH(1,1) si adatti bene al fattore

$$\begin{aligned}r_t &= \mu_t + \varepsilon_t \\ \varepsilon_t &= z_t \sigma_t \\ \mu_t &= \alpha_0 + \alpha_1 r_{t-1} + \alpha_2 \varepsilon_{t-1} \\ \sigma_t^2 &= \beta_0 + \beta_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_2 \sigma_{t-1}^2\end{aligned}$$

dove ε_t è il residuo al tempo t di media nulla e volatilità σ_t .

Sebbene il metodo bootstrap filtrato non imponga alcuna ipotesi distributiva sui rendimenti, la stima del modello GARCH attraverso il metodo della verosimiglianza presuppone la normalità dei residui ε_t poiché la logverosimiglianza gaussiana produce stime consistenti dei parametri anche quando il modello parametrico non è realmente gaussiano. Per cui ai soli fini della stima del modello GARCH si ha

$$z_t \sim N(0,1) \quad \text{e quindi} \quad \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_t^2)$$

Quindi i dati vengono “filtrati” in modo da ottenere i residui standardizzati ε_t / σ_t *iid* su cui andare ad applicare il metodo bootstrap. Il test di Ljung-Box può essere usato per testare l’ipotesi di non correlazione dei residui standardizzati ε_t / σ_t .

3. Scelto il numero di simulazioni MC e l’arco di tempo da simulare H ($H=252$ in questo stress, cioè i giorni di borsa aperta in un anno), ciascuna simulazione col metodo bootstrap consiste in:

- Estrarre con ripetizione H innovazioni standardizzate z_1, z_2, \dots, z_H

$$\text{con} \quad z_h = (r_h - \mu_h) / \sigma_h = \varepsilon_h / \sigma_h$$

- Ottenere l’innovazione H -periodale $\varepsilon_{0,H} = \sum_{h=1}^H \varepsilon_{t+h}$

$$\text{con} \quad \varepsilon_{t+h} = z_h \sigma_{t+h}$$

$$\sigma_{t+h}^2 = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \varepsilon_{t+h}^2 + \hat{\beta}_2 \sigma_{t+h-1}^2$$

cioè utilizzando il modello GARCH per tener conto del volatility clustering che si osserva dai dati.

4. Si calcola il VaR al 99,5% come il corrispondente percentile della distribuzione empirica delle MC innovazioni H-periodali e si ottiene il corrispondente stress come

$$S_{0,H} = \exp(\varepsilon_{0,H}) - 1^{26}$$

Ottenuta la stima del valore di stress per ciascuno degli indici, questa è interpretabile come la variazione percentuale da applicare al valore di mercato di uno strumento con tali caratteristiche, in particolare:

- per i titoli governativi dei Paesi periferici e i titoli obbligazionari finanziari lo stress va applicato come repricing dell'investimento diretto e si ottiene tenendo conto delle duration dei titoli e dell'indice preso a riferimento;
- per gli OICR obbligazionari di area Euro si distingue tra quelli Governativi e quelli Corporate, lo stress viene applicato con la formula di Maculay per la duration, se l'OICR è governativo allora lo stress è determinato come media ponderata degli stress dei singoli Paesi periferici attraverso i pesi che tali indici hanno all'interno di un indice rappresentativo di Area Euro;
- per le azioni del settore Financial, siano esse investimenti diretti o in OICR azionari, lo stress può essere applicato nel seguente modo:

$$MV_S = MV_P (1 + S^{F(\%)})$$

dove

MV_P è il valore di mercato "plain" dello strumento alla data di valutazione;

MV_S è il valore stressato applicando l'opportuno stress $S^{F(\%)} = S_{0,H}^F$.

Dunque si determina il capitale a rischio nello scenario stressato come

$$K = \Pi_P - \Pi_S$$

²⁶ Si sceglie uno stress che tiene conto solo delle innovazioni in quanto più prudentiale che se si fosse considerato anche il rendimento atteso nel periodo in base alla componente ARMA.

dove

$\Pi_P = \sum MV_P$ è il valore “plain” di portafoglio dato dalla somma dei market value “plain” dei suoi strumenti;

$\Pi_S = \sum MV_S$ è il valore “stressato” di portafoglio dato dalla somma dei market value “stressati” dei suoi strumenti.

Da notare che nella procedura usata si considera correlazione perfetta, cioè pari a 1, fra i fattori di rischio considerati, in tal modo il capitale a rischio K risulta più elevato, e quindi più prudentiale, che se si considerasse una matrice di correlazione per i fattori che consentirebbe di ridurre il capitale a rischio.

In tal caso si andrebbero a valutare i capitali a rischio K^j ottenuti applicando separatamente lo stress di ciascun Paese e settore; considerata poi una matrice di correlazione C e il vettore \bar{K} dei capitali a rischio, si determinerebbe il capitale consumato dallo scenario di stress come

$$K = \sqrt{\bar{K} C \bar{K}'}$$

A titolo esemplificativo, di seguito sono riportati i principali grafici relativi al metodo FHS applicato sull'indice Meryll-Lynch per titoli governativi italiani con scadenza fra 3 e 5 anni; invece, la tabella 5.1 mostra i risultati della calibrazione per i fattori di rischio considerati in questo scenario.

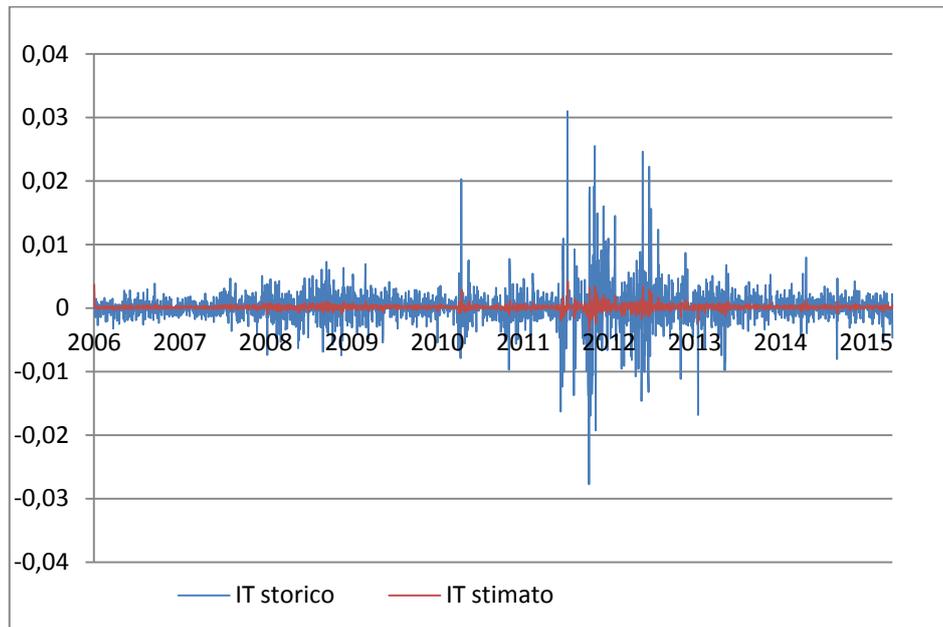


Figura 5.2 In blu la serie storica del rendimento del titolo italiano, in rosso il rendimento atteso secondo la componente ARMA stimata sui dati.

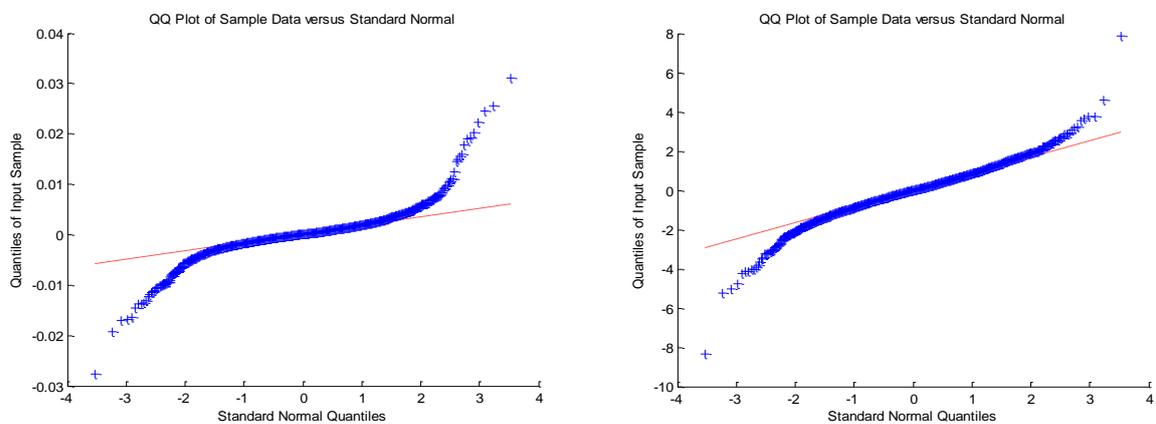


Figura 5.3 A sinistra il QQplot dei log-rendimenti storici: si possono osservare le code pesanti che indicano una distribuzione non normale.

A destra il QQplot dei residui standardizzati ottenuti applicando il modello ARMA-GARCH sulla serie storica, si può notare un notevole miglioramento nella pesantezza delle code, infatti applicando il test di LjungBox questo non rifiuta l'ipotesi di non correlazione.

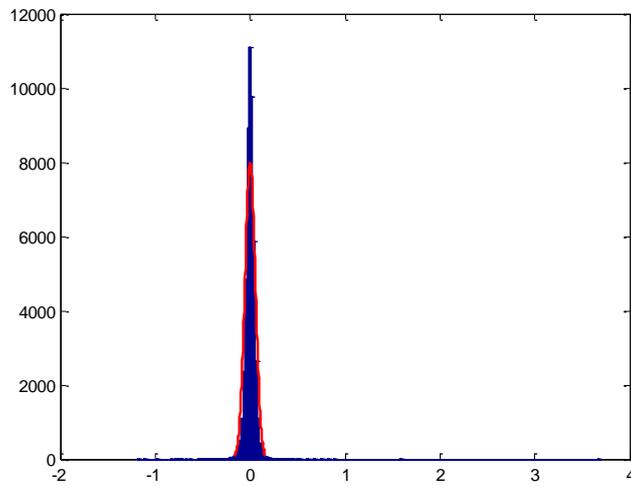


Figura 5.4 Distribuzione empirica dei rendimenti simulati tramite FHS, da cui si ricava il percentile per il VaR.

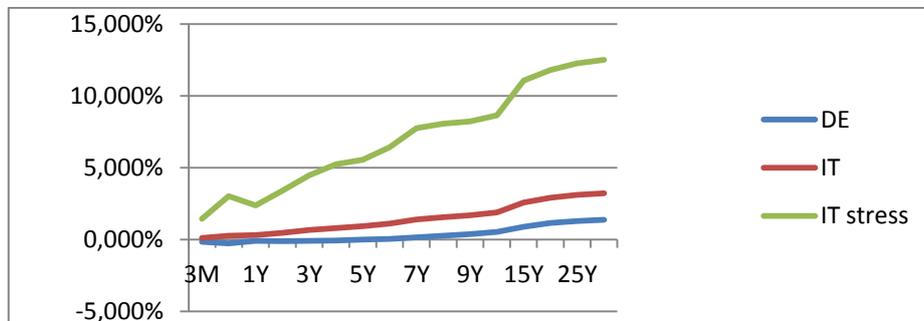


Figura 5.5 Lo stress ricavato sul titolo italiano di duration media 3.68 viene riproporzionato in base allo spread BTP-BUND al 31/12/2014 (Bloomberg) per ottenere lo stress da applicare per ciascuna duration.

Incremento nei tassi obbligazionari					
Tenor	Italia	Spagna	Portogallo	Irlanda	Area Euro (media ponderata)
3M	1.4%	1.8%	1.9%	1.6%	0.7%
6M	2.8%	2.7%	3.1%	4.6%	1.3%
1Y	2.1%	1.9%	2.7%	4.3%	1.0%
2Y	3.0%	2.5%	5.8%	3.5%	1.3%
3Y	3.9%	3.3%	6.9%	4.2%	1.7%
4Y	4.5%	3.8%	8.4%	4.7%	2.0%
5Y	4.7%	4.3%	9.3%	5.4%	2.2%
6Y	5.4%	4.6%	10.6%	5.2%	2.4%
7Y	6.5%	5.0%	11.7%	6.6%	2.8%
8Y	6.6%	5.3%	12.8%	8.0%	3.0%
9Y	6.7%	5.3%	12.7%	8.6%	3.0%
10Y	6.9%	5.4%	16.1%	8.5%	3.1%
15Y	8.6%	6.8%	15.6%	9.2%	3.8%
20Y	9.1%	6.3%	15.6%	9.2%	3.8%
Titoli Financial					1.84%
OICR obbligazionari Area Euro					0.8%

Decremento nei prezzi delle azioni	
Azioni Financial	-60.4%
OICR azionari Area Euro	-16.5%

Tabella 5.1 Gli stress applicati agli strumenti di interesse nello scenario dei Paesi periferici.

5.2 Scenari di stress e considerazioni sulla relazione col Risk Appetite

Oltre ai risultati dello stress precedente si propongono i risultati di due scenari di stress per le variabili finanziarie e tecniche al 31 dicembre 2014²⁷:

- *Scenario 1*: È stato ipotizzato uno scenario di stress con una curva con tassi flat a 0 e contemporaneamente uno shock sull'equity di -36.6% (calcolata come la perdita necessaria a raggiungere il punto di minimo dell'indice Eurostoxx negli ultimi 5 anni), tale shock finanziario è combinato con un incremento dei riscatti per i prodotti unit linked pari ad un'uscita massiva del 40% delle polizze alla data di valutazione.

Scenario 1		Percentile
Curva tassi d'interesse	flat a 0%	99.99%
Equity	-36.6%	98.10%
Mass Lapse	40%	99.5%

- *Scenario 2*: incremento improvviso dei tassi risk free di 200 basis points su tutta la curva.

Scenario 2		Percentile
Curva tassi d'interesse	+200 bps	99.96%

Il valore stressato degli attivi si è ottenuto tramite un repricing degli strumenti sotto le ipotesi di stress con una metodologia analoga a quella utilizzata per ottenere i valori nella proiezione FLAOR; si sono così ottenuti i prezzi stressati dei fondi unit usati come input insieme alle ipotesi di stress sul mass lapse e sulla curva dei tassi per ottenere il valore attuale dei margini attesi futuri, ovvero il VIF ai fini Solvency II.

²⁷ Gli shock finanziari esposti sono stati ipotizzati partendo da situazioni rilevate sui mercati, senza fare riferimento a scenari di VaR. È tuttavia possibile, per fare in modo che siano comparabili, calcolarne la severità associata, a condizioni di mercato al 31/12/14, utilizzando il metodo FHS esposto precedentemente. In questo modo si determina il percentile corrispondente; con riferimento all'ipotesi di curva flat a 0%, non essendo mai stata osservata nel mercato, è stata associato il 99.99% percentile.

Lo shock ipotizzato per i riscatti è uno degli shock previsti per il calcolo dell'SCR a copertura del *lapse risk* ed è stato quindi determinato secondo la logica del VaR al 99,5%.

Nella tabella 5.2 si può notare che gli shock ipotizzati nello Scenario 1 vanno a impattare maggiormente sugli Own Funds nonostante sia presente un'ipotesi di curva flat a 0 che dovrebbe ridurre il consumo dei fondi propri in questo scenario, in particolare:

- il valore dei fondi unit decresce considerevolmente, questo era facilmente intuibile data la forte componente azionaria nella loro asset allocation (v. tabelle 2.1 e 2.2), d'altra parte questa riduzione è parzialmente coperta dal movimento dei passivi e andrà a diminuire gli Own Funds solo in termini di un minor VIF, infatti si riduce il profitto atteso dai margini futuri;
- lo shock relativo ad un'uscita improvvisa delle masse del 40% si esprime in una riduzione del VIF dovuta alle mancate entrate di margini dopo il primo anno relative all'abbandono di massa;
- il valore del portafoglio SHR non risulta significativamente colpito dallo Scenario 1, ciò può essere spiegato dalla sua asset allocation (v. tabella 2.2) e dal beneficio ottenuto da una riduzione dei tassi:
 - La componente azionaria in questo portafoglio è pari al solo 2.2%, a questa corrisponde un consumo di capitale pari a 2.11 mln euro;
 - Viene aggiunto lo stress relativo alle Unit SHR (18.8% del portafoglio SHR) in cui interviene sia lo stress sull'Equity che quello sulla curva d'interesse, il consumo di Own Funds ad esso associato è pari a 4.6 mln euro;
 - Lo Scenario 1, con l'ipotesi di curva flat a 0, consente un recupero degli Own Funds pari a 4.2 mln euro dovuto alla forte componente obbligazionaria (78.5%).

Lo Scenario 2 ipotizza un incremento di 200 bps della curva dei tassi d'interesse andando a colpire esclusivamente gli strumenti obbligazionari quindi, in base a considerazioni analoghe sull'asset allocation, incide maggiormente sul portafoglio SHR che sul portafoglio Unit.²⁸

²⁸ Lo Scenario 2, che dai risultati sembra relativamente debole per la Compagnia, può essere inquadrato nel contesto più ampio di stress di Gruppo. Quindi, lo Scenario 2 viene implementato in modo da testare anche la solidità del Gruppo assicurativo che al suo interno potrebbe avere compagnie che vendono prodotti tradizionali, i quali sono maggiormente esposti a questo tipo di rischio.

Di seguito si riportano le principali poste del bilancio economico S2 nello scenario base (BS S2), cioè in base alle condizioni di mercato a fine 2014, e nei tre scenari di stress ipotizzati.

<i>Importi in €/mln</i>	BS S2	Scenario 1	Scenario 2	Scenario P
Investimenti (attivi non legati ai fondi UL PH)	266	264	252	255
Attivi tenuti per i fondi UL PH	15,542	14,011	14,793	14,658
Altri attivi	239	239	229	239
Totale attivi	16,048	14,515	15,275	15,152
Technical provisions - Fondi UL	(15,273)	(13,855)	(14,537)	(14,408)
Altre passività	(175)	(160)	(183)	(171)
Totale passivi	(15,448)	(14,016)	(14,719)	(14,579)
Own Funds	600	499	555	574
SCR	150	150	150	150
Solvency ratio	400%	333%	370%	382%

Tabella 5.2 Bilancio Aziendale nello scenario base e negli scenari di stress.

Nonostante i forti valori di stress ricavati nella sezione precedente per lo Scenario P (Paesi periferici), l'impatto sugli Own Funds dell'azienda è inferiore rispetto agli altri due scenari. Questo risultato porta a due considerazioni principali:

- nello Scenario P non si è ipotizzato un *mass lapse* che si sarebbe tradotto in margini futuri ridotti e avrebbe aumentato l'impatto negativo vista l'esposizione dell'azienda a tale rischio; un'idea sull'entità di tale impatto si può ricavare tramite analisi di sensitività sul singolo fattore dei riscatti.

La scelta di isolare lo stress di mercato finanziario è stata presa per valutare il puro effetto che lo scenario di crisi avrebbe avuto sugli attivi, in modo da trarre conclusioni sulle scelte di investimento dei portafogli.

- dalla tabella 5.1 si può notare che i valori di stress per lo Scenario P sono nettamente più elevati rispetto allo Scenario 2, se non catastrofici per duration relative a investimenti a lungo termine, tuttavia l'impatto sugli Own Funds è pari a poco più della metà. Allora questo risultato evidenzia come la strategia attuale

dell'azienda sia tale da limitare gli investimenti in titoli obbligazionari e azionari di tali Paesi e pone dei limiti sugli investimenti a medio e lungo termine.

Questi limiti sono formalizzati nel Risk Appetite e monitorati in modo tale da garantire la coerenza con il profilo di rischio e, in questo caso, la capacità di rimanere solvibili anche in un consistente scenario di stress finanziario come quello sui Paesi periferici. Questo scenario può dare anche informazioni sui margini di tollerabilità per tali investimenti che permettano di rimanere in linea con i principali obiettivi di business.

Comunque sia, la Compagnia mostra notevole solidità anche negli scenari stressati: le perdite nei tre scenari, rispettivamente di 101 milioni di euro, 45 milioni di euro e 26 milioni di euro, non vanno a destabilizzare significativamente la solidità patrimoniale.

Nella tabella 5.3 si può apprezzare come i limiti del Risk Appetite siano rispettati non solo a livello complessivo, ma anche a livello di modulo; la logica è questa:

- la Compagnia deve riservare per l'anno successivo 150 milioni di Own Funds a copertura dell'SCR in quanto requisito regolamentare in base al suo bilancio S2 al 31 dicembre 2014;
- supponendo che lo scenario stressato si verifichi, questo porterà a un consumo degli Own Funds pari al valore sopra calcolato;
- in un caso estremo il consumo degli Own Funds potrebbe essere tale da ridurre la loro consistenza al di sotto del requisito regolamentare di solvibilità, in tal caso la Compagnia dovrebbe prevedere un *contingency plan* per riportare il capitale a livelli accettabili nel caso in cui lo scenario si verificherà;
- il solvency ratio passa dal 400% nello scenario base al 333% nello Scenario 1, al 370% nello Scenario 2 e al 382% nello Scenario P, quindi in tutti gli scenari stressati l'appetito di rischio complessivo rimane ampiamente al di sopra del livello di sicurezza;
- volendo andare a vedere la metrica per il Risk Appetite a livello di modulo per i principali fattori, si può notare che i livelli di sicurezza fissati vengono ancora

rispettati (si potrebbe poi confrontare i valori ottenuti negli stress con altre metriche definite ai fini del Risk Appetite)²⁹.

Own Funds	Importo in €/mln	Base 600	Scenario 1 499	Scenario 2 555	Scenario P 574
SCR	150	400%	333%	370%	382%
ADJ SCR per DT	- 20.00				
Operational Risk	25.00				
BSCR	145.00				
Diversification	- 42.00				
Market risk	81.00	13.5%	16.2%	14.6%	14.1%
Life risk	98.00	16.3%	19.6%	17.6%	17.1%
Lapse risk	92.00	15.3%	18.4%	16.6%	16.0%

Tabella 5.3 Confronto Risk Appetite a livello di sottomodulo nei tre scenari di stress, i limiti presi a riferimento sono riportati nella sezione 4.3.

²⁹ La metodologia per la definizione del Risk Appetite non rientra nello scopo di questa tesi, nella quale si sono considerate solo alcune metriche e si è presentato solo uno dei possibili ragionamenti che stanno dietro alla loro definizione per poterle utilizzare a titolo di esempio esplicativo dei risultati di proiezione e stress.

Altre metriche potrebbero riguardare ad esempio:

- Il massimo consumo di Own Funds accettabile a seguito di uno scenario di stress di mercato o di comportamento dei policyholders;
- Il massimo consumo di Own Funds accettabile legato a variazioni nello Unit SHR in scenari stressati;
- ...

6. Proiezione stocastica degli Attivi

Lo scopo di quest'ultimo capitolo è di presentare un possibile approccio di proiezione stocastica dei portafogli fin qui considerati, mettendo in luce le principali informazioni aggiuntive che se ne possono ricavare.

L'approccio presentato per la proiezione FLAOR del bilancio aziendale è deterministico, in particolare:

- gli *Attivi* sono stati proiettati su una traiettoria deterministica che si basa su uno scenario best-estimate per le variabili finanziarie di principale interesse. Tale scenario è stato scelto fra tutti quelli market-consistent generati sulla base di modelli calibrati sui dati di mercato rilevati alla data di valutazione.
- i *Passivi* alla data di valutazione sono stati determinati con le ipotesi BE valutate sulla base dei dati storici del portafoglio della Compagnia, successivamente sono stati proiettati secondo una logica di riproporzione che tiene conto del valore proiettato degli attivi legati alle unit in quanto la Compagnia vende prodotti *asset-driven*.

L'approccio deterministico, per quanto sufficiente a rappresentare in maniera adeguata la prospettiva futura della Compagnia, non riesce a quantificare alcune informazioni su un determinato risultato di portafoglio:

- La sua varianza o scarto quadratico medio;
- La probabilità che superi una certa soglia;
- Misure di downside risk quali VaR ed Expected Shortfall.

Un modello di valutazione basato solo su valori attesi non consente di rappresentare esplicitamente l'aleatorietà dei fattori di rischio e le loro conseguenze ad esempio sul valore del portafoglio; un primo passo può essere quello di basarsi anche su valori ottimistici e pessimistici in modo da testare l'impatto di scarti sistematici, ovvero sull'incertezza nella quantificazione del valore atteso.

Tale approccio è quello utilizzato nelle *analisi di scenario*, si può procedere quindi nel seguente modo:

1. Si considera una pluralità di scenari per ciascun fattore di rischio significativo;
2. Si combinano i vari scenari in tutti i modi possibili in modo da avere un range di dati in input da utilizzare per l'output desiderato;
3. Si ottiene un range di risultati in funzione del range dei dati in input.

Questo approccio, ancora deterministico sebbene può basarsi su metodi stocastici per la generazione degli scenari, è stato utilizzato per verificare la solvibilità della Compagnia in scenari di stress fornendo informazioni aggiuntive a quelle richieste ai fini regolamentari che, come già commentato, consentono di prendere decisioni con maggior consapevolezza del proprio business.

Dato che ai fini di solvibilità si è interessati solo a scenari pessimistici, non si sono considerati scenari ottimistici i quali potevano essere ottenuti attraverso le stesse tecniche e utilizzati per avere informazioni più complete su quelli che possono essere i risultati di redditività.

Si suppone ora di passare a un modello stocastico che consenta di valutare l'aleatorietà di una variabile di output Y in funzione dell'aleatorietà di variabili in input, ad esempio viene considerato

$$Y = \Phi (A_0, A_1, \dots, X_1, X_2, \dots)$$

Y valore del portafoglio Unit;

A_i valore aleatorio di una variabile tecnica (ad esempio riscatti, numero di morti, importo delle spese...);

X_i rendimento dell' i -esimo investimento associato al portafoglio Unit.

In teoria, date le distribuzioni di probabilità delle variabili di input e la loro correlazione, si può determinare la distribuzione di Y in via analitica; in pratica, si simulano le variabili in input e si ottiene una distribuzione statistica di Y .

Si può procedere con la simulazione congiunta di tutte le variabili, oppure si simula marginalmente ciascuna variabile e si considera uno scenario deterministico per le altre quantità in modo da isolare gli effetti delle “cause” di aleatorietà.

Comunque sia, in tal modo si riescono a cogliere solo gli scarti accidentali, ovvero le fluttuazioni delle variabili attorno alle loro frequenze attese; ma un ulteriore problema è se le distribuzioni scelte rappresentino correttamente le variabili in input.

Tra i seguenti approcci alla quantificazione dei rischi, solo l’ultimo è in grado di cogliere gli scarti sistematici dovuti all’incertezza sulla correttezza delle distribuzioni scelte:

1. Traiettoria deterministica di Y basata su un solo scenario, è l’approccio tradizionale e con il quale è stata fatta la proiezione FLAOR esposta;
2. Range di traiettorie deterministiche di Y basate su altrettanti scenari dati in input, è l’approccio utilizzato per fare *analisi di scenario*, *stress test* e *analisi di sensitività*;
3. Distribuzione di Y ottenuta in via analitica o simulativa a partire dalle distribuzioni di probabilità delle variabili di input e la loro correlazione, in modo da tener conto di:
 - *scarti accidentali*, se si considera una distribuzione per ciascuna variabile;
 - *scarti sistematici*, se si considerano più distribuzioni per una o più variabili per includere l’incertezza sulla correttezza della distribuzione assunta.

Per presentare un esempio veloce che esponga in maniera semplice l’esecuzione dei precedenti approcci, si considera la mortalità per la determinazione del numero di polizze in vita nei vari anni. Nella sezione 3.1.2 si sono determinate le seguenti percentuali di abbattimento sulle tavole di mortalità ISTAT:

Gruppo	Stima coefficiente	I.C. 75%
<90 anni	0.679037	[0.65584; 0.702233]
>90 anni	0.773521	[0.60682; 0.940222]

Tabella 6.1 Stime e intervalli di confidenza dei parametri nel modello di regressione presentato nella sezione 3.1.2.

Per cui si sono assunte come probabilità di morte BE del portafoglio di assicurati

$$q_x^{BE} = 0.7 q_x^{SIM/SIF 92} \text{ se } x < 90$$

$$q_x^{BE} = 0.8 q_x^{SIM/SIF 92} \text{ se } x \geq 90$$

A questo punto, a seconda dei risultati che si vuole considerare si sceglie uno dei seguenti approcci:

1. Nell'approccio deterministico il numero delle polizze in run off di anno in anno si ottiene moltiplicando il numero delle polizze per ciascuna età con la probabilità BE corrispondente;
2. Nell'approccio deterministico basato su più scenari, si considerano diverse tavole di mortalità del portafoglio applicando shift deterministici alle q_x^{BE} e per ciascun scenario si procede come nell'approccio 1;
3. Nell'approccio stocastico che considera:
 - solo gli scarti accidentali, si può procedere simulando ogni anno per ogni polizza ancora esistente un numero aleatorio $X \sim Be(q_x^{BE})$, dove x è l'età dell'assicurato della polizza, che ne determina la sopravvivenza o l'estinzione.
 - anche gli scarti sistematici, si tiene conto dell'incertezza che si ha sui parametri del modello di regressione, per cui si prendono ad esempio tre scenari per le probabilità da utilizzare nella simulazione (scenario BE e scenari ottenuti con i valori estremi dell'I.C.) e si assegna a ciascuno una probabilità.

Ciascuna simulazione avviene estraendo dapprima lo scenario che si utilizzerà per la simulazione e considerando successivamente gli scarti accidentali dello scenario estratto.

Le successive sezioni si prefiggono l'obiettivo di proiettare gli Attivi del Portafoglio Unit e del Portafoglio SHR attraverso una simulazione stocastica delle variabili finanziarie; la simulazione viene arricchita attraverso la considerazione della variabile tecnica risultata maggiormente influente sui risultati di tali portafogli, ovvero le somme riscattate.

Di seguito viene presentata dapprima la teoria e le ipotesi che stanno alla base delle simulazioni, successivamente nella sezione conclusiva vengono esposti i principali risultati che si sono ritenuti soddisfacenti per evidenziare le informazioni aggiuntive portate dalla considerazione dell'aleatorietà nelle simulazioni.

6.1 Asset class e Premio per il rischio

I Portafogli Unit e SHR investono in vari tipi di strumenti finanziari che, a seconda delle loro caratteristiche, sono soggetti in modo più o meno forte ai rischi esposti nella sezione 2.1.

In particolare ai fini della proiezione, per gli OICR in cui investono i fondi unit della Compagnia e il Portafoglio Proprietario, si è adottata la classificazione Assogestioni per i fondi comuni d'investimento³⁰. Tale classificazione si articola in cinque macrocategorie suddivise a sua volta in base ad ulteriori caratteristiche:

- Azionario: giurisdizione dell'emittente e specializzazione settoriale;
- Obbligazionario: rischio mercato (valuta di denominazione e duration del portafoglio) e rischio credito (giurisdizione e tipologia dell'emittente, merito creditizio);
- Liquidità: valuta di denominazione, merito di credito dell'emittente e duration del portafoglio;
- Bilanciato: proporzione della componente azionaria;
- Flessibile: nessun fattore di rischio comune e nessun vincolo sull'asset allocation di base.

Quindi, gli OICR in cui la Compagnia investe sono stati ripartiti in 42 asset class individuate dalla suddetta classificazione, la quale opera in maggior dettaglio rispetto all'asset allocation presentata a fini introduttivi nella tabella 2.1 della sezione 2.2.

Identificate le classi, si sono scelti su Bloomberg degli indici rappresentativi che sintetizzino quello che può essere il comportamento dei prezzi degli strumenti che appartengono ad una data classe.

³⁰ Assogestioni ("Associazione italiana del risparmio gestito") è un'associazione volontaria senza scopo di lucro, costituita fra le società e gli enti che svolgono, sotto qualunque forma, attività di gestione del risparmio, anche previdenziale, purché esercitata in base ad autorizzazione e sotto specifica vigilanza amministrativa.

L'Associazione ha per scopi la promozione, la diffusione e la tutela in Italia delle diverse forme di gestione del risparmio, oltre che la rappresentanza degli interessi collettivi degli Associati e dei risparmiatori loro clienti, in Italia e all'estero, curandone la promozione e la tutela.

La classificazione di cui si parla può essere trovata nel dettaglio al seguente link:
<http://www.assogestioni.it/ass/library/78/guida-alla-classificazione-2003-.pdf>

Si può capire che si è ragionato allo stesso modo nel caso dello stress test sui Paesi periferici in modo tale che dalle serie storiche di tali indici si possano cogliere caratteristiche fondamentali ai fini della proiezione simulata quali la volatilità e il premio per il rischio di ogni singola asset class.

L'argomento della volatilità è stato già toccato nell'introduzione degli attivi e nella sezione 5.1.2 parlando anche di *volatility clustering*, qui si specifica solo che si è deciso di adottare la deviazione standard dei rendimenti come misura della volatilità senza considerare effetti GARCH in modo da non appesantire il codice di lavoro.

A partire dalle volatilità si è determinata anche la correlazione fra le asset class attraverso l'indice di correlazione lineare di Pearson, ovvero

$$\rho_{x,y} = \frac{\sigma_x \sigma_y}{\sigma_{xy}}$$

dove σ_{xy} è la covarianza tra le asset class x e y, σ_x e σ_y sono le rispettive volatilità calcolate sulla base delle serie storiche.

Se la volatilità esprime l'incertezza che si ha sul rendimento di uno strumento dovuta alla sua rischiosità, il premio per il rischio può esser visto come il *drift* dell'extra-rendimento rispetto a uno strumento più sicuro, ovvero quanto un agente si aspetta che tale strumento meno sicuro renda in più in modo da premiare il rischio assunto nell'averci investito.

Il premio per il rischio può essere quindi espresso come la differenza tra il rendimento atteso di uno strumento e il tasso privo di rischio.

Esistono diversi metodi per stimarlo, in questa tesi ci si limita al descrivere il solo metodo utilizzato e scelto per mantenere accettabili i tempi di esecuzione del codice:

$$\text{Premio per il rischio azionario} = \text{Premio base} + \text{Premio Paese}$$

questo è il “metodo del premio per il rischio storico modificato”.

Questo metodo modifica appunto quello del premio per il rischio storico che tiene conto del solo *premio base* stimato come differenza tra il rendimento in un mercato azionario maturo e il tasso privo di rischio.

Il difetto del premio per il rischio storico sta nel fatto che la stima risulta affidabile solo per mercati maturi, cioè per mercati per cui si ha a disposizione una lunga serie di dati storici; tuttavia le stime possono comunque variare, anche se si parte dagli stessi dati storici, a causa delle differenze sull'arco di tempo considerato per la stima, la scelta del titolo privo di rischio e l'utilizzo di medie aritmetiche o geometriche per la stima del rendimento medio annuo.

Comunque sia, la scelta di utilizzare il metodo modificato viene presa per ottenere stime che rappresentino in maniera adeguata anche mercati azionari con volatilità e storie brevi quali i mercati emergenti, ma anche i mercati azionari europei.

Il metodo modificato ottiene quindi la stima come somma di:

- *Premio base*, rappresenta la differenza tra il rendimento di un mercato maturo e il relativo tasso privo di rischio. Per il suo calcolo si è considerata la differenza tra la serie storica dal 1928 ad oggi dell'indice S&P 500, rappresentativo del mercato azionario americano, e il tasso swap dollaro a cinque anni come tasso privo di rischio;
- *Premio Paese*, rappresenta il rischio extra non diversificabile di uno specifico mercato e viene misurato con la seguente formula

$$\text{Premio azionario per il rischio Paese} = \text{Credit Default del Paese} \frac{\sigma_{azioni}}{\sigma_{obbligazioni}}$$

dove il *credit default del Paese* è una misura del rating assegnato dalle agenzie di rating al debito della Nazione che viene tradotto con il CDS³¹ in termini di spread rispetto ai titoli di stato americani.

Essendo il rating una misura del rischio di default del Paese più che del suo rischio azionario, si moltiplica poi per il rapporto tra la volatilità del mercato azionario del

³¹ Il CDS (Credit Default Swap) è un contratto swap appartenente alla categoria dei derivati sul rischio di credito che dà la possibilità di coprirsi dalla possibile insolvenza di un debitore contro il pagamento di un premio periodico, detto *credit default premium*.

Paese e la volatilità dei suoi titoli di stato in modo da rispecchiare maggiormente la redditività dei suoi mercati azionari.

Il premio Paese aumenterà se diminuisce il credit rating del Paese o se aumenta la volatilità del suo mercato azionario, la non diversificabilità del rischio Paese è data dalla forte correlazione che si riscontra tra i mercati.

Al fine di calcolare il premio per il rischio per tutte le asset class si è distinto fra:

- *premio per il rischio azionario* = *premio base* + *Credit Default Premium* $\frac{\sigma_{azioni}}{\sigma_{obbligazioni}}$;
- *premio per il rischio obbligazionario* = *premio base* + *Credit Default Premium*;
- *premio per il rischio liquidità* = 0.

La stima del premio per il rischio di ciascuna asset class è stata fatta tenendo conto di tutte le sue caratteristiche al fine di ottenere le corrette stime delle componenti sopra descritte, ad esempio per un Bilanciato Azionario si è calcolata la media ponderata dei premi per il rischio azionario e obbligazionario dove gli indici, per il calcolo delle volatilità e del CDS, sono stati scelti in base alle caratteristiche individuate tramite la classificazione Assogestioni.

Il premio liquidità è stato posto pari a 0 in quanto i fondi di liquidità rappresentano gli strumenti meno rischiosi che possono esistere tra gli OICR.

Per le aree geografiche estese, quali ad esempio Europa o Asia, non esistono CDS quindi per le asset class associate a tali aree il CDS è stato ottenuto come media ponderata dei CDS dei Paesi appartenenti a tali aree.

Si è già commentato in precedenza che le classi azionarie presentano una volatilità più alta rispetto a quelle obbligazionarie, dalle stime effettuate si riscontra che anche i premi per il rischio figurano questo comportamento; infatti, un agente avverso al rischio richiederebbe un rendimento atteso maggiore per scegliere un investimento più rischioso.

6.2 Moto browniano geometrico e decomposizione di Cholesky

L'evoluzione nel tempo degli strumenti finanziari è stata simulata tramite metodo Monte Carlo, il quale consente di ottenere in via numerica il valore atteso di una data variabile attraverso la generazione di un numero elevato di simulazioni che fanno uso di numeri casuali da cui estrarre il valor medio.

A tal fine è necessario innanzitutto fare un'ipotesi sul modo in cui il prezzo del sottostante si evolve nel tempo, per cui si è assunto che ad ogni asset class soggiace un sottostante che segue un moto browniano geometrico.

$$dS(t) = \mu S(t)dt + \sigma S(t)dW(t)$$

o equivalentemente

$$S(t) = S(0) \exp\left(\left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)t + \sigma W(t)\right)$$

dove

- $S(t)$ è il valore del sottostante all'istante t ;
- μ è il parametro di drift;
- σ è la volatilità;
- $W(t)$ è un moto browniano standard.

$\{W(t), t \geq 0\}$ è un moto browniano standard se:

- $W(0) = 0$;
- $\Delta W(t) = W(t + \Delta t) - W(t) \sim N(0, \Delta t) \quad \forall t \geq 0, \forall \Delta t > 0$;
- $W(t)$ è a incrementi indipendenti, cioè

$$\forall n > 1, \forall t_1 < t_2 < \dots < t_n$$

$W(t_1) - W(0), W(t_2) - W(t_1), \dots, W(t_n) - W(t_{n-1})$ sono v.a. stocasticamente indipendenti.

Quindi, per generare una traiettoria browniana standard sull'intervallo temporale $[0, T]$, bisogna suddividere l'intervallo in N sottointervalli di ampiezza piccola $h = T/N$ ottenendo gli N istanti temporali $t_k = kh, k = 1, \dots, N$.

Per simulare il processo $\{W(t), t \geq 0\}$ ai tempi t_k , si simulano N v.a. gaussiane standard standard indipendenti U_1, \dots, U_N e si pone

$$W(0)=0 \text{ e } W(t_k)=W(t_{k-1})+\sqrt{h}U_k, \quad \text{ovvero} \quad W(t_k)=\sqrt{h} \sum_{j=1}^k U_j, \quad k=0,1,\dots,N.$$

L'ultima rappresentazione è nota come l'approssimazione del moto browniano con una passeggiata aleatoria gaussiana, per simulare un moto browniano basta generare v.a. gaussiane. A questo punto, la simulazione di un moto browniano geometrico è immediata:

$$\begin{aligned} S(t_k) &= S(t_{k-1}) \exp\left(\left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)h + \sigma\sqrt{h}U_k\right) = \\ &= S(0) \exp\left(\left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)t_k + \sigma\sqrt{h} \sum_{j=1}^k U_j\right) \end{aligned}$$

Definita la simulazione per un moto browniano unidimensionale, si può generalizzare al caso multidimensionale considerando più processi in modo da adattarlo al nostro caso in cui abbiamo 42 asset class. Ogni asset class ha differenti parametri di drift e volatilità, stimati in base alle serie storiche degli indici associati, ovvero $\forall i, i=1,\dots,42$:

$$S^i(t_k) = S^i(t_{k-1}) \exp\left(\left(\mu_i - \frac{1}{2}\sigma_i^2\right)h + \sigma_i\sqrt{h}U_k^i\right)$$

dove

μ_i e σ_i sono rispettivamente il parametro di drift e volatilità dell'asset class i e $\mu_i = \mu + risk_premium_i$,

con μ intensità d'interesse risk free supposta costante nel tempo e $risk_premium_i$ premio per il rischio dell'asset class i .

Resta da notare che in un moto browniano multidimensionale gli incrementi U_k^i risultano indipendenti non solo per ogni valore di k considerato un sottostante, ma anche per ogni valore di i ovvero gli incrementi dei sottostanti sono indipendenti fra loro.

Per cogliere all'interno del modello la correlazione stimata tra le asset class si ricorre alla decomposizione di Cholesky, la quale consente di partire da incrementi indipendenti \underline{U}_k per ottenere poi degli incrementi $\underline{\Phi}_k$ che terranno conto della correlazione fra le varie asset class.

Stimata la matrice Σ di varianze e covarianze delle asset class, questa è una matrice quadrata simmetrica e sicuramente semidefinita positiva, allora si può scomporre nel seguente modo

$$\Sigma = MM'$$

Se Σ è definita positiva, la scomposizione di Cholesky trova la soluzione in una matrice M triangolare inferiore; a questo punto si possono ottenere gli incrementi correlati nell'istante t_k

$$\underline{\Phi}_k = M\underline{U}_k ,$$

infatti, utilizzando le proprietà delle matrici e applicando la speranza matematica si dimostra che

$$E[\underline{\Phi}_k \underline{\Phi}_k'] = E[M \underline{U}_k \underline{U}_k' M'] = M E[\underline{U}_k \underline{U}_k'] M' = M M' = \Sigma.$$

Alla luce delle considerazioni fatte per tener conto della correlazione, la formula utilizzata per far evolvere il sottostante dell'asset class i è

$$S^i(t_k) = S^i(t_{k-1}) \exp\left(\left(\mu_i - \frac{1}{2}\sigma_i^2\right)h + \sqrt{h}\Phi_k^i\right)$$

Per introdurre la prossima sezione si osserva che nell'esposizione fatta finora l'intensità di interesse risk free μ è considerata costante nel tempo, questa è un'ipotesi semplificatrice ma certamente non realistica.

Una prima soluzione è quella di assegnare delle quantità determinate dal mercato, una possibile scelta potrebbe essere quella di usare i tassi forward $f(0, t_{k-1}, t_k)$ per la proiezione nell'intervallo $[t_{k-1}, t_k]$.

Invece, la scelta adottata nel modello è di considerare un tasso risk free simulato la cui evoluzione stocastica si basa sul modello G2++.

6.3 Il modello G2++ per l'evoluzione del tasso d'interesse

In questa sezione si considera un modello di tasso d'interesse dove il processo del tasso a pronti istantaneo è dato dalla somma di due fattori gaussiani correlati e una funzione deterministica che è scelta in modo tale da adattarsi esattamente alla struttura di scadenza dei tassi d'interesse presente alla data di valutazione.

Innanzitutto, si ipotizza di essere in un mercato in cui si possa individuare una probabilità Q neutra al rischio tale per cui i prezzi dei zero-coupon bond scontati (e normalizzati col numerario associato a Q) siano delle martingale sotto Q , ciò implica l'assenza di opportunità di arbitraggio.

In questa situazione, supponendo che il numerario sia il money market account $B(t)$, il prezzo di uno zero-coupon bond $P(t,T)$ di valore facciale 1 e scadenza in T è

$$P(t,T) = E^Q \left(P(T,T) \frac{B(t)}{B(T)} \right) = E^Q \left\{ e^{-\int_t^T r_s ds} \middle| F_t \right\}$$

infatti

- $P(T,T) = 1$;
- $B(t)$ è un money market account, per cui

$$\begin{cases} B(0) = 1 \\ dB(t) = B(t)r(t)dt \end{cases}$$
- F_t denota che la valutazione è fatta in base all'informazione disponibile in t .

Se il mercato non è completo, cioè se non è vero che ogni payoff possa essere replicato tramite una strategia prevedibile nel tempo, allora esistono più misure martingale equivalenti Q a ciascuna delle quali corrisponde un determinato numerario.

Rimane il fatto che il prezzo di un qualsiasi strumento replicabile è unico ed è dato dal valore della sua strategia replicante o dal valore atteso dei suoi payoff attualizzati sotto una qualsiasi delle misure martingale equivalenti neutrali al rischio, tuttavia la scelta di una misura piuttosto che un'altra può facilitare il calcolo del valore atteso.

Fatta questa premessa, si assume che la dinamica del processo del tasso istantaneo a pronti sotto una misura Q sia dato da

$$r(t) = x(t) + y(t) + \varphi(t), \quad r(0) = r_0,$$

dove i processi $\{x(t), t \geq 0\}$ e $\{y(t), t \geq 0\}$ soddisfano

$$\begin{aligned} dx(t) &= -ax(t)dt + \sigma dW_1(t), & x(0) &= 0, \\ dy(t) &= -by(t)dt + \eta dW_2(t), & y(0) &= 0, \end{aligned}$$

e (W_1, W_2) è un moto browniano bidimensionale con correlazione istantanea ρ

$$dW_1(t)dW_2(t) = \rho dt,$$

dove r_0, a, b, σ, η sono costanti positive, $-1 \leq \rho \leq 1$. La funzione φ è deterministica e definita nell'intervallo scelto $[0, T]$ e $\varphi(0) = r_0$; integrando l'equazione principale si ottiene

$$\begin{aligned} r(t) &= x(s) e^{-a(t-s)} + y(s) e^{-b(t-s)} + \sigma \int_s^t e^{-a(t-u)} dW_1(u) + \eta \int_s^t e^{-b(t-u)} dW_2(u) + \varphi(t) = \\ &= \sigma \int_0^t e^{-a(t-u)} dW_1(u) + \eta \int_0^t e^{-b(t-u)} dW_2(u) + \varphi(t) \end{aligned}$$

con cui si può simulare l'evoluzione stocastica di $r(t)$ attraverso la generazione delle v.a. gaussiane tra loro correlate. Resta ancora da determinare $\varphi(t)$, si ricorda che tale funzione deterministica è scelta in modo tale che il modello si adatti alla struttura per scadenza dei fattori di sconto, ovvero che i prezzi dei zero-coupon bond $P(0, T)$ prodotti dal modello coincidano con quelli osservati nel mercato $P^M(0, T)$, quindi si vuole che

$$P^M(0, T) = E^Q \left\{ e^{-\int_0^T x(s) + y(s) + \varphi(s) ds} \middle| F_0 \right\}.$$

Dopo una serie di passaggi, che si possono trovare nell'Appendice III, si ottiene

$$\varphi(T) = f^M(0, T) + \frac{\sigma^2}{2a^2} (1 - e^{-aT})^2 + \frac{\eta^2}{2b^2} (1 - e^{-bT})^2 + \rho \frac{\sigma\eta}{ab} (1 - e^{-aT})(1 - e^{-bT})$$

dove

$f^M(0, T) = -\frac{\partial \ln P^M(0, T)}{\partial T}$ è la curva dei tassi forward istantanei, al tempo 0 per una scadenza T , ricavata dalla struttura a termine dei fattori di sconto $T \rightarrow P^M(0, T)$.

A questo punto, dati i parametri del modello si hanno tutte le formule necessarie per procedere con la simulazione Monte Carlo; la figura 6.1 mostra i risultati della simulazione partendo dalla curva Euro Swap al 31/12/2014, utilizzata come curva di mercato risk free.

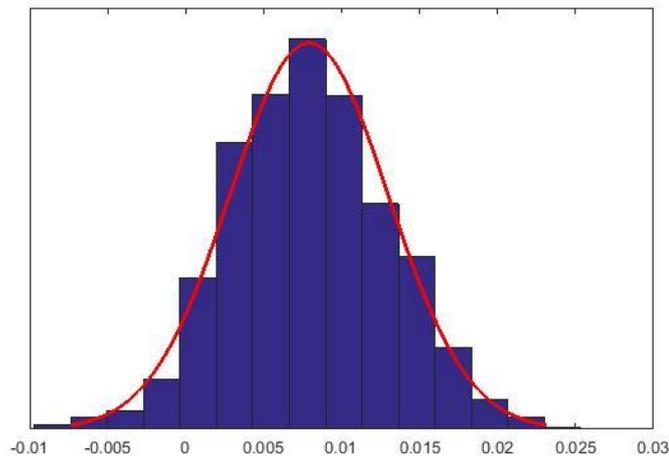


Figura 6.1 Distribuzione empirica su 1000 simulazioni del rendimento risk free a 3 anni annualizzato.

I parametri per il modello sono stati stimati sulla volatilità delle cap al 31/12/2014, la stima è stata ottenuta andando a minimizzare l'errore quadratico medio tra i prezzi delle cap implicati dal modello e i prezzi di mercato ottenuti con la formula di Black, questa stima equivale a minimizzare la differenza tra la volatilità data dal mercato e quella implicata dal modello.

Dalla figura 6.1 si osserva che questo modello ammette la generazione di tassi risk free negativi, sebbene questo risultato non è appropriato per un mercato ideale risulta d'altra parte rappresentativo di quella che è la situazione attuale nel mercato reale.

Esistono modelli che consentono di generare tassi solamente positivi, ma le domande da porsi per scegliere un modello piuttosto che un altro sono diverse, ad esempio:

- I tassi a pronti, forward e swap, i prezzi dei bond $P(t,T)$ o di opzioni quali cap, floor e swaption, sono esplicitamente stimabili dalle dinamiche del modello?
- La struttura della volatilità implicata dal modello riesce a cogliere la “humped-shape” che si osserva nel mercato?

- Il modello consente di stimare i parametri sulla base dei dati storici ed è adatto alle simulazioni Monte Carlo?

La scelta di utilizzare un modello a due fattori consente di descrivere meglio il mercato rispetto a quelli ad un fattore, ad esempio riesce a cogliere maggiormente il salto nella struttura delle *cap-volatilities* che si osserva nel mercato e introduce una non perfetta correlazione tra tassi che si riferiscono a scadenze diverse.

Nello specifico si vuole evidenziare alcune differenze fra il modello G2++ e il noto modello di Vasicek, infatti osservando le dinamiche che caratterizzano i processi $\{x(t), t \geq 0\}$ e $\{y(t), t \geq 0\}$ si può notare che il G2++ è la versione a due fattori del modello di Vasicek con l'aggiunta della funzione deterministica.

In entrambi i modelli, partendo dall'espressione di $P(t,T)$ si può ricavare l'intera curva dei tassi spot $T \rightarrow R(t,T)$ caratterizzata dall'evoluzione di $r(t)$; se nel modello di Vasicek si calcola la correlazione fra due di questi tassi riferiti a scadenze T diverse si ottiene sempre una correlazione perfetta pari a 1. Questo significa che uno shock trasmesso alla curva dei tassi d'interesse all'istante t si propaga alla stessa maniera fra tutte le scadenze e la curva si muove rigidamente nella stessa direzione; chiaramente è difficile accettare nella realtà questa perfetta correlazione, sebbene si può accettare per tassi riferiti a scadenze molto ravvicinate.

Invece, nel modello G2++ la correlazione non è identicamente uguale a uno, ma dipende dalla correlazione fra i due fattori x e y , che a sua volta dipende dalla correlazione istantanea ρ fra i due moti browniani che li caratterizzano.

Inoltre, l'inserimento del parametro ρ nel modello consente di cogliere il salto nella curva delle *cap volatilities* che si osserva nel mercato: il significato di questa affermazione viene completato nella prossima sezione con cui si chiarisce anche come sia equivalente, per la stima dei parametri, minimizzare l'errore quadratico medio tra le volatilità o tra i prezzi.

Si conclude notando che aumentando i fattori si può ottenere un modello che rappresenti sempre meglio il mercato, tuttavia ciò va a discapito della sua semplicità e trattabilità analitica.

6.3.1 La struttura delle volatilità nel mercato e nel modello

Nella precedente sezione è stato più volte ripetuto il concetto che è desiderabile avere un modello che consenta di cogliere il salto nella struttura delle volatilità che si osserva nel mercato. Si cerca di chiarire questo concetto partendo dal fatto che la struttura di cui si parla è quella delle *cap volatilities*, nella figura 6.2 se ne può vedere un esempio.

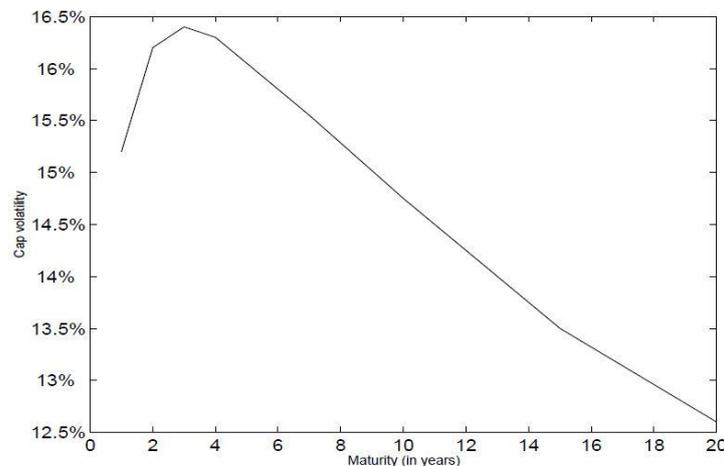


Figura 6.2 È la curva delle *Euro cap volatility at-the-money* al 13 febbraio 2001, sulle ascisse ci sono le scadenze delle cap. Si nota che, come ci si aspetta, il valore è più alto per scadenze vicine e decresce con l'aumentare della scadenza; il “salto” avviene tra i 2 e 3 anni di scadenza, un motivo potrebbe essere la maggior liquidità di questi cap dovuto a un maggior scambio e che quindi porta a una maggior volatilità implicita nei prezzi.

È pratica usuale nel mercato prezzare i derivati, quindi anche le cap, tramite la formula di Black e quotare, anziché i prezzi, la volatilità implicita che entra in tale formula.

La volatilità è una quantità fondamentale nel campo delle opzioni e la *cap volatility* non è nient'altro che la volatilità implicita che viene messa nella formula di Black per ottenere il corretto *cap price* di mercato. Naturalmente, come si ottengono le *cap volatilities* si possono ottenere anche le *caplet volatilities* le quali presentano anche un “salto” e, per il significato che le caplet hanno, possono essere definite con una via alternativa.

Un *interest rate caplet* con data di reset T , prevede che ad un'epoca $T+\tau$ il possessore riceva l'importo $\tau \max(L(T, T+\tau) - L_{\text{caplet}}, 0)$, rappresenta quindi un'opzione call sul tasso LIBOR $L(T, T+\tau)$ con strike il *cap rate* L_{caplet} .

All'istante T sarà $\tau \cdot L(T, T+\tau) = \tau \cdot F(T, T, T+\tau)$, con F che denota il tasso forward, quindi si può alternativamente definire la volatilità della caplet di scadenza T in questo modo

$$v_{T-\text{caplet}}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T (d \ln F(t, T, T + \tau)) (d \ln F(t, T, T + \tau)) = \frac{1}{T} \int_0^T \sigma(t, T, T + \tau)^2 dt$$

dove $\sigma(t, T, T + \tau)$ è la volatilità istantanea dei tassi forward $F(t, T, T+\tau)$ che soggiace alla caplet. Quest'ultima quantità viene modellata deterministicamente nel modello di Black, di conseguenza anche le *caplet volatilities* sono deterministiche.

Volendo determinare le volatilità di un dato modello di tassi, non si può semplicemente traslitterare la definizione usando le stesse quantità perché queste risultano stocastiche, di conseguenza la volatilità intrinseca del modello risulta stocastica e non deterministica.

Allora si definisce volatilità implicita del modello $v_{T-\text{caplet}}^{\text{MODEL}}$ quella che, inserita al posto della volatilità implicita nella formula di Black per una caplet, uguaglia il prezzo di mercato e il prezzo della stessa caplet implicato dal modello funzione dei parametri $(a, b, \sigma, \eta, \rho)$ per il modello G2++).

A questo punto si può comprendere con più chiarezza che, per la stima dei parametri, andare a minimizzare l'errore quadratico medio della differenza fra i due prezzi equivale a minimizzare quello della differenza tra le due volatilità, essendo la volatilità implicita del modello determinata in funzione dei parametri.

Si tratta ora l'ultimo punto, ovvero la capacità di un modello di cogliere il "salto" nella curva delle volatilità: è comunemente visto nella pratica che "salti" in questa curva sono possibili se la relativa curva della volatilità dei tassi forward istantanei implicata dal modello consente di avere "salti" anch'essa, questa relazione è intuibile dall'equazione scritta sopra che lega queste due quantità, in particolare:

1. Nessun salto nella curva $T \rightarrow \sqrt{\frac{\text{var}(df(t,T))}{dt}} = \sigma_f(t, T) \Rightarrow$ sono possibili solo piccoli salti nella curva $T \rightarrow v_{T-\text{caplet}}^{\text{MODEL}}$;
2. Salti nella curva $T \rightarrow \sigma_f(t, T) \Rightarrow$ sono possibili ampi salti nella curva $\rightarrow v_{T-\text{caplet}}^{\text{MODEL}}$.

Quindi, per vedere se un modello può cogliere o meno questo aspetto bisogna studiare il comportamento di $\sigma_f(t, T)$, in particolare nel modello G2++ si ricava la seguente formula

$$\sigma_f(t, T) = \sqrt{\sigma^2 e^{-2a(T-t)} + \eta^2 e^{-2b(T-t)} + 2\rho\sigma\eta e^{-(a+b)(T-t)}}$$

Si può immediatamente vedere che si può ottenere la forma desiderata se $\rho < 0$, altrimenti se $\rho > 0$ tutti i termini sotto radice sono decrescenti e quindi la curva risulta monotonamente decrescente consentendo solo piccoli salti nella curva delle *caplet volatilities*.

6.4 Distribuzione Beta ed estrazione di scenari

Sono state definite finora le ipotesi per la proiezione stocastica degli investimenti dei portafogli, si vuole ora trattare le ipotesi alla base della simulazione stocastica dei riscatti nel Portafoglio Unit.

Si parte innanzitutto con la scelta di un'adeguata distribuzione che riesca a cogliere l'aleatorietà di questa variabile nel portafoglio.

L'obiettivo è simulare il tasso di riscatto in ogni anno di proiezione: il tasso di riscatto fa riferimento al rapporto delle somme riscattate, ovvero riscatti parziali o totali, sul totale delle somme riscattabili supposto uguale al totale del Portafoglio Unit.

Si osserva che, nella proiezione FLAOR, questo tasso di riscatto sul totale del portafoglio è ottenuto considerando le somme riscattabili e i tassi di riscatto BE stimati su ciascun prodotto unit del portafoglio, per cui più corretto sarebbe supporre una distribuzione di parametri differenti per ciascuno dei prodotti.

Tuttavia, si ritiene ugualmente significativo ragionare a livello complessivo, anziché per prodotto, perché:

1. Il tasso di riscatto complessivo ad ogni anno di proiezione contiene in sé le informazioni sui riscatti di tutti i prodotti.
2. Si suppone che il New Business si ripartisce in maniera proporzionale alla composizione del portafoglio al 31/12/2014, per cui il tasso di riscatto complessivo può ancora considerarsi adeguato a riassumere le informazioni sui riscatti in proiezione dei singoli prodotti.

E' anche vero che un aumento nel tasso di riscatto complessivo non può dare informazioni su ciò che accade nei singoli prodotti, ma il livello di sintesi che offre è adeguato per l'analisi che si è deciso di eseguire.

I tassi di riscatto complessivi risultati dalla proiezione FLAOR, i quali si possono considerare come lo scenario deterministico, sono i seguenti:

FLAOR	2015	2016	2017
Tassi di riscatto	6.18%	6.42%	5.37%

Tabella 6.2 Ipotesi FLAOR per i riscatti. Il tasso di riscatto indicato è un dato sintetico ottenuto sul totale del Portafoglio Unit sulla base dei riscatti previsti nei singoli prodotti.

Per la simulazione dei riscatti nel primo anno di proiezione non si può procedere simulando per ogni polizza una bernoulliana di parametro 0.0618 e aggiungere il suo valore alle somme riscattate se il valore estratto è 1 perché:

1. Le polizze hanno valori differenti e quindi l'abbandono di una polizza di basso valore non ha lo stesso impatto di una con alto valore.
2. 6.18% è un tasso di riscatto mentre procedendo in questo modo assomiglia più a un tasso di abbandono (riscatto totale) e non è la logica con cui è stato calcolato tale valore sul totale delle unit.

Una possibile semplificazione che permette di ragionare in maniera simile e più adatta per l'ipotesi fatta è la seguente:

1. Si hanno N polizze nel portafoglio al 31/12/2014, si ipotizza che ciascuna ha un valore pari a $V = \frac{\text{Totale Unit}}{N}$;
2. Si simula una binomiale di parametri N e 0.0618;
3. Il numero simulato viene moltiplicato per il valore per polizza V dando così le somme riscattate nel primo anno di proiezione.

Procedendo in questo modo si ha N noto per il portafoglio all'inizio della proiezione, invece per il New Business nei vari anni si può supporre ad esempio che ad ogni anno di proiezione i il numero di nuove polizze in base al New Business è

$$N_i = \frac{\text{New Business}_i}{V}$$

Quindi si procede simulando ad ogni anno di proiezione i una binomiale di parametri \bar{N}_i e r_i , dove

r_i è il tasso di riscatto dell'anno di proiezione i ;

\bar{N}_i è il numero fittizio di polizze alla fine dell'anno i , pari a $\bar{N}_{i-1} + N_i$.

La strada che si è deciso di seguire ha portato invece alla scelta di una distribuzione continua e, visto che il supporto di tale distribuzione deve essere compreso tra 0 e 1, la scelta è ricaduta sulla distribuzione Beta.

La distribuzione Beta è una distribuzione di probabilità continua definita sul supporto $[0,1]$ dai parametri α e β reali positivi, la sua funzione densità è

$$f(x) = \frac{x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}}{B(\alpha,\beta)} \quad \text{con } B(\alpha,\beta) = \int_0^1 x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1} dx$$

$$E(X) = \frac{\alpha}{\alpha+\beta} \quad V(X) = \frac{\alpha\beta}{(\alpha+\beta)^2(\alpha+\beta+1)}$$

Al variare di α e β la forma cambia considerevolmente:

- se $\alpha > 1, \beta > 1$ è a forma di campana;
- se $\alpha < 1, \beta < 1$ è a forma di U;
- se $\alpha > 1, \beta \leq 1$ è monotona crescente, viceversa è monotona decrescente.

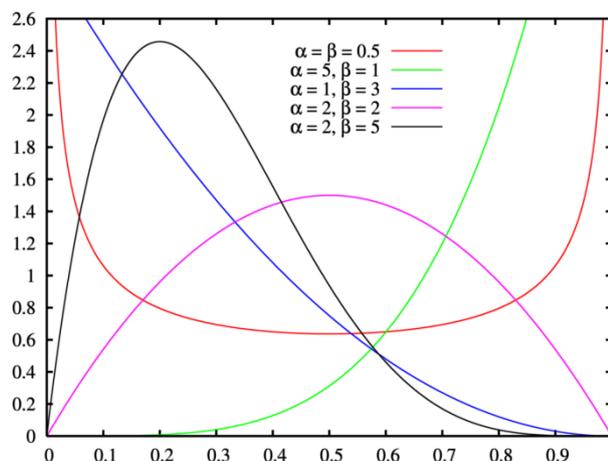


Figura 6.3 Distribuzione Beta con vari valori per i parametri α, β .

Può essere interpretata come la distribuzione dell' α -esimo valore di un vettore di $\alpha+\beta-1$ valori ordinati estratti da una uniforme $U(0,1)$, ma l'interpretazione che interessa per questo lavoro è quella data nella statistica bayesiana.

Nella statistica bayesiana la distribuzione Beta è la distribuzione a priori e a posteriori per il parametro ϑ di uno schema Beta-Bernoulli, in breve:

1. Si è incerti sul valore di $\vartheta \in \Theta = [0,1]$, per cui l'opinione iniziale è rappresentata dalla distribuzione a priori Beta $g(\vartheta)$;
2. Si può considerare un esperimento che estrae un campione di v.a. X_n che fornisce l'informazione $K = \{\sum_{j=1}^n x_j = s\}$,
 $X_n | \Theta = \vartheta$ iid e X_n processo scambiabile
 $\Pr(K|\vartheta) = \vartheta^s (1-\vartheta)^{n-s}$ è la distribuzione campionaria condizionata uguale alla Bernoulli, appartenente alla famiglia esponenziale lineare;
3. Per il teorema di Bayes la distribuzione a posteriori è

$$g(\vartheta|K) \propto l(\vartheta|K) g(\vartheta)$$

dove $l(\vartheta|K) = \vartheta^s (1-\vartheta)^{n-s}$ rappresenta la funzione di verosimiglianza per ϑ corrispondente all'incremento di informazione K , qui ϑ è l'argomento ed è quindi considerato non noto.

4. La distribuzione a posteriori è ancora una Beta ma con parametri diversi, questo accade in quanto l'opinione iniziale su ϑ è espressa mediante la distribuzione coniugata naturale per la verosimiglianza.
 Infatti, la Beta è esprimibile come la funzione di verosimiglianza normalizzata in modo tale che il suo integrale sullo spazio parametrico Θ dia 1, ciò si può vedere proprio dalla funzione di densità $f(x)$ in cui la costante di normalizzazione è $B(\alpha, \beta)$.

In pratica, la distribuzione Beta esprime l'opinione e l'incertezza che si ha sul parametro ϑ di una Bernoulli e questa valutazione può essere aggiornata attraverso un'informazione crescente.

Se si suppone di partire da una Beta(1,1), che è uguale a una distribuzione uniforme, e si osservano α successi e β insuccessi si otterrà una Beta($\alpha+1, \beta+1$): si può verificare che all'aumentare di $\alpha+\beta$ la varianza di tale distribuzione diminuisce, infatti intuitivamente l'informazione è sempre più alta quindi si è sempre più certi su quale sia il reale valore ϑ .

A questo punto, si può applicare questo ragionamento al caso in esame scegliendo α e β in modo tale che la distribuzione Beta del tasso di riscatto al primo anno abbia valore atteso pari a 0.0618 e varianza più o meno ampia a seconda dell'incertezza che si vuole dare alla valutazione.

La scelta di $\alpha+\beta$, che determina l'incertezza attorno al valor medio, può esser presa in modo soggettivo o, se si ha a disposizione dati storici consistenti su tali tassi di riscatto, in modo tale che la somma di valor medio e deviazione standard dia il massimo dei tassi di riscatto storici.

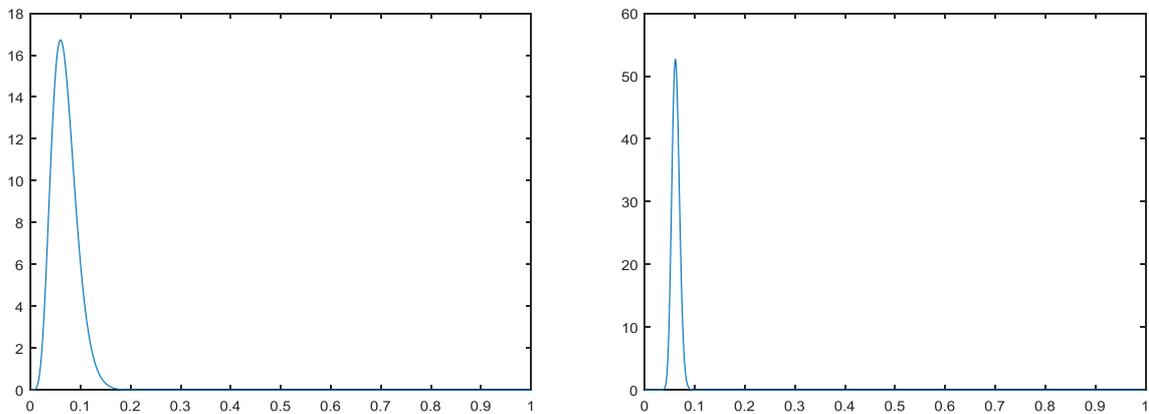


Figura 6.4 Distribuzioni Beta con differenti parametri: a sinistra $\alpha=6, \beta=94$; a destra $\alpha=62, \beta=938$.

Per la proiezione stocastica si è deciso di fare due tipi di simulazioni su questa variabile:

- I. considera solo gli *scarti accidentali*, è stata realizzata tramite la generazione di numeri casuali da una distribuzione Beta avente parametri differenti per ciascuno degli anni di proiezione;

II. considera anche gli *scarti sistematici*, è stata realizzata scegliendo tre scenari per i tassi di riscatto in proiezione ed assegnando una probabilità di estrazione a ciascuno di questi scenari. Ciascuna simulazione prevede prima l'estrazione dello scenario e poi la simulazione dello scenario estratto³².

Probabilità dello scenario	30%			50%			20%		
	2015	2016	2017	2015	2016	2017	2015	2016	2017
Media della distribuzione Beta estratta	5.18%	5.42%	4.37%	6.18%	6.42%	5.37%	10.18%	10.42%	9.37%

Tabella 6.3 Dati utilizzati per la simulazione II, per la simulazione I si è considerato solo lo scenario centrale.

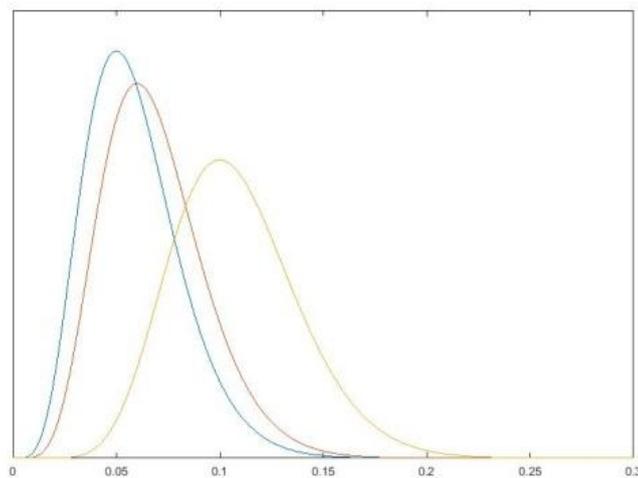


Figura 6.5 Distribuzioni Beta per il tasso di riscatto 2015 nei 3 scenari.

Dalla Figura 6.5 si può osservare che, in base agli scenari considerati, si ha probabilità nulla di estrarre un tasso di riscatto al primo anno pari al 40% come ipotizzato negli scenari di stress. Innanzitutto si sottolinea che la scelta degli scenari non è univoca, il modello è stato impostato in modo tale da lasciare libertà ai parametri da assegnare, in secondo luogo si potrebbe scegliere di inserire questo scenario deterministico di stress nelle simulazioni con la sua opportuna probabilità.

³² Il codice implementato in Matlab per queste simulazioni si trova nell'Appendice IV.

6.5 Risultati della proiezione stocastica

La proiezione stocastica del Portafoglio Unit e Shareholder è stata realizzata tramite l'implementazione di un codice su Matlab che consentisse, attraverso il metodo Monte Carlo, di simulare le variabili considerate sotto le ipotesi fatte per la loro evoluzione.

Si è fatta l'ipotesi di incorrelazione fra i riscatti parziali e l'evoluzione delle variabili finanziarie, per cui le simulazioni sono state condotte separatamente e i risultati applicati congiuntamente.

Si inizia con l'esporre la simulazione delle variabili finanziarie eseguita seguendo le ipotesi proposte nelle prime tre sezioni di questo capitolo, in particolare:

- gli OICR sono stati proiettati con la seguente formula, i cui parametri tengono conto della tipologia in cui sono stati classificati

$$S^i(t + \Delta t) = S^i(t) \exp\left(\left(r_t + risk_premium_i - \frac{1}{2}\sigma_i^2\right)\Delta t + \sqrt{\Delta t}\Phi_t^i\right)$$

per il significato dei simboli si rimanda alle sezioni sopracitate, si precisa solo che $\Delta t = \frac{1}{252}$ anni, ovvero la proiezione è giornaliera (*business days*) essendo annualizzate tutte le quantità finanziarie considerate;

- gli investimenti diretti in azioni sono stati proiettati con la precedente formula riferita all'opportuna asset class, analoga formula è stata utilizzata per le obbligazioni dirette investite nei fondi unit utilizzando *il tasso interno di rendimento alla data di valutazione* al posto di r_t ;
- gli investimenti diretti in obbligazioni del portafoglio Shareholder seguono una logica diversa per consentire il raggiungimento graduale del valore nominale evitando ampi salti a scadenza: è stato calcolato il tasso interno di rendimento alla data di valutazione e il valore in proiezione dell'obbligazione è stato determinato tramite la legge esponenziale.

Per le obbligazioni del portafoglio Shareholder è stata fatta l'ipotesi aggiuntiva, così come nella proiezione FLAOR, di reinvestire le cedole e i nominali scaduti al tasso risk free simulato;

- il cash e conti correnti sono stati proiettati col tasso risk free, una scelta alternativa e usata nella pratica è quella di lasciarli costanti nel tempo.

Nelle figure seguenti si può apprezzare l'aleatorietà colta attraverso 1000 simulazioni e come dalle traiettorie si può ricavare la distribuzione empirica di un Portafoglio.

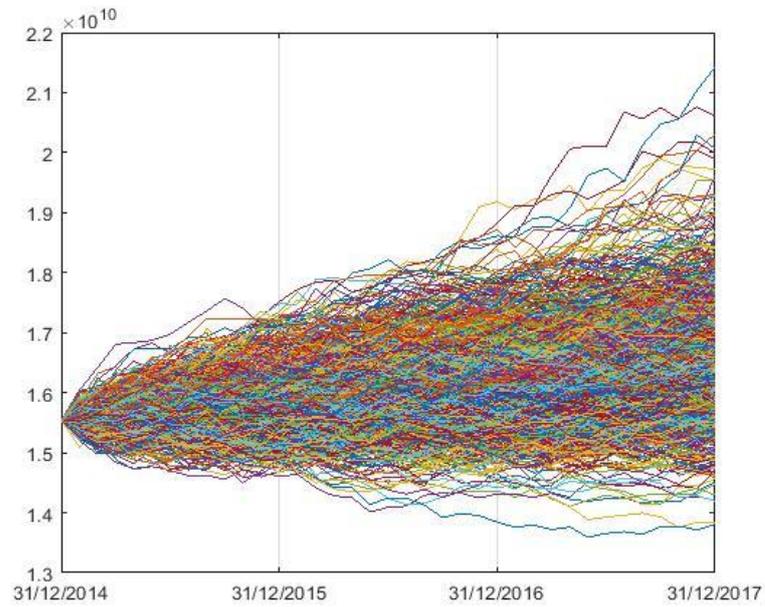


Figura 6.6 Portafoglio Unit: traiettorie delle simulazioni degli investimenti.

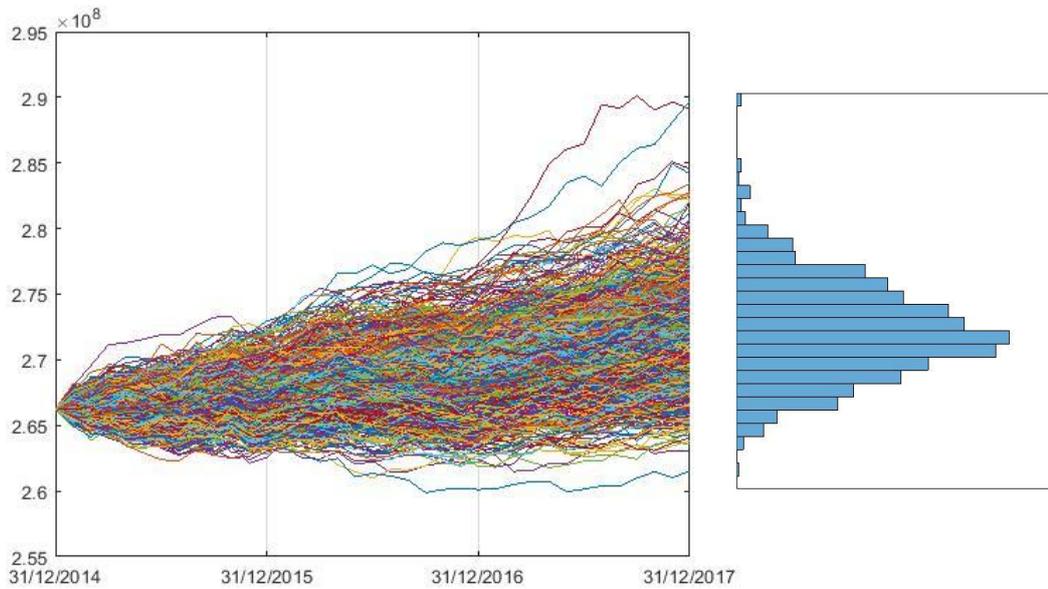


Figura 6.7 Portafoglio SHR: traiettorie simulate, senza considerare gli Expected Cash Flow, e distribuzione empirica relativa all'ultimo anno di proiezione.

Per fare un confronto sintetico tra proiezione FLAOR e mediane delle simulazioni, si considerano anche le ipotesi FLAOR sul New Business e i riscatti per il Portafoglio Unit. Si aggiungono poi gli Expected Cash Flow nello SHR sulla base del valore del Portafoglio Unit proiettato, si ricorda che le ipotesi finanziarie fatte per ottenere lo scenario FLAOR non sono le stesse utilizzate in questo modello.

	2015	2016	2017
New Business	5.5 miliardi	5.8 miliardi	6.0 miliardi
Tasso di riscatto	6.18%	6.42%	5.37%

Tabella 6.4 Ipotesi FLAOR per New Business e riscatti.

	2015		2016		2017	
	FLAOR	Mediana simulazione	FLAOR	Mediana simulazione	FLAOR	Mediana simulazione
Investimenti unit PH	19,502	19,938	23,337	24,358	27,299	29,090
SHR	317	319	378	381	448	458

Tabella 6.5 Confronto tra proiezione FLAOR e stocastica usando le stesse ipotesi su New Business e riscatti (gli importi dei due Portafogli sono in milioni di euro).

Si nota che la differenza sul Portafoglio SHR è minima anche se aumenta sensibilmente nel 2017, ma questo è da imputare ai maggiori Expected Cash Flow della proiezione stocastica dovuti alla sensibile differenza che invece c'è tra il valore dei Portafogli Unit.

Le TP sono state proiettate con la stessa logica del FLAOR, cioè riproporzionando il loro valore rispetto al valore del Portafoglio Unit in proiezione; le voci “altri attivi” e “altre passività” sono supposte proiettate come nel FLAOR in tutte le simulazioni.

La tabella 6.6 riporta la mediana delle simulazioni per il Bilancio in proiezione, può essere confrontata con la tabella 4.3 della sezione 4.3. Nell'ultima riga è riportato un dato immediato di confronto ovvero la differenza fra gli Own Funds della proiezione stocastica e quelli della proiezione FLAOR, questa aumenta nel 2016 per poi diminuire nell'anno successivo rimostrando l'andamento descritto in precedenza.

Infatti, nel 2016 il valore UL PH superiore del 4.37% rispetto al FLAOR comporta anche una TP superiore del 4.53% ed è in questo che si spiega l'ulteriore aumento nella differenza fra gli Own Funds, invece questa si riduce nel 2017 in quanto si recuperano attivi tramite i maggiori Expected Cash Flow.

<i>Importi in €/mln</i>	2014	2015 mediana	2016 mediana	2017 mediana
Investimenti (attivi non legati ai fondi UL PH)	266	319	381	458
Attivi tenuti per i fondi UL PH	15,542	19,938	24,358	29,090
Altri attivi	239	278	320	363
Totale attivi	16,048	20,535	25,059	29,912
Technical provisions - Fondi UL	(15,273)	(19,593)	(23,936)	(28,586)
Altre passività	(175)	(200)	(239)	(286)
Totale passivi	(15,448)	(19,793)	(24,175)	(28,873)
Own Funds	600	742	884	1,039
<i>Differenza rispetto al FLAOR</i>	-	(8)	(16)	(11)

Tabella 6.6 Proiezione del Bilancio Aziendale tramite la mediana delle simulazioni sulle variabili finanziarie.

La proiezione è stata successivamente integrata con le simulazioni effettuate sui riscatti secondo la metodologia e le ipotesi esposte nella sezione 6.4, per cogliere come la variabilità degli Own Funds cambia nei diversi approcci del modello si propongono i seguenti dati.

<i>€/mln</i>	2015			2016			2017		
Mediana	742	739	739	884	880	879	1,039	1,032	1,029
Dev. Std	13.2	15.4	16.6	20.3	23.5	27.1	28.5	32.7	38.7
99.5% Perc.	713	702	695	838	824	810	974	956	932
Pr($X < P_{0.05}^*$)	0.05%	2.7%	6.0%	0.05%	2.9%	6.9%	0.05%	2.5%	8.8%

Tabella 6.7 Alcune statistiche descrittive relative agli Own Funds di ciascun anno nella proiezione stocastica. In ogni anno le tre colonne rappresentano i diversi approcci considerati per i riscatti: scenario deterministico, scarti accidentali, scarti accidentali e scarti sistematici.

Nell'ultima riga $P_{0.05}^*$ è il 0.05-esimo percentile dello scenario deterministico per i riscatti di ciascun anno.

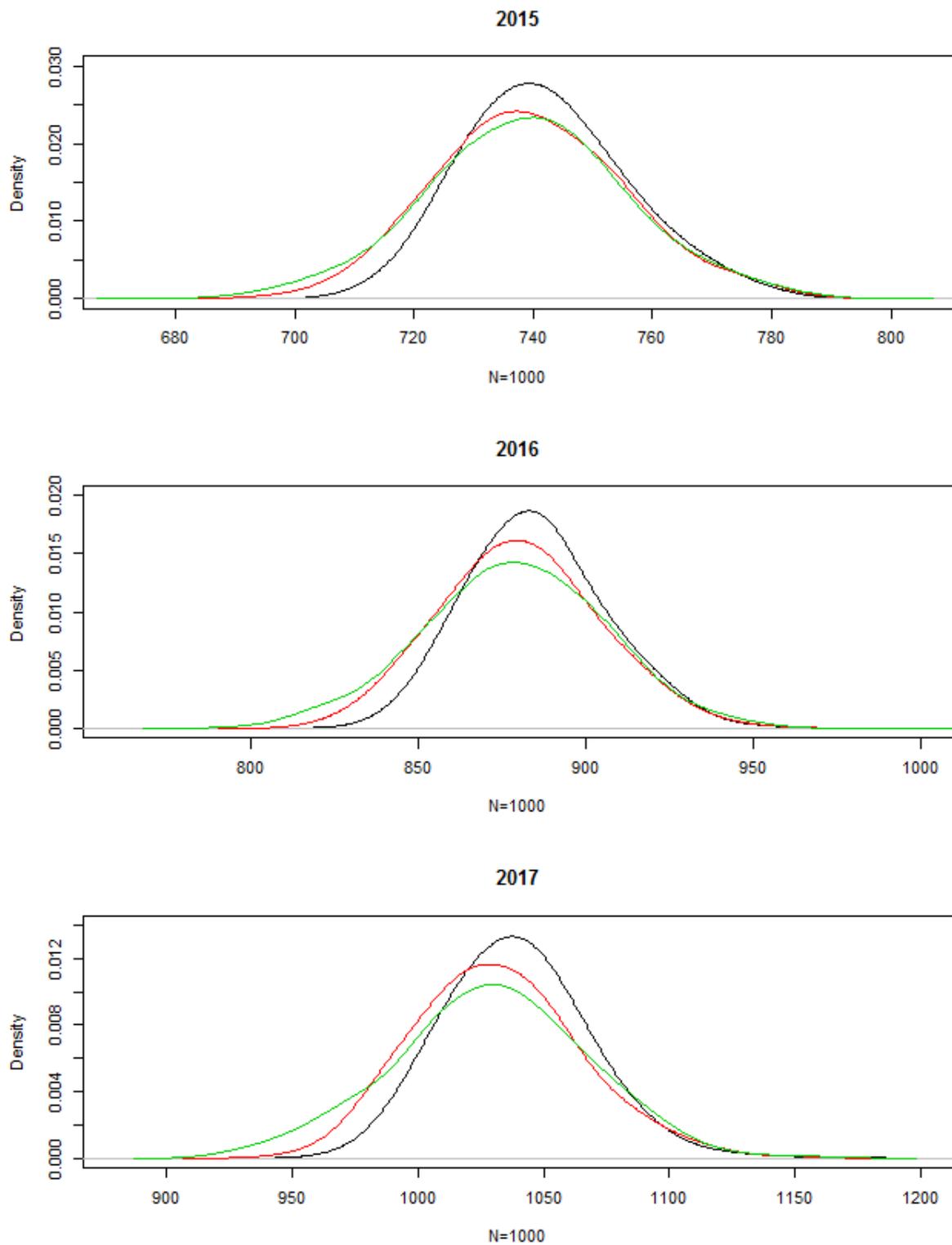


Figura 6.8 Distribuzione degli Own Funds nei tre approcci considerati: deterministico (nero), solo scarti accidentali (rosso), scarti accidentali e sistematici (verde).

Se si considerasse la distribuzione del *DeltaOF*, cioè della differenza negli Own Funds tra un anno e il precedente, questa mostrerebbe valori ampiamente positivi; lo si può notare anche dal valore dei percentili degli Own Funds.

Infatti, per il tipo di business della Compagnia che non offre garanzie finanziarie, un risultato negativo potrebbe comparire solo in ipotesi molto drastiche. Per vedere una sensibile diminuzione si ipotizza New Business a 0, ovvero la Compagnia può far conto solo del suo portafoglio alla data di valutazione in run-off.

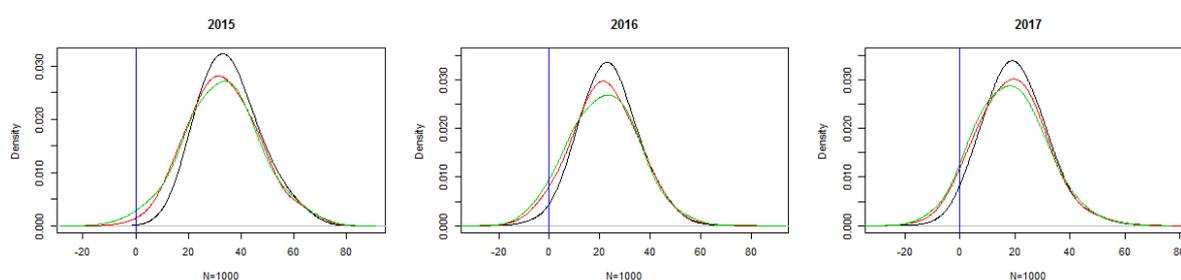


Figura 6.9 Distribuzione del DeltaOF nei tre approcci considerati, con l'ipotesi di New Business a 0.

<i>€/mln</i>	2015			2016			2017		
Mediana	34,6	32,9	33,0	23,2	21,8	21,7	19,6	18,9	17,9
Dev. Std	11,5	13,4	14,4	11,2	12,8	13,7	11,1	12,5	12,8
Pr($X < 0$)	0.0%	0.3%	1.3%	1.5%	4.4%	6.3%	2.2%	6.2%	6.7%
E($X X < 0$)	-	(4.0)	(4.5)	(4.4)	(4.6)	(4.7)	(4.0)	(4.5)	(5.2)

Tabella 6.8 Alcune statistiche per i DeltaOF per ciascuno dei diversi approcci. L'ultima riga è una stima della perdita attesa condizionatamente al fatto che ci sia.

Si osserva che, nonostante la forte ipotesi di interrompere il business della Compagnia, nella simulazione mediana c'è ancora un utile se pur fortemente ridimensionato rispetto a prima.

I dati dell'ultima riga fanno riferimento al DeltaOF atteso condizionatamente al fatto che sia negativo, non si può comunque considerare come capitale da mettere da parte ai fini di solvibilità, infatti, il *solvency ratio* rimane quasi del tutto intatto rispetto allo scenario base.

Un risultato del genere è plausibile poiché, vendendo prodotti *asset-driven*, anche un forte andamento negativo degli investimenti viene compensato dalle passività che si muovono nella stessa direzione.

Tuttavia, questi risultati danno informazioni sulla redditività della Compagnia e quindi risultano molto utili a fini informativi ad esempio per l'obiettivo di raggiungimento di un risultato minimo.

Si conclude questo capitolo notando che le stesse analisi possono essere fatte introducendo nella distribuzione scenari stressati che dal modello non vengono colti.

Ad esempio, volendo inserire l'ipotesi di un mass lapse al 40%, per ottenere la distribuzione finale $f(x)$ occorre inserire con l'opportuna probabilità la distribuzione degli investimenti sotto questa ipotesi, ovvero:

$$f(x) = \varepsilon f_1(x) + (1-\varepsilon) f_2(x)$$

dove ε è la probabilità che si verifichi il mass lapse e, $f_1(x)$ e $f_2(x)$ sono le funzioni di densità delle distribuzioni degli investimenti supponendo rispettivamente che il mass lapse ci sia o meno. La figura 6.10 mostra come la distribuzione finale, da cui si può partire per le varie valutazioni, sia leggermente traslata e abbia una coda sinistra più lunga.

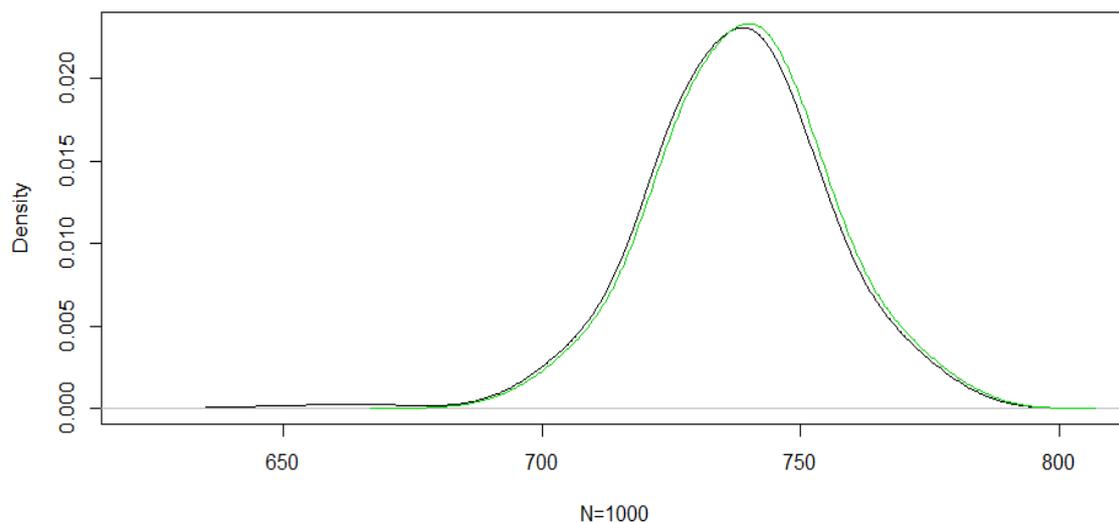


Figura 6.10 In verde la distribuzione considerata finora per il 2015 nell'approccio con scarti accidentali e sistematici, in nero la distribuzione finale ottenuta inserendo lo scenario del mass lapse al 40% con $\varepsilon=0.005$.

Conclusioni

L'obiettivo di questo elaborato è stato quello di porre l'attenzione su una delle principali sfide che propone il progetto Solvency II entrato a pieno regime il primo gennaio 2016.

Ci si è focalizzati, infatti, sul processo ORSA che dà ampia autonomia alle imprese sulla scelta dei metodi da utilizzare per valutare i propri fabbisogni di solvibilità in un'ottica prospettica.

La trattazione del tema è ricaduta dapprima su una metodologia esauriente per una valutazione di questo genere, evidenziando come è stata costruita basandosi su una conoscenza approfondita dei rischi e del business della Compagnia attraverso tecniche che trovano la loro forza nell'esperienza storica e nell'elevata conoscenza del mercato attuale.

Sono stati offerti alcuni spunti su come, nella pratica, vengano poi utilizzate le informazioni che si ricavano da queste analisi e nell'ultimo capitolo si è cercato di arricchire le informazioni disponibili.

L'ultimo capitolo sulla proiezione stocastica rappresenta la parte più sperimentale di questo elaborato, creata con l'obiettivo di costruire un modello versatile che possa fornire suggerimenti su quali ulteriori analisi possano esser poi effettuate tornando nell'ottica deterministica, che è l'ottica principale adottata da Solvency II.

Il modello presentato non è rigido, infatti può essere modificato attraverso l'utilizzo di diverse ipotesi o comunque di diversi parametri da attribuire, ma vuole essere una possibile impostazione logica sulla cui guida si eseguino analisi più approfondite.

Il modello è oltretutto migliorabile e alcuni spunti sono già stati evidenziati come, ad esempio, considerare delle distribuzioni per riscatto differenti per ciascuna linea di prodotto; un'altra accortezza sarebbe quella di inserire l'aleatorietà di qualche altra variabile, purchè questa risulti influente e non vada a complicare inutilmente il calcolo.

Si potrebbero poi aggiungere delle *risk management actions*, come la distribuzione di dividendi o il versamento di capitale aggiuntivo, sotto la condizione che durante la simulazione si raggiungano certi risultati, positivi o negativi.

Un aspetto sicuramente interessante, anche se dispendioso dal punto di vista implementativo e incerto per via del volume dei dati storici da considerare, sarebbe tener conto della correlazione: non solo della correlazione tra variabili totalmente differenti come i riscatti e l'andamento degli investimenti, ma anche all'interno di esse ad esempio riscatti legati all'età dell'assicurato, oppure correlazione tra il tasso risk free e il premio per il rischio.

Naturalmente, inserendo la correlazione ed altre variabili, il modello risulterà sempre più preciso nel rappresentare la situazione reale, tuttavia nella scelta bisognerà valutare il trade off con la chiarezza e la parsimonia necessaria in un modello per identificare poi le cause dei diversi risultati oggetto di analisi.

Appendice I: Comandi usati in R e alcuni grafici per le ipotesi BE sulla mortalità

#caricare il Dataset dei clienti e le tavole di mortalità ISTAT

```
MA_data <- read.table("mortality_dataset.txt", sep = ";", header = F)
colnames(MA_data) <- c("CustNum", "Gender", "AgeStart", "ExpTime", "PolValue", "FlagDeath")
head(MA_data)
```

Life table - males and females- 1992 ISTAT

```
SIM1992 <- read.csv("percorso file")
SIF1992 <- read.csv("percorso file")
```

caricare le librerie

```
install.packages("plyr")
install.packages("MASS")
library(plyr)
library(MASS)
library(lmtest)
```

togliere gli outliers

creare un boxplot del Log10 di PolValue

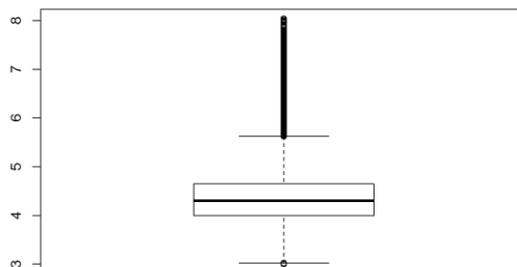
```
boxplot(log10(as.numeric(na.omit(MA_data$PolValue))))
```

calcolare l'outlier up e down del boxplot

```
outlier_up <- round(10^(quantile(log10(as.numeric(na.omit(MA_data$PolValue))), probs=0.25)
-(quantile(log10(as.numeric(na.omit(MA_data$PolValue))), probs=0.75)
-quantile(log10(as.numeric(na.omit(MA_data$PolValue))), probs=0.25))*1.5), digits=0)
```

```
outlier_down <- round(10^(quantile(log10(as.numeric(na.omit(MA_data$PolValue))), probs=0.75)
+(quantile(log10(as.numeric(na.omit(MA_data$PolValue))), probs=0.75)
-quantile(log10(as.numeric(na.omit(MA_data$PolValue))), probs=0.25))*1.5), digits=0)
```

```
print(outlier_up)
print(outlier_down)
```



rimuovere dal dataframe le polizze con valore fuori dai limiti trovati

```
x1<-MA_data[MA_data$PolValue<424475,]
```

```
x1<-x1[x1$PolValue>1056,]
```

considerare gli istogrammi per età di tutte le polizze e di quelle in cui è avvenuta la morte per avere dati consistenti su cui fare l'analisi

#Istogramma per età - All database

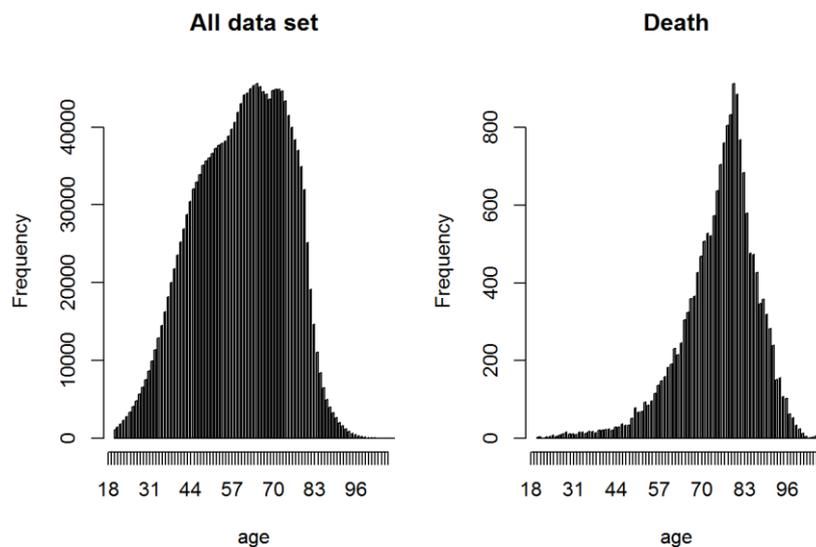
```
par(mfrow=c(1,2),mar=c(5,5,4,0))
```

```
with(x1,hist(AgeStart,xaxp=c(18,106,88),main="All data set",col="darkgray",breaks=135))
```

Istogramma per età - Death only

```
with(x1[x1$FlagDeath==1,],hist(AgeStart,xaxp=c(18,106,88),main="Death",col="darkgray",breaks=135))
```

```
par(mfrow=c(1,1))
```



si nota che sulla coda sinistra non ci sono molte claims, quindi si sceglie di togliere il 2% dei dati, col codice seguente si fa uno zoom sulla parte sinistra della distribuzione

```
quantile(na.omit(x1$AgeStart),probs=0.02) #risulta 30 anni
```

```
par(mfrow=c(1,2),mar=c(5,5,4,0))
```

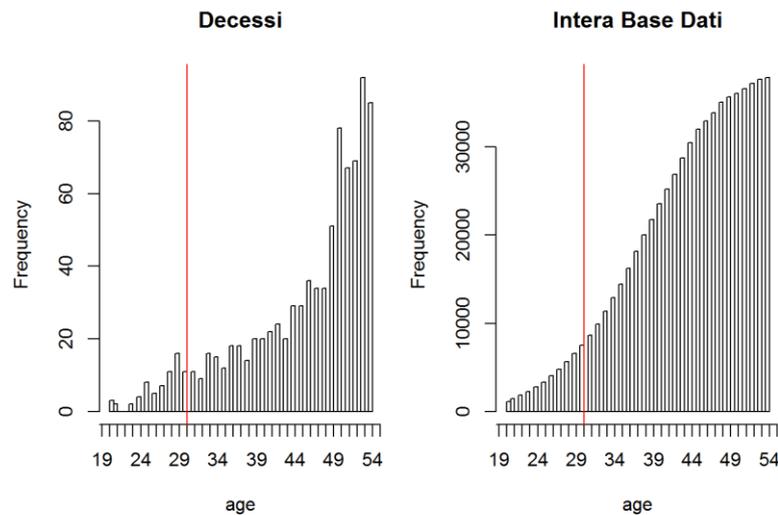
```
with(x1[(x1$FlagDeath==1)&(x1$AgeStart<55),],hist(AgeStart,xaxp=c(18,55,37),main="Decessi",breaks=88))
```

```
abline(v=30,col="red")
```

```
with(x1[x1$AgeStart<55,],hist(AgeStart,xaxp=c(18,55,37),main="Intera Base Dati",breaks=88))
```

```
abline(v=30,col="red")
```

```
par(mfrow=c(1,1))
```



#con il codice seguente si fa uno zoom sulla parte destra in quanto dal grafico si osserva che dopo gli 85 anni non sembrano esserci molti dati

#comunque dopo gli 85 anni i claims sono in numero maggiore per cui non si può togliere tutta la coda, quindi si tengono le età sotto i 100 anni

```
par(mfrow=c(1,2),mar=c(5,5,4,0))
with(x1[(x1$FlagDeath==1)&(x1$AgeStart>75)],hist(AgeStart,xaxp=c(75,106,31),main="Decessi",
breaks=88))
abline(v=100,col="red")
with(x1[x1$AgeStart>75,],hist(AgeStart,xaxp=c(75,106,31),main=" Intera Base Dati ",breaks=88))
abline(v=100,col="red")
par(mfrow=c(1,1))
```

vengono rimossi i dati e si ottiene il dataset x2

```
x2 <- x1
x2<-x1[x1$AgeStart>29,]
x2<-x2[x2$AgeStart<100,]
```

si costruisce il dataset x3 aggregando a x2 i dati sulla mortalità delle tavole ISTAT

```
x3<-rbind(join(x2[x2$Gender=="M",],SIM1992,by="AgeStart",type="left"),
join(x2[x2$Gender=="F",],SIF1992,by="AgeStart",type="left"))
x3<-x3[,c(2,3,4,5,6,9)]
```

si creano le variabili per il modello di regressione

```
x3$qx <- x3$X1000qx
x3$qx <- x3$qx/1000 # mortalità attesa secondo le tavole ISTAT
x3$Claims<-x3$FlagDeath
x3$Vclaims<-x3$FlagDeath*x3$PolValue #valore della polizza se è avvenuta la morte
x3$ExpC<-x3$qx*x3$ExpTime
x3$ExpV<-x3$qx*x3$PolValue*x3$ExpTime #valore atteso della polizza secondo le tavole ISTAT
x3<-x3[,c(1,2,7,8,9)]
```

```
# si creano i valori attesi e reali aggregati per età e sesso (x3 avrà (età)70*2(sesso)=140 dati)
x3<-ddply(x3,.(AgeStart,Gender),summarize,Vclaims=sum(Vclaims),ExpV=sum(ExpV))
x3<-x3[[-141,]
```

```
x3$group10<-as.integer(x3$AgeStart/10,0) #si considera questa variabile che tiene conto di
raggruppamenti per tranches di 10 anni
plot(x3)
cor(x3)
```

```
# Modelli lineari, ne considero 3
#a) ha AgeGroup e Gender come variabili indipendenti
#b) ha AgeGroup come variabile indipendente
#c) ha Gender come variabile indipendente
```

```
# modello a)
mod1a<-lm(Vclaims~ExpV:Gender+ExpV:factor(group10)+0,data=x3)
summary(mod1a)
AIC(mod1a)
shapiro.test(residuals(mod1a))
par(mfrow=c(1,2),mar=c(5,5,4,0))
plot(mod1a, which=1)
plot(mod1a, which=2)
par(mfrow=c(1,1))
```

```
# modello b)
mod1b<-lm(Vclaims~ExpV:factor(group10)+0,data=x3)
summary(mod1b)
AIC(mod1b)
shapiro.test(residuals(mod1b))
par(mfrow=c(1,2),mar=c(5,5,4,0))
plot(mod1b, which=1)
plot(mod1b, which=2)
par(mfrow=c(1,1))
```

```
# modello c)
mod1c<-lm(Vclaims~ExpV:Gender+0,data=x3)
summary(mod1c)
AIC(mod1c)
shapiro.test(residuals(mod1c))
par(mfrow=c(1,2),mar=c(5,5,4,0))
plot(mod1c, which=1)
plot(mod1c, which=2)
par(mfrow=c(1,1))
```

```
# nel modello a) nessuna delle variabili risulta significativa, confrontando modello b) con c)
attraverso AIC test e l'R quadro, si sceglie il modello con la sola variabile AgeGroup
```

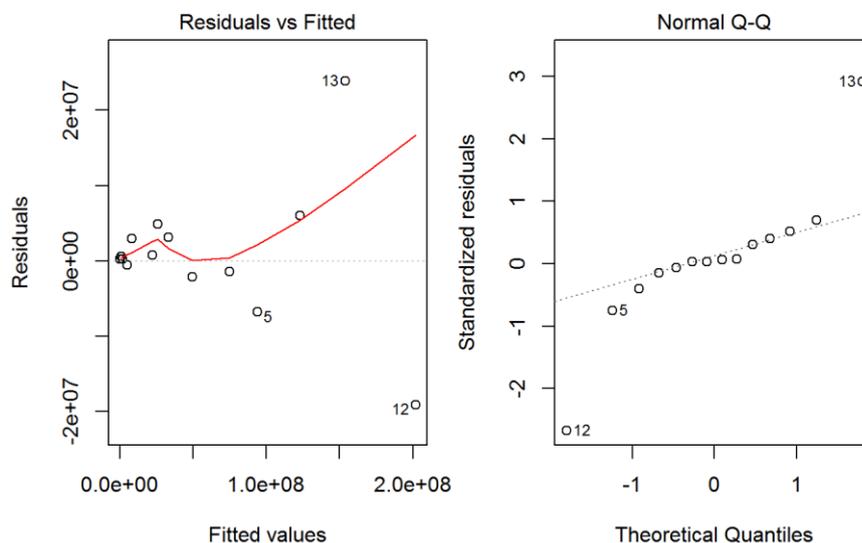
#si nota che nel modello b) le stime sono molto simili per i primi 6 gruppi di età, quindi consideriamo il dataframe raggruppando per età maggiori e minori di 90 anni (variabile group_0_1)

si crea la nuova variabile group_0_1

```
x3a<-ddply(x3,.(Gender,group10),summarize,Vclaims=sum(Vclaims),ExpV=sum(ExpV))
x4<-x3a[x3a$group10<9,]
x4$group_0_1 <- 0
x5<-x3a[x3a$group10>8,]
x5$group_0_1 <- 1
x5<-rbind(x4,x5)
plot(x5)
```

#stima del modello finale

```
mod2<-lm(Vclaims~ExpV:factor(group)+0,data=x5)
summary(mod2)
AIC(mod2)
shapiro.test(residuals(mod2))
par(mfrow=c(1,2),mar=c(5,5,4,0))
plot(mod2, which=1)
plot(mod2, which=2)
par(mfrow=c(1,1))
```



intervallo di confidenza al 75%

```
confint(mod2,level=0.75)
##                12.5 %           87.5 %
## ExpV:factor(group)0 0.65584      0.702233
## ExpV:factor(group)1 0.60682      0.940222
```

Appendice II: Codice in Matlab per il metodo Filtered Historical Simulation

```
function [MCnFact]=FHS
```

Importo dei dati

```
[price,m2_text,~]=xlsread('percorso del file');
prices=price(:,1);%si prende il primo indice dei prezzi
T=length(prices);
logreturns=zeros(T-1,1);
for t=1:T-1
logreturns(t)=log(prices(t+1)/prices(t));%sono i log-rendimenti dato che
logP(t)=logP(t-1)+r(t)
end
```

Stima modello ARMA-GARCH

```
Spec=garchset('C',1,'R',1,'M',1,'K',1,'P',1,'Q',1); %ARMA-GARCH
[Coeff,Errors,LLF,Innovations,Sigmas,Summary] = garchfit(Spec,logreturns);
%Summary fornisce informazioni sul processo di ottimizzazione

C = garchget(Coeff, 'C');
R = garchget(Coeff, 'AR');
M = garchget(Coeff, 'MA');
K = garchget(Coeff, 'K');
P = garchget(Coeff, 'GARCH');
Q = garchget(Coeff, 'ARCH');

Sigma=Sigmas; %vettore delle volatilita condizionali
Innovation=Innovations; %vettore delle innovazioni del modello
```

Stima dei logreturns attesi col modello ARMA

```
rt=zeros(T-1);
for s=2:T-1
rt(s)=C+R*logreturns(s-1)+M*Innovation(s-1);
end
%si ottiene la media del modello nella serie storica e le innovazioni
standardizzate

mu=logreturns-Innovation;
stdResid=(Innovation-mean(Innovation))./Sigma;

% Standardizzazione della serie storica con un ulteriore aggiustamento
% sottraendo media campionaria e dividendo per volatilità campionaria
meanstdResid = mean(stdResid); %dovrebbe già essere 0
stDevstdResid = sqrt(var(stdResid)); %dovrebbe già essere 1
stdResid      = (stdResid - meanstdResid)./stDevstdResid;
```

Test di non correlazione

```
ACF= f_ljungbox(logreturns, 0.95);
ACF= f_ljungbox(stdResid, 0.95); %test per vedere se i residui standardizzati
sono non correlati
ACF2=f_ljungbox(stdResid.^2, 0.95);
```

Si prendono i residui standardizzati e si applica il filtered bootstrap

```
% MC x nFact pseudo rendimenti H-periodali (filtered bootstrap)
MCnFact=[];
T=size(Innovation,1);
H=252; MC=150000; %n di giorni e n di simulazioni
random_matrix=rand(H,MC); % MATRICE PER SELEZIONE NEL BOOTSTRAP, IDENTICA PER
TUTTI I FATTORI
A=round((T-1)*random_matrix+ones(size(random_matrix))); % matrice H x MC per
estrazione
Z=stdResid(A'); % matrice MC x H
% F I L T E R I N G delle innovazioni

hpredfb=ones(MC,1)*(K+Q*Innovation(T)^2+P*Sigma(T)^2); %1 STEP AHEAD FORECAST
Z(:,1)=Z(:,1)*sqrt(hpredfb(1,1));
for i=2:H
hpred=(K+Q*Z(:,i-1).^2+P*hpredfb(:,i-1));
hpredfb=horzcat(hpredfb,hpred);
Z(:,i)=Z(:,i).*sqrt(hpredfb(:,i));
end
rendfiltrati=cumsum(Z,2); MCnFact=horzcat(MCnFact,rendfiltrati(:,H)); %
aggregazione rendimenti e si storicizza in MCnFact
VaR=prctile(MCnFact,0.5,1); % calcolo del VaR delle innovazioni h-periodali di
ciascun fattore di rischio
```

Filtering tenendo conto anche della media dei rendimenti

```
randreturns=zeros(MC,H);
randreturns(:,1)=C+R*logreturns(T)+M*Innovation(T);

for i=2:H
randreturns(:,i)=C+R*randreturns(:,i-1)+M*Z(:,i-1)+Z(:,i);
end
MCnFact2=[];
rendMUFiltrati=cumsum(randreturns,2);
MCnFact2=horzcat(MCnFact2,rendMUFiltrati(:,H)); % aggregazione rendimenti e si
storicizza in MCnFact
VaR2=prctile(MCnFact2,0.5,1); % calcolo del VaR dei rendimenti h-
periodali(compresa la componente ARMA) di ciascun fattore di rischio
end
```

Appendice III: Pricing di uno zero-coupon bond nel modello G2++

Si indica con $P(t,T)$ il prezzo al tempo t di uno zero-coupon bond con scadenza T e valore facciale unitario, quindi

$$P(t,T) = E^Q \left\{ e^{-\int_t^T r_s ds} \middle| F_t \right\}$$

dove E^Q denota il valore atteso sotto la misura martingala Q , per esplicitarlo c'è bisogno dei seguenti lemma e teorema.

Lemma. Per ogni t, T la variabile casuale

$$I(t,T) = \int_t^T [x(u) + y(u)] du$$

condizionata all'informazione F_t è normalmente distribuita con media $M(t,T)$ e varianza $V(t,T)$, rispettivamente date da

$$M(t,T) = \frac{1-e^{-a(T-t)}}{a} x(t) + \frac{1-e^{-b(T-t)}}{b} y(t),$$

$$\begin{aligned} V(t,T) = & \frac{\sigma^2}{a^2} \left[T - t + \frac{2}{a} e^{-a(T-t)} - \frac{1}{2a} e^{-a(T-t)} - \frac{3}{2a} \right] \\ & + \frac{\eta^2}{b^2} \left[T - t + \frac{2}{b} e^{-b(T-t)} - \frac{1}{2b} e^{-b(T-t)} - \frac{3}{2b} \right] \\ & + 2\rho \frac{\sigma\eta}{ab} \left[T - t + \frac{e^{-a(T-t)} - 1}{a} + \frac{e^{-b(T-t)} - 1}{b} - \frac{e^{-(a+b)(T-t)} - 1}{a+b} \right] \end{aligned}$$

Teorema. Il prezzo al tempo t di uno zero-coupon bond con scadenza T e di valore facciale unitario è

$$P(t,T) = \exp \left\{ -\int_t^T \varphi(u) du - \frac{1-e^{-a(T-t)}}{a} x(t) + \frac{1-e^{-b(T-t)}}{b} y(t) + \frac{1}{2} V(t,T) \right\}$$

Infatti, essendo φ una funzione deterministica, il teorema segue dal lemma e dal fatto che se Z è una v.a. normale con media m_Z e varianza σ_Z^2 allora $E\{\exp(Z)\} = \exp(m_Z + \frac{1}{2}\sigma_Z^2)$.

Ora, il modello G2++ si adatta alla struttura per scadenza dei fattori di sconto se e solo se, per ogni T all'interno dell'intervallo temporale considerato, risulta

$$P^M(0,T) = \exp\left\{-\int_0^T \varphi(u)du + \frac{1}{2}V(0,T)\right\} = P(0,T)$$

da cui si vede facilmente che

$$\begin{aligned} \exp\left\{-\int_t^T \varphi(u)du\right\} &= \exp\left\{-\int_0^T \varphi(u)du\right\} \exp\left\{\int_0^t \varphi(u)du\right\} = \\ &= \frac{P^M(0,T)\exp\left\{-\frac{1}{2}V(0,T)\right\}}{P^M(0,t)\exp\left\{-\frac{1}{2}V(0,t)\right\}} \end{aligned}$$

e questa è un'espressione equivalente a quella di $\varphi(T)$ esposta nella sezione 6.3.

Appendice IV: Codice in Matlab per la simulazione degli scenari di riscatto

```
function [risc,tassi_risc_sim]=Simula_riscatti
```

Importo dei dati

```
tassi_risc=xlsread('percorso del file');
risc=zeros(3,1000);
```

Si considerano solo gli scarti accidentali

```
for i=1:3
%si considerano alfa e beta
a=100*tassi_risc(1,i);
b=100-a;
%si considera la distribuzione beta e la si visualizza
x=(0:0.001:1);
y=pdf('Beta',x,a,b);
plot(x,y);
%estrazione 1000 valori simulati per il tasso di riscatto dell'i-esimo anno
%dalla distribuzione Beta(a,b)
risc(i,:)=betarnd(a,b,1,1000);
end
```

Si considerano scarti accidentali e sistematici

```
%si costruiscono gli altri 2 scenari (ogni riga uno scenario, nelle colonne
2015,2016,2017)
tassi_risc(2,:)=tassi_risc(1,)-0.01;
tassi_risc(3,:)=tassi_risc(1,)+0.04;
prob_scen=[0.3,0.5,0.2]; %probabilità scenari
scenario=mnrnd(1,prob_scen,1000);
tassi_risc_sim=zeros(3,1000); %1000 simulazioni di riscatti per 2015,2016,2017
%si creano gli alfa e beta dei 3 scenari
a=100*tassi_risc;
b=100-a;
%si visualizzano le distribuzioni del 2015 per i 3 scenari
x=(0:0.001:1);
y2=pdf('Beta',x,a(1,1),b(1,1));
y1=pdf('Beta',x,a(2,1),b(2,1));
y3=pdf('Beta',x,a(3,1),b(3,1));
plot(x,y1,x,y2,x,y3);
%parte la simulazione
for j=1:size(scenario,1)
h=find(scenario(j,:),1); %trova il numero di scenario estratto
m(j)=h; %serve per controllare che estragga bene gli scenari
for i=1:3
tassi_risc_sim(i,j)=betarnd(a(h,i),b(h,i),1,1);
%per riga ho gli anni,per colonna il numero della simulazione
end
end
```

Bibliografia

- ANIA. (2005). *Categorie dei fondi assicurativi polizze unit-linked*.
- Artzner, P., Delbaen, F., Eber, S. & Heath, D. (1999). *Coherent measures of risk*, 203–211. *Mathematical Finance* 9.
- AZEK. (2011). *Fixed Income: Valuation and Analysis*, Capitolo 2.
- Barone-Adesi, G., Giannopoulos, K. & Vosper, L. (2000). *Filtering Historical Simulation. Backtest Analysis*, 1-5.
- Brigo, D. & Mercurio, F. (2006). *Interest Rate Models: Theory and Practice*, 1-166. Springer Finance.
- Caramellino, L. (2008). *Metodi Monte Carlo in Finanza*. Università di Roma Tor Vergata.
- Clarke, S. & Phelan, E. (2015). *Steppin stones to ORSA: Looking beyond the preparatory phase of Solvency II*. Milliman.
- Colivicchi, I. (2011). *Il Bilancio assicurativo nell'ottica di Solvency 2 e dei principi IAS/IFRS*. Univeristà degli Studi di Firenze.
- Damodaran, A. (2006). *La stima del premio per il rischio*. Stern School of Business.
- Denuit, M., Dhaene, J., Goovaerts, M. & Kaas, R. (2005). *Actuarial theory for dependent risks: Measures, Orders and Models*, 59-71. Wiley
- EIOPA. (2013). *EIOPA Final Report on Public Consultation No. 13/009 on the Proposal for Guidelines on Forward Looking Assesment of Own Risks (based on the ORSA principles)*.
- EIOPA. (2014). *Consultation Paper on the proposal for the guidelines on system of governance and own risks and solvency assessment*.
- EIOPA. (2014). *Technical Specification for the Preparatory Phase*.

- EIOPA. (2015). *Final Report on Public Consultation No. 14/017 on Guidelines on own risk and solvency assessment*.
- Gallo, M. & Pacini, B. (2013). *Metodi quantitativi per i mercati finanziari*. Carocci.
- Hull, J. (2000). *Opzioni, futures e altri derivati*. Il Sole 24 ore Libri.
- IVASS. (2015). *Lettera al mercato del 24 marzo 2015*.
- IAA. (2002). *Report of Solvency Working Party*, 38-61.
- Nencini, M. (2011). *Lab of Risk Management*. MIP.
- Olivieri, A. & Pitacco E. (2005). *La valutazione nelle assicurazioni vita*. Egea.
- Olivieri, A. & Pitacco, E. (2011). *Introduction to Insurance Mathematics*, 1-372. Springer.
- Zhang, J. (2013). *CCAR and Beyond: Capital Assessment, Stress Testing and Applications*. Risk Books.

Ringraziamenti

Son stati cinque anni incredibili e, ora che son arrivato alla conclusione di questo percorso, non posso che sorridere guardando indietro a tutto quello che è stato e ripensando a come è arrivato.

È stato un CdL stimolante, non solo per le materie ed i temi trattati, ma soprattutto grazie alle competenze straordinarie dei professori del DEAMS nonché al rapporto di stima che si è più volte creato, ringrazio in particolare il Professor Pitacco per la professionalità e disponibilità con cui mi ha seguito nella tesi.

Ringrazio Laura per il continuo appoggio e per la fiducia dimostratami, grazie a Roberto per l'opportunità che mi ha dato e ai colleghi che mi hanno fatto crescere in una realtà professionale unica e gratificante.

Ringrazio tutti i miei amici, quelli con cui ho condiviso gioie e preoccupazioni degli esami e quelli con cui ho condiviso serate ed esperienze memorabili, un grazie speciale a Thomas, Elia, Luca e Ste, se non ci fossero bisognerebbe inventarli.

Il ringraziamento più importante è per la mia famiglia, per esser stata sempre presente e per avermi supportato e "sopportato" in ogni occasione, in particolare a mia mamma e alle mie sorelle che mi sono state sempre vicine.

Grazie a chi, direttamente o indirettamente, mi ha portato a capire cosa voglio, a chi passando velocemente ha voluto comunque lasciarmi qualcosa e a chi continua a darmi tanto. Grazie a chi, in una giornata come questa, riesce a farmi diventare una giornata importante una bella giornata.