

UNIVERSITÀ CATTOLICA DEL SACRO CUORE

INTERFACOLTÀ SCIENZE BANCARIE, FINANZIARIE E
ASSICURATIVE - ECONOMIA

CORSO DI LAUREA IN SCIENZE STATISTICHE, ATTUARIALI ED
ECONOMICHE

**La determinazione del requisito di
capitale del Non-Life Underwriting
Risk mediante l'approccio USP**

Tesi di Laurea di:

Edoardo Glauco LUINI

Relatore:

Prof. Nino SAVELLI

Anno Accademico:

2014/2015

Indice

Introduzione	4
1 Solvency II	7
1.1 Il progetto Solvency II	8
1.2 Il processo di adozione di Solvency II	13
1.3 Sistema a tre pilastri	14
1.4 Il primo pilastro di Solvency II	16
1.4.1 Economic Balance Sheet e principio del fair value	17
1.4.2 Valutazione delle riserve tecniche	18
1.4.3 I fondi propri	25
1.4.4 I requisiti di capitale: SCR e MCR	27
1.5 Metodologie per il calcolo del SCR	29
1.6 La Standard Formula	32
1.7 Il modulo Non-Life Underwriting risk	40
2 Undertaking-specific parameters	62
2.1 USP: direttiva Solvency II e Atti Delegati	63
2.2 Processo di approvazione degli USP	68
2.2.1 Domanda di approvazione	73
2.2.2 Valutazione della scelta dei parametri, del metodo di calcolo e della domanda	73
2.3 Guidelines dell'EIOPA sui parametri specifici d'impresa	75
2.4 Lettera dell'IVASS al mercato sugli USP	83
2.5 Calibrazione degli USP per Premium risk e Reserve risk nel QIS5	85
2.5.1 Premium risk	88

2.5.2	Reserve risk	95
2.6	Calibrazione degli USP per Premium risk e Reserve risk negli Atti Delegati	97
2.6.1	Premium risk	98
2.6.2	Reserve risk	105
2.7	La politica riassicurativa negli USP	112
2.7.1	Il fattore di aggiustamento per la riassicurazione non proporzionale	113
2.7.2	La riassicurazione nella stima degli USP	115
3	Verifica delle assunzioni alla base dei metodi	117
3.1	Metodo 1 per Premium risk e Reserve risk	118
3.1.1	Ipotesi su media e varianza	119
3.1.2	Ipotesi sulla distribuzione	128
3.1.3	Appropriatezza del metodo della massima verosimiglianza	142
3.2	Metodo 2 per Reserve risk	148
3.2.1	Ipotesi su media e varianza condizionate	149
3.2.2	Ipotesi di indipendenza	153
4	Calcolo del Solvency Capital Requirement con Undertaking-specific parameters	160
4.1	Gli importi pagati e gli importi riservati	161
4.2	I premi di competenza	167
4.3	Risultati dei metodi USP	171
4.4	Verifica delle assunzioni	178
	Considerazioni conclusive	191
	Bibliografia	198
	Elenco delle figure	206
	Elenco delle tabelle	208

Introduzione

There is a tempting and fatal fascination in mathematics. Albert Einstein warned against it. He said elegance is for tailors; don't believe in something because it's a beautiful formula. There will always be room for judgment.

Paul Samuelson

Il nuovo contesto normativo europeo di "regolamentazione prudenziale" dell'attività assicurativa, introdotto dalla direttiva comunitaria Solvency II, intende non solo garantire che le compagnie di assicurazione siano dotate di un appropriato capitale ma anche incoraggiarle a sviluppare e utilizzare le migliori tecniche di risk management per monitorare e gestire il proprio profilo di rischio [45].

Il legislatore, per tale ragione, ha definito un sistema normativo in cui la determinazione dei requisiti patrimoniali è strettamente correlata alla precisa valutazione dei rischi a cui le imprese sono realmente esposte.

Gli undertaking-specific parameters rappresentano un possibile approccio per la determinazione del Solvency Capital Requirement: il principale requisito finanziario delineato dalla direttiva. I parametri specifici d'impresa si collocano tra la Standard Formula e i modelli interni, permettendo alla compagnia di calibrare l'esposizione ai rischi utilizzando i propri dati all'interno di metodi prefissati dall'Autorità di Vigilanza. Se l'adozione da parte delle imprese di internal model, che descrivono e colgono in modo esclusivo la gamma dei rischi a cui l'impresa è sottoposta, può essere considerata il proposito di lungo periodo della vigilanza prudenziale, i parametri specifici d'impresa costituiscono, oltre che una metodologia a sé stante, una soluzione temporanea per quelle compagnie che stanno ancora sviluppando o che intenderanno sviluppare un proprio modello interno.

In letteratura le ricerche che hanno approfondito tale argomento sono in numero esiguo e per tale ragione il presente lavoro si pone come obiettivo quello di analizzare nelle sue varie declinazioni i parametri specifici d'impresa impiegati per il calcolo del requisito del non-life underwriting risk. In aggiunta approfondire questi temi assume un ruolo fondamentale poiché sempre più numerose compagnie di assicurazioni operanti in Italia hanno palesato la volontà di far uso di tale approccio.

In questo lavoro si è esposta la disciplina degli undertaking-specific parameters relativi al sottomodulo premium & reserve del non-life underwriting risk, da un punto di vista qualitativo, utilizzando le risorse rese disponibili dall'EIOPA, e parallelamente si è sviluppata, da una prospettiva attuariale, la teoria alla base delle due metodologie per la stima dei parametri specifici. La ricerca è stata in parte svolta, per quanto concerne i temi di natura matematico-statistica, presso il Politecnico federale di Zurigo (ETH Zürich) confrontando i risultati ottenuti dalla letteratura.

Sono state anche evidenziate le principali debolezze emerse in tali metodologie e le più significative difficoltà che le compagnie incontrano nell'adozione di tali criteri. Elementi che potranno essere utili per future revisioni necessarie per perfezionare il procedimento della tecnica "undertaking-specific".

Nel primo capitolo, dopo aver approfondito le caratteristiche del progetto Solvency II (come processo di adozione a 4 livelli e sistema a 3 pilastri) si è giunti, procedendo in modo analitico attraverso le disposizioni previste nel primo pilastro dei requisiti quantitativi, al modulo non-life underwriting risk e al sottomodulo premium & reserve risk la cui modellizzazione per mezzo dei parametri specifici d'impresa costituisce oggetto di studio del presente lavoro.

Nel secondo capitolo viene descritta la dottrina degli undertaking-specific parameters e i connotati che la contraddistinguono. Oltre ad aver esaminato quali parametri standard possono essere sostituiti da fattori specifici nel sottomodulo premium & reserve, si sono evidenziate le fasi del processo di approvazione e le guidelines fornite in merito dall'EIOPA. Il capitolo si conclude con l'analisi delle metodologie previste nel quinto studio di impatto quantitativo (QIS5) e dei modelli definitivi previsti negli Atti Delegati.

Il terzo e il quarto capitolo approfondiscono la verifica delle ipotesi alla base dei metodi e il calcolo del Solvency Capital Requirement. In assenza di indicazioni in materia da parte dell'Autorità di Vigilanza, si elencano diversi strumenti di cui l'impresa può avvalersi, analizzandone le carenze e le proprietà in modo funzionale. Chiude il lavoro un'esemplificazione dell'applicazione dei parametri specifici d'impresa sul segmento MTPL per determinare il requisito di capitale richiesto.

Capitolo 1

Solvency II

La direttiva comunitaria 138/2009/CE, nota come Solvency II, crea un sistema moderno, basato sul rischio, per la regolamentazione e la vigilanza delle imprese di assicurazione e di riassicurazione europee. Questo nuovo impianto normativo, che si colloca nel progetto europeo di promuovere l'economia reale attraverso investimenti a lungo termine e di affermare una maggiore stabilità, è essenziale per garantire che il settore assicurativo sia sicuro, solido e possa offrire prodotti assicurativi sostenibili [32].

L'obiettivo di questo capitolo è presentare il sistema di regolamentazione prudenziale delineato dalla direttiva Solvency II, collocando analiticamente in questo contesto il tema degli undertaking-specific parameters.

In particolare si illustrano i limiti evidenziati dal sistema in uso precedentemente e le principali motivazioni che stanno alla base del progetto Solvency II. Sono presentati gli elementi peculiari della normativa quali le caratteristiche del processo di adozione, i quantitative impact studies (QIS) e la struttura a tre pilastri, con lo scopo di inquadrare il complesso e innovativo disegno e avviare agli aspetti più tecnici.

Viene di seguito esposto il primo dei tre pilastri della direttiva comunitaria, riguardante i requisiti quantitativi di solvibilità, da cui discende l'adozione del principio del fair value, la stesura dell'economic balance sheet, la valutazione delle riserve tecniche, la determinazione dei fondi propri per giungere al calcolo dei requisiti di capitale: il Solvency Capital Requirement (SCR) e il Minimum Capital Requirement (MCR).

In seguito è presentata la Standard Formula degli Atti Delegati che permette di determinare il Solvency Capital Requirement (SCR). Gli Atti Delegati, ossia il definitivo insieme di regole del nuovo regime di solvibilità, entrati in vigore il primo gennaio 2016, integrano la direttiva originaria e formano con essa l'ampio pacchetto di misure che hanno riformato il sistema di vigilanza prudenziale.

La parte finale, descrive le caratteristiche e la logica alla base della standard formula, si focalizza sul modulo non-life underwriting risk e sul sottomodulo premium & reserve risk. I parametri standard per il sottomodulo sopracitato permettono di introdurre il concetto di undertaking-specific parameters (USP) previsto da Solvency II.

Gli USP della standard formula rappresentano un insieme di fattori di rischio che l'impresa può stimare in funzione dei propri dati utilizzando metodi standardizzati indicati dall'Autorità di Vigilanza. Le metodologie proposte per quantificare il premium risk e il reserve risk vengono trattate dettagliatamente nel capitolo 2.

1.1 Il progetto Solvency II

La direttiva comunitaria Solvency II introduce un radicale e rilevante cambiamento nella regolamentazione prudenziale dell'attività assicurativa. Tale tipologia di regolamentazione, accanto a quella strutturale, cerca di evitare un'eccessiva assunzione di rischi da parte dell'impresa di assicurazione. La finalità è quella di salvaguardare la solvibilità e la stabilità dei mercati assicurativi, tutelando in modo adeguato i contraenti e i beneficiari dei contratti stipulati [31].

Con il concetto di solvibilità si intende la garanzia che una compagnia di assicurazione possa far fronte ai propri obblighi contrattuali. Questa rappresenta tipicamente un obiettivo di breve e medio termine di cui si occupa principalmente la vigilanza. Accanto a tale nozione si pone quella di "financial strength" che riguarda soprattutto la gestione della singola impresa e che ha un orizzonte di medio-lungo periodo.

La più stringente regolamentazione dell'attività assicurativa è motivata dalle caratteristiche intrinseche della stessa e in particolare dal fatto che, ipoteticamente, un'impresa potrebbe operare senza un patrimonio netto, conseguenza dell'incasso

anticipato dei premi rispetto all'esborso relativo ai propri oneri (la cosiddetta inversione del ciclo monetario). In assenza di regolamentazione, l'insolvenza dell'impresa assicurativa comporterebbe sia l'impossibilità di onorare i contratti stipulati che mettere a repentaglio la stabilità del mercato. La base di questo tipo di disciplina è quindi costituita da requisiti minimi patrimoniali che la compagnia di assicurazione è obbligata a detenere per poter operare in condizioni di normale gestione aziendale.

Il sistema per la determinazione del patrimonio necessario all'esercizio dell'attività utilizzato dalla previgente normativa, conosciuta come Solvency I e rappresentata dalle direttive 83/2002 per i rami vita e 13/2003 per i rami non vita, anche se di agevole implementazione, appare talvolta semplificato e presenta taluni punti di criticità, tali da giustificare il radicale cambiamento introdotto con Solvency II.

Tra questi vanno citati una non più stringente vigilanza di gruppo e la mancanza di convergenze internazionali. L'assenza di principi contabili internazionali sulla valutazione dei contratti assicurativi conduceva a discipline di solvibilità dei diversi paesi comunitari molto differenziate e all'utilizzo di diversi criteri nella determinazione delle riserve tecniche.

Ancora più rilevante è il fatto che non erano adeguatamente considerati, nella determinazione dei requisiti patrimoniali, i rischi assunti dall'impresa. A ciò si aggiungevano requisiti qualitativi in merito alla gestione dei rischi giudicati il più delle volte inefficaci e insufficienti.

La situazione italiana ante Solvency II prevedeva, in sintesi, che il patrimonio libero, costituito dagli Elementi Costitutivi del Margine di Solvibilità (ECMS), dovesse essere almeno pari a un Margine Minimo di Solvibilità (MMS). Questo era calcolato in funzione del volume dei premi o dei sinistri per i rami danni e delle riserve matematiche o capitali sotto rischio per i rami vita, opportunamente rettificati secondo la politica di riassicurazione dell'impresa.

Per quanto concerne i rami danni il MMS era determinato come il maggiore tra i risultati ottenuti applicando due criteri, tenendo poi conto del grado di conservazione α della copertura riassicurativa:

- il primo criterio prevedeva l'applicazione di un'aliquota pari al 16-18% dell'ammontare dei premi dell'ultimo esercizio;

- il secondo prevedeva il calcolo del MMS come un'aliquota del 23-26% applicata all'onere medio dei sinistri degli ultimi 3 esercizi (la serie storica è allungata agli ultimi 7 se l'assicurazione riguardava rami come credito, tempesta, grandine, gelo).

Il grado di conservazione α , per tenere conto della copertura riassicurativa, non poteva scendere sotto il 50% al fine di non sovrastimare l'effetto della riassicurazione nel calcolo del requisito patrimoniale.

In formule¹:

$$MMS = \alpha \cdot \max[\text{Margine(Premi)}; \text{Margine(Sinistri)}]$$

$$\text{Margine(Premi)} = \begin{cases} 18\% \cdot 50.000.000 + 16\% \cdot (B - 50.000.000), & \text{se } B > 50 \text{ mln} \\ 18\% \cdot B, & \text{se } B \leq 50 \text{ mln} \end{cases}$$

$$\text{Margine(Sinistri)} = \begin{cases} 26\% \cdot 35.000.000 + 28\% \cdot (\bar{S} - 35.000.000), & \text{se } \bar{S} > 35 \text{ mln} \\ 28\% \cdot \bar{S}, & \text{se } \bar{S} \leq 35 \text{ mln} \end{cases}$$

$$\alpha = \max \left[50\%; \frac{S^{\text{NettoRiass}}}{S^{\text{LordoRiass}}} \right]$$

dove B indica l'ammontare dei premi dell'ultimo esercizio, \bar{S} l'onere medio dei sinistri degli ultimi 3 (o 7) esercizi, $S^{\text{NettoRiass}}$ e $S^{\text{LordoRiass}}$ la somma dell'onere sinistri degli ultimi tre esercizi rispettivamente al netto e al lordo della riassicurazione.

La normativa prevedeva inoltre un incremento del 50% dell'ammontare annuo dei premi e dell'onere medio dei sinistri per il calcolo del margine relativo ai soli rami di responsabilità civile (escluso il ramo RCA) e il confronto ed eventuale correzione con il MMS dell'esercizio precedente.

Oltre al MMS, l'altro requisito finanziario cardine del sistema Solvency I era la Quota di Garanzia (QG). La stessa rappresentava il livello minimo di sicurezza e la soglia

¹Negli anni le soglie riportate per i premi e per i sinistri sono state aggiornate per considerare opportunamente l'inflazione.

di capitale al di sotto della quale le imprese non potevano scendere. La QG era calcolata come il maggiore tra un terzo del MMS e un ammontare minimo stabilito dal legislatore a seconda dei rami esercitati.

Nel caso in cui gli ECMS fossero risultati inferiori al MMS (ma eccedenti la QG), l'impresa avrebbe dovuto presentare un piano di risanamento all'Autorità di Vigilanza dove avrebbe dovuto indicare un programma per ritornare in condizione di pieno rispetto del requisito di solvibilità ($ECMS \geq MMS$).

Qualora invece gli ECMS fossero stati inferiori alla QG, l'impresa avrebbe dovuto presentare un piano di finanziamento a breve termine contenente le misure adottate per ristabilire l'equilibrio della propria situazione finanziaria. In caso di inosservanza, la vigilanza avrebbe disposto la Liquidazione Coatta Amministrativa (LCA) dell'impresa².

È chiaro come il sistema delineato non consideri adeguatamente i rischi dell'impresa di assicurazione nella determinazione del margine di solvibilità. In particolare:

- i rischi assicurativi, elemento principale in tema di solvibilità sono considerati in modo piuttosto impreciso. La metodologia utilizzata appare troppo elementare e inadatta a cogliere l'effettivo profilo di rischio dell'impresa assicuratrice;
- il MMS fa riferimento alla singola unità di impresa e non al livello consolidato. Il risultato è un non adeguato controllo sui livelli di gruppo con possibili effetti distorsivi nella solvibilità della singola compagnia.
- in definitiva il MMS fa riferimento quasi esclusivamente al rischio di sottoscrizione (senza comunque considerare gli effetti di dipendenza tra i vari rami) e non considera in alcun modo altri rischi che impattano sulla solvibilità assicurativa tra cui, per citarne alcuni, l'asset risk e il credit risk;
- nel calcolo del margine di solvibilità richiesto non viene considerata né la tipologia del trattato riassicurativo (Quota Share, Excess of Loss, Stop Loss, ecc.) né le caratteristiche contrattuali come le reinsurance commission. In

²La procedura di LCA sarebbe stata attuata benché l'impresa avesse avuto un capitale disponibile positivo poiché questo non era ritenuto adeguato per garantire la solvibilità.

particolare la struttura della formula proposta privilegia in larga parte le coperture proporzionali;

- il margine di solvibilità viene determinato tralasciando gli effetti di diversificazione sia a livello di portafogli omogenei che fra rami;
- il rischio finanziario non è considerato;
- attività e passività di bilancio sono valutate usando criteri disomogenei e che non tengono in adeguata considerazione le condizioni correnti del mercato;
- i vincoli, orientati alla riduzione del rischio, che Solvency I poneva sugli investimenti a copertura delle riserve tecniche sono apparsi non particolarmente restrittivi.

Oltre all'inadeguatezza di un sistema come Solvency I, i cambiamenti sostanziali avvenuti nel mercato assicurativo e nei mercati finanziari caratterizzati da frequenti crisi e da crescente complessità, hanno reso improrogabile la necessità di una decisa evoluzione nelle metodologie di gestione del rischio e di solvibilità.

Alcune delle motivazioni contestuali che stanno alla base di Solvency II sono:

- il mutamento del quadro normativo verso liberalizzazioni tariffarie;
- il calo dei proventi degli investimenti;
- la riduzione dell'autofinanziamento derivante dai sempre più ridotti margini di profitto, anche a seguito di concorrenza nazionale e internazionale più incisiva;
- il numero crescente di fusioni e acquisizioni;
- le pressioni crescenti da parte degli azionisti al fine di contenere l'ammontare del capitale impiegato e per migliorarne la redditività;
- la necessità di un sistema moderno di valutazione di attività e passività;
- il bisogno di un rafforzamento del sistema di solvibilità e di fornire una visione più adeguata del livello di sicurezza che consenta un omogeneo confronto tra imprese.

Alla luce di tutto ciò e nella consapevolezza che il modo più efficace per salvaguardare la solvibilità d'impresa sia avere una buona attività di individuazione, misurazione e mitigazione dei livelli di rischiosità, Solvency II ha determinato un approccio economico basato sul rischio che incentivi le imprese di assicurazione e di riassicurazione a misurare e gestire adeguatamente la propria esposizione ai rischi [32], [36].

1.2 Il processo di adozione di Solvency II

Il progetto per l'adozione di Solvency II segue il "processo Lamfalussy", già utilizzato nell'ambito della direttiva sui mercati finanziari (MiFID), che si articola su 4 livelli.

Il primo livello si è perfezionato con l'approvazione della direttiva il 17 dicembre 2009 poi modificata da una revisione denominata Omnibus II nel 2014. Questa contiene disposizioni in materia di vigilanza strutturale e va a rafforzare il sistema di controllo.

Il secondo livello è rappresentato dalle misure tecniche di esecuzione che seguono la direttiva Solvency II (cc.dd. implementing measures), emanate dalla Commissione Europea e che forniranno contenuti basati sui risultati dei quantitative impact studies (QIS). I QIS sono simulazioni nelle quali le imprese di assicurazione, su base volontaria, applicano le norme di Solvency II alla loro realtà. Dall'analisi dei risultati e delle problematiche che emergono l'Autorità di Vigilanza ha informazioni per calibrare le norme di implementazione di secondo livello e permette inoltre alle imprese di entrare in contatto e valutare gli impatti di Solvency II. Sono stati effettuati 6 studi di impatto quantitativo, cinque QIS e l'ultimo denominato long-term-guarantee assessment (LTGA), che hanno avuto un discreto successo e una crescente adesione di partecipanti. Al QIS5 hanno partecipato 2.520 imprese e 167 gruppi, circa il 70% delle imprese di (ri)assicurazione che dovrebbero applicare Solvency II, registrando un aumento di partecipazione del 78% rispetto al precedente QIS4 soprattutto per quanto riguarda i riassicuratori e i gruppi di medio-piccola dimensione (pp. 5-6, [24]).

La direttiva Omnibus II sopraccitata ha introdotto anche un livello intermedio

denominato 2.5 che riguarda gli standard tecnici che mirano ad assicurare un'adeguata armonizzazione e una uniforme applicazione delle norme a livello europeo.

Il terzo livello riguarda le linee guida di vigilanza (supervisory measures guidelines) emanate dall'European Insurance and Occupational Pensions Authority (EIOPA) e che si rivolgono alle Autorità di Vigilanza dei singoli stati membri e alle imprese di assicurazione direttamente interessate da Solvency II. L'obiettivo proposto è quello di raggiungere un'effettiva armonizzazione dei regimi di supervisione.

Il processo si conclude con il quarto livello che riguarda la verifica dell'applicazione della direttiva da parte dei singoli stati e l'adozione di eventuali sanzioni verso coloro che non si sono conformati alla normativa comunitaria.

Grazie ai QIS e dopo un lungo lavoro che ha visto impegnati organi politici, legislativi, Autorità di Vigilanza e stessi gruppi e imprese di assicurazioni, Solvency II è entrata in vigore il primo gennaio 2016.

Al fine di agevolare la graduale introduzione del nuovo sistema di Solvibilità, l'EIOPA ha emanato delle linee guida su alcuni aspetti specifici che l'IVASS (Istituto per la vigilanza sulle assicurazioni) ha recepito e deciso di applicare alle imprese di assicurazione del mercato italiano.

1.3 Sistema a tre pilastri

Il nuovo sistema di requisiti patrimoniali si focalizza sul profilo specifico di rischio di ciascuna impresa e richiede un patrimonio che sia effettivamente legato ad esso. L'approccio economico delineato si estrinseca in un sistema strutturato in tre pilastri (three-pillar approach):

- primo pilastro: requisiti quantitativi di solvibilità;
- secondo pilastro: requisiti qualitativi di governance e di solvibilità e la procedura di riesame (supervisory review process);
- terzo pilastro: requisiti informativi di solvibilità.

La finalità del primo pilastro di Solvency II è che le imprese considerino i rischi quantificabili nel determinare i requisiti patrimoniali che le stesse devono possedere

Three-pillar approach di Solvency II		
Requisiti quantitativi di solvibilità	Requisiti qualitativi di solvibilità	Requisiti informativi sulla solvibilità
Attività e Passività (EBS) Riserve tecniche Fondi Propri SCR e MCR	Presidi di Governance ORSA Supervisory review process	Report alla vigilanza Report al mercato Quantitative templates Informativa non periodica

Tabella 1.1: struttura a tre pilastri di Solvency II

per poter operare in condizioni di normalità. Analogamente alla normativa Solvency I, i fondi propri dell'impresa di assicurazione devono rispettare due requisiti patrimoniali:

- il Solvency Capital Requirement (SCR) sostituisce il MMS e individua il livello di patrimonializzazione soglia al di sotto del quale l'impresa si troverebbe in una situazione problematica;
- il Minimum Capital Requirement (MCR), analogo della QG, è il livello minimo di capitale al di sotto del quale deve essere revocata l'autorizzazione all'esercizio dell'attività assicurativa, nel caso in cui un'impresa non sia in grado di risanare in breve termine tale situazione.

Il secondo pilastro raccoglie le norme sul sistema di governance dell'impresa di assicurazione affinché quest'ultima sia in grado di tenere sotto controllo tutti quei rischi che non sono quantificabili, come quello reputazionale, e che quindi "sfuggono" al primo pilastro. Sono richiesti in particolare comportamenti e procedure di gestione corretta dei rischi attraverso la funzione di risk management, quella attuariale e i sistemi di controllo interno.

Rientrano nel secondo pilastro anche la own risk and solvency assesment (ORSA) e il supervisory review process, processi di verifica affinché i requisiti quantitativi definiti dal primo pilastro riflettano l'effettivo profilo di rischio dell'impresa. Mentre l'ORSA è una autovalutazione interna, il supervisory review process è il riesame da parte dell'Autorità di Vigilanza. Quest'ultima, nel caso rilevi uno scostamento significativo che impedisce all'impresa di individuare, misurare, monitorare, gestire

e segnalare correttamente i rischi cui è o potrebbe essere esposta, può richiedere una maggiorazione di capitale (capital add-on) (art. 37, dir. 138/2009 [31]).

Il terzo pilastro attiene alle informazioni riguardanti le condizioni di solvibilità dell'impresa di assicurazione che la stessa deve fornire periodicamente all'Autorità di Vigilanza e al mercato. Si tratta di informazione di tipo quantitativo, denominate report to supervisors composto dai quantitative templates, rilasciate sia con periodicità che in circostanze particolari. Tra le novità introdotte da questo pilastro vi è l'informativa al mercato rientrante nella cosiddetta "market discipline", attraverso la quale l'impresa deve fornire ai potenziali clienti e investitori informazioni sulla propria condizione di solvibilità al fine di evitare eccessive penalizzazioni sia nel caso di perdite di quote di mercato che di riduzioni di rating o corsi azionari. Il report ha di norma cadenza annuale ma è infrannuale in caso di informazioni particolarmente importanti: è denominato solvency and financial condition report (SFCR). Da quanto esplicito si evince come il sistema introdotto con Solvency II consenta di elevare gli standard di protezione per gli assicurati e solleciti le imprese ad una corretta e attenta gestione del rischio.

1.4 Il primo pilastro di Solvency II

La finalità del primo pilastro è quella di far sì che le imprese stabiliscano i requisiti patrimoniali in stretta correlazione ai rischi quantificabili. In questo ambito sono inclusi i seguenti macrorischi, come stabilito dall'art. 101 della direttiva (e che verranno successivamente illustrati più in dettaglio):

- underwriting risk life, non-life e health;
- market risk;
- credit risk;
- operational risk.

Il primo pilastro definisce un complesso di regole che si innestano nell'uso del fair value come principio fondante di valutazione.

1.4.1 Economic Balance Sheet e principio del fair value

Per determinare i requisiti finanziari necessari allo svolgimento dell'attività assicurativa (principale indicatore della condizione di solvibilità di un'impresa di assicurazione) il primo passo è la redazione dell'Economic Balance Sheet (EBS) attraverso la valutazione delle attività e delle passività. La loro differenza determina infatti i fondi propri (di base) che sono, a loro volta, l'elemento alla base dell'individuazione della copertura dei requisiti patrimoniali richiesti dallo schema di Solvency II.

La direttiva sancisce il fair value (o economic value) come unico principio generale di valutazione delle attività e delle passività nell'EBS. Il fine, oltre a quello di ottenere una convergenza internazionale e garantire una più agevole comparabilità, è quello di poter misurare valori economici dai quali è possibile stimare dei requisiti patrimoniali in funzione i rischi effettivamente assunti dall'impresa.

Conseguentemente è vincolante il riferimento ai criteri di valutazione previsti dai principi contabili internazionali IAS/IFRS emessi dallo IASB (International Accounting Standard Board) peraltro in linea con il concetto di fair value. L'IFRS 13 lo definisce come «il prezzo che si percepirebbe per la vendita di un'attività ovvero che si pagherebbe per il trasferimento di una passività in una regolare operazione tra operatori di mercato alla data di valutazione» («the price that would be received to sell an asset or paid to transfer a liability in an orderly transaction between market participants at the measurement date»). Dalla definizione emerge come il fair value possa essere definito un current exit price, cioè il prezzo per vendere un'attività o trasferire una passività con riferimento alle condizioni di mercato correnti alla data di valutazione.

L'introduzione dell'EBS e del principio del fair value rappresenta una notevole innovazione in quanto il criterio del costo storico rispetto a quello a valori correnti di mercato era prevalente nell'approccio di vigilanza dell'Europa continentale.

Per determinare il fair value bisogna valutare se esiste un mercato attivo nel quale sono scambiate attività o passività analoghe a quella oggetto di valutazione; si definisce questo caso valutazione mark-to-market e si fa proprio il prezzo di mercato. Nel caso in cui non esista un mercato attivo si parla di valutazione mark-to-model e si dovrà ricorrere a un'appropriata tecnica di valutazione che

dipende dalle caratteristiche dello strumento oggetto di valutazione. Per gli strumenti finanziari e i contratti assicurativi si utilizzano tecniche basate sul valore attuale atteso dei flussi di cassa. L'IFRS 13 stabilisce anche una gerarchia nella scelta dei dati e delle informazioni che vengono usate nella tecnica di valutazione strutturata in tre livelli di qualità. Tale gerarchia è di primaria importanza per valutare la bontà delle stime effettuate.

Un bilancio con una quota consistente di voci valutate con input di basso livello (2 e/o 3) può essere un segnale di allarme per la vigilanza e per il mercato.

Si sottolinea che per la valutazione delle passività il fair value potrebbe comportare un problema nell'ottica della vigilanza prudenziale: essendo il fair value delle passività influenzato dal merito creditizio dell'impresa di assicurazione, nel caso in cui quest'ultimo peggiori, si assisterebbe ad un aumento del patrimonio netto e dei fondi propri. Per ovviare a tale incongruenza, ai fini della vigilanza, la direttiva prescrive un'eccezione al principio e che «quando si valutano le passività [...] non è effettuato alcun aggiustamento per tenere conto del merito creditizio proprio dell'impresa di assicurazione e riassicurazione».

1.4.2 Valutazione delle riserve tecniche

Nella prospettiva introdotta da Solvency II per l'individuazione di un requisito di solvibilità, è necessaria per una corretta valutazione a fair value delle riserve tecniche la quantificazione, non solo del valore puntuale, ma anche una descrizione della variabilità o eventualmente dell'intera distribuzione di probabilità della riserva stessa. Si comprende come assumano particolare rilevanza i metodi stocastici per la valutazione delle riserve tecniche che aggiungono una stima della variabilità o della distribuzione di probabilità. A differenza di altre attività e passività, tenuta conto della loro estrema significanza nel bilancio di un'impresa di assicurazione, le riserve tecniche hanno regole di calcolo e valutazione dettagliatamente fissate dalla direttiva stessa e dalle norme di secondo livello.

La direttiva prevede che le riserve tecniche siano valutate sulla base del current exit value (valore corrente di trasferimento) cioè quel valore che «corrisponde all'importo attuale che le imprese di assicurazione e di riassicurazione dovrebbero

pagare se dovessero trasferire le loro obbligazioni [...] immediatamente ad un'altra impresa».

Tenendo conto che per queste passività, tipiche del mercato assicurativo, non esiste un valore corrente di mercato si deve necessariamente ricorrere a un appropriato modello di valutazione (mark-to-model) in linea con i principi delinati da Solvency II. È opportuno sottolineare come le riserve tecniche siano delle passività che esprimono il valore dei futuri impegni dell'impresa di assicurazione in essere alla data di valutazione nei confronti degli assicurati. Questi impegni, peraltro aleatori, pongono a capo dell'assicuratore dei rischi. Nei rami danni in particolare vi è sia l'aleatorietà connessa, per sinistri già avvenuti, al costo del sinistro e al momento del pagamento, sia l'aleatorietà relativa nel caso del verificarsi o meno del sinistro. L'aleatorietà che caratterizza e complica il processo valutativo comprende la componente intrinseca di variabilità dei fenomeni stimati, nota come process risk e l'incertezza relativa al modello ipotizzato per descrivere a priori il fenomeno, composta da model risk e parameter risk [37].

Solvency II individua due modalità di valutazione delle riserve tecniche. La prima prende il nome di "metodo del portafoglio replicante" e prevede che, qualora i flussi di cassa futuri connessi con le obbligazioni di assicurazione o di riassicurazione possano essere riprodotti in modo affidabile utilizzando strumenti finanziari per i quali sia osservabile un valore di mercato (cioè passività di tipo hedgeable) il valore della riserva tecnica corrisponde al valore di mercato del portafoglio di strumenti finanziari replicanti, da cui il nome del metodo. Questa metodologia trova utilizzo soprattutto nel ramo vita e in particolare per obbligazioni che derivano da polizze come quelle definite unit-linked, nelle quali la prestazione è legata direttamente al valore di mercato di fondi di investimento.

Nel caso in cui la passività sia non-hedgeable, come le riserve sinistri e premi dei rami danni, la seconda metodologia prevede che il current exit value della riserva tecnica sia la somma della best estimate e del risk margin.

$$RT(\tilde{F}) = BE(\tilde{F}) + RM(\tilde{F})$$

Dove \tilde{F} rappresenta la variabile aleatoria dei flussi di cassa dai quali dipendono le grandezze considerate.

Le norme di secondo livello consentono l'applicazione di talune semplificazioni nella stima delle riserve tecniche, per quei portafogli di contratti i cui rischi sottostanti non sono per natura, dimensione e complessità particolarmente significativi.

La best estimate

La best estimate (BE) o migliore stima «corrisponde alla media dei flussi di cassa futuri ponderata con la probabilità, tenendo conto del valore temporale del denaro sulla base della pertinente struttura per scadenze dei tassi di interesse privi di rischio» (art. 77.2, [31]). Tale elemento introduce un importante cambiamento rispetto all'attuale criterio di valutazione utilizzato nelle assicurazioni danni: il costo attualizzato che sostituisce il costo ultimo. L'attualizzazione è effettuata utilizzando una curva prefissata uguale per tutto il mercato, calcolata sulla base della curva dei tassi di interesse swap depurata dal rischio di credito (attraverso un credit risk adjustment) e aggiustata rispetto alle condizioni del mercato stesso (attraverso il volatility adjustment)³. L'attualizzazione sulla base della struttura dei tassi privi di rischio trova giustificazione nel fatto che è attraverso il risk margin che viene considerato l'aggiustamento per i rischi presenti nei flussi di cassa. Tale scelta è stata molto criticata da parte dell'industria assicurativa e ha portato alla decisione di introdurre il volatility adjustment, la cui finalità è quella di attenuare l'effetto prociclico delle valutazioni a fair value in condizioni di mercati finanziari "stressati". Inoltre il calcolo della best estimate è «basato su informazioni aggiornate e credibili e su ipotesi realistiche ed è realizzato utilizzando metodi attuariali e statistici adeguati, applicabili e pertinenti» (art. 77.2, [31]). In formule si ha che:

$$BE(\tilde{F}) = \sum_{t=1}^T \frac{E(\tilde{F}_t)}{(1 + i_t)^t}$$

Dove \tilde{F}_t rappresenta il flusso aleatorio di cassa al tempo t (che va dall'istante 1 all'istante T) originato dalle polizze oggetto di valutazione e i_t il relativo tasso di attualizzazione privo di rischio.

³La scelta di usare come benchmark la curva dei tassi swap risiede nel fatto che questi strumenti finanziari costituiscono uno dei più ampi e liquidi mercati finanziari al mondo

«La proiezione dei flussi di cassa [...] tiene conto di tutte le entrate e uscite di cassa necessarie per regolare le obbligazioni di assicurazione e di riassicurazione per tutta la loro durata di vita» (art. 77.2, [31]) e vanno considerate «tutte le spese che saranno sostenute per far fronte alle obbligazioni di assicurazione e di riassicurazione» (art. 78.1, [31]). Bisogna inoltre considerare l'inflazione, compresa quella riferibile alle spese e ai sinistri, «tutti i pagamenti ai contraenti ed ai beneficiari, comprese le future partecipazioni agli utili a carattere discrezionale, che le imprese di assicurazione e di riassicurazione prevedono di fare, a prescindere dal fatto che siano o meno contrattualmente garantiti» e il «valore delle garanzie finanziarie e di tutte le opzioni contrattuali incluse nelle polizze di assicurazione e di riassicurazione» (art 79, [31]).

La direttiva esprime come nella BE debbano essere considerati tutti i flussi aleatori derivanti da tutti gli scenari possibili. Ciò fa sì che si debba tenere conto dell'incertezza dei futuri cash flow dovuta sia al comportamento degli assicurati (si pensi alle garanzie finanziarie e alle opzioni contrattuali) sia al comportamento del management dell'impresa.

Solvency II sottolinea infatti come una corretta determinazione della BE debba tenere conto di tutte le azioni che il management si aspetta di compiere razionalmente (future management actions) e che possano avere un'influenza sul valore delle riserve tecniche. L'assicuratore ha la responsabilità di verificare che le sue future management actions siano realistiche e pertinenti alle attività e alle strategie correnti attraverso la redazione di un future management actions plan (approvato dal consiglio di amministrazione) nel caso di scostamento, dovrà documentare e motivare le principali differenze emerse.

La più evidente situazione in cui le management actions possano influenzare il valore della best estimate è quello dei future discretionary benefits (FDB), presenti nelle polizze in cui le prestazioni sono contrattualmente basate su risultati di attivi detenuti dall'impresa, che gode di rilevanti contenuti di discrezionalità circa l'an et quantum riconoscere agli assicurati.

All'interno di questa categoria di polizze rientrano tipicamente le polizze vita rivalutabili presenti sul mercato italiano. La valutazione dei FDB deve avvenire in modo separato e può essere molto complessa in quanto la loro entità dipende in

modo significativo da ipotesi sulle future azioni da parte del management.

È importante notare che la direttiva prevede la possibilità che, in talune circostanze e rispetto ad alcune tipologie di contratti, la best estimate sia negativa, portando quindi a registrare a bilancio un'attività. Ciò è in linea con quanto previsto da Solvency II e dovrebbe accadere quando il valore dei flussi attesi in entrata è superiore al valore attuale atteso dei flussi di cassa in uscita per spese e sinistri.

Il risk margin

Il risk margin (o margine di rischio) è «tale da garantire che il valore delle riserve tecniche sia equivalente all'importo che le imprese di assicurazione e di riassicurazione dovrebbero disporre per assumere e onorare le obbligazioni di assicurazione e di riassicurazione» (art. 77.3, [31]) ed è calcolato «determinando il costo della costituzione di un importo di fondi propri ammissibili pari al requisito patrimoniale di solvibilità necessario per far fronte alle obbligazioni di assicurazione e di riassicurazione per tutta la loro durata di vita» (art 77.5, [31]).

Le norme di secondo livello stabiliscono che nella stima del risk margin devono essere considerati i seguenti rischi, principalmente di natura assicurativa, motivati dalla natura stessa del risk margin come aggiustamento per il rischio associato ai flussi di cassa:

- rischio assicurativo di sottoscrizione (underwriting risk) relativo al business esistente;
- rischio di insolvenza della controparte (default risk) con riferimento alle operazioni di riassicurazione o ai contratti ceduti a special purpose vehicles (SPV) ;
- rischi operativi;
- unavoidable market risk non materiale per le passività non-life.

Il metodo per il calcolo è denominato "metodo del costo del capitale" (cost of capital approach o CoC approach) e si basa sull'idea che i fondi propri detenuti per fronteggiare i rischi legati ai contratti stipulati hanno un costo in termini di remunerazione richiesta dagli azionisti. Il legislatore stabilisce che «il tasso

utilizzato nella determinazione del costo della costituzione di tale importo di fondi propri ammissibili (tasso del costo del capitale) è lo stesso per tutte le imprese», nell'ambito del QIS5 è fissato dall'EIOPA al 6%, ed «è pari alla maggiorazione rispetto al tasso d'interesse privo di rischio pertinente in cui un'impresa di assicurazione o di riassicurazione incorrerebbe detenendo un importo di fondi propri ammissibili [...] pari al requisito patrimoniale di solvibilità necessario per far fronte alle obbligazioni di assicurazione o di riassicurazione per tutta la loro durata di vita» (art. 77.5, [31]).

Nella figura 1.1 è raffigurato lo schema del calcolo del costo del capitale.

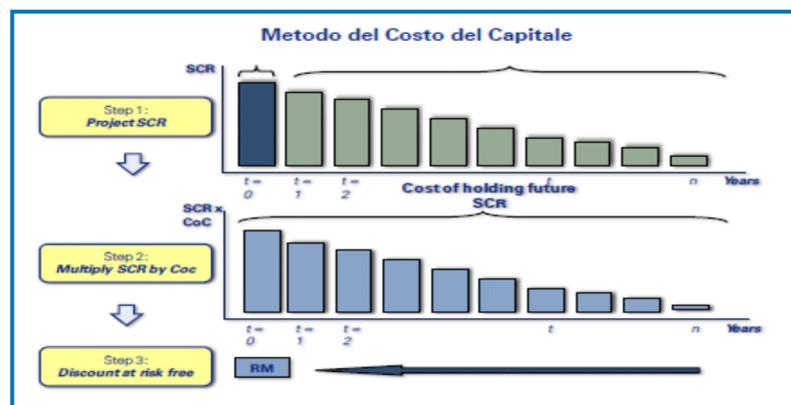


Figura 1.1: schema del cost of capital approach

In formule il risk margin calcolato con il cost of capital approach è dunque:

$$RM(\tilde{F}) = \sum_{t=1}^T \frac{6\% \cdot (SCR_t)}{(1 + i_t)^t}$$

la formula,

$$BE(\tilde{F}) = \sum_{t=1}^T \frac{E(\tilde{F}_t)}{(1 + i_t)^t} + \sum_{t=1}^T \frac{6\% \cdot (SCR_t)}{(1 + i_t)^t}$$

indica la valutazione dell'intera riserva tecnica.

Nell'ambito del progetto Solvency II è stato considerato in esame un altro metodo per il calcolo del risk margin (presente nel QIS2 e poi eliminato dal QIS3), denominato quantile approach, secondo cui il risk margin è definito come la differenza tra il valore degli obblighi futuri in uno scenario stressato, nella direttiva

fissato al 75-esimo percentile della distribuzione della riserva e la best estimate. Tale metodo è stato scartato sia per ragioni legate alla difficoltà di stima (si sarebbe dovuto disporre dell'intera distribuzione della passività e quindi l'utilizzo di metodi stocastici soggetti a possibili diversi errori) sia per la dubbia scelta dell'ordine del percentile.

Ultimo aspetto da esaminare in merito alla valutazione delle riserve tecniche è il livello di aggregazione con il quale deve essere fatta la stima. L'importanza di questa scelta deriva dalla proprietà, che i modelli di valutazione possono avere o meno, dell'additività del valore. Un modello si dice additivo se, in formule:

$$W(\tilde{A} + \tilde{B}) = W(\tilde{A}) + W(\tilde{B})$$

dove $W(\cdot)$ indica il modello valutativo, \tilde{A} e \tilde{B} i flussi aleatori. Quando il segno di uguaglianza non vale, il modello valutativo si dice non additivo.

Nell'ambito di Solvency II, per le passività non-hedgeable, la valutazione delle le riserve tecniche computando contratto per contratto, per portafogli omogenei, per ramo (line of business o LoB) oppure a livello di portafoglio globale dell'intera compagnia, comporta delle differenze⁴. Infatti, a differenza della best estimate, il risk margin non è additivo in quanto si basa sul SCR che rappresenta una misura di rischio, il Value at Risk.

$$RM(\tilde{A} + \tilde{B}) \leq RM(\tilde{A}) + RM(\tilde{B})$$

Il risultato evidenzia come la riserva tecnica è sub-additiva e quindi si riduce all'aumentare del livello di aggregazione su cui è condotta la stima. Il regolatore, dopo un acceso dibattito, acconsentendo alle richieste delle imprese di assicurazione, ha previsto che il risk margin venga calcolato a livello di entità complessiva beneficiando, così, del grado massimo di diversificazione.

Solvency II stabilisce infine che le riserve tecniche debbano essere valutate per portafogli di rischi omogenei (al minimo per ramo), il risk margin dovrà quindi essere attribuito ai singoli rami.

⁴Per le passività di tipo hedgeable la questione è irrilevante in quanto il valore della riserva tecnica è calcolato con il metodo del portafoglio replicante che è additivo essendo pari alla somma dei valori dei singoli strumenti finanziari che ne replicano i flussi.

$$RM_{LoB} = RM \cdot \frac{SCR_{LoB,t=0}}{\sum_{LoB} SCR_{LoB,t=0}}$$

La formula sopra trascritta come ciò può essere ottenuto in modo proporzionale moltiplicando il risk margin totale per il rapporto tra il SCR al tempo zero dello specifico ramo e il SCR complessivo (sempre al tempo zero).

1.4.3 I fondi propri

La differenza tra attività e passività nell'EBS (avendo prestato particolare attenzione alla corretta valutazione delle riserve tecniche) costituisce i fondi propri, ossia le risorse finanziarie di cui l'impresa dispone per assorbire le eventuali perdite connesse ai rischi assunti con i contratti stipulati.

La nuova disciplina in materia di solvibilità richiede che i fondi propri siano superiori sia al SCR che al MCR.

Più in dettaglio, i fondi propri sono costituiti dalla somma dei fondi propri di base e dei fondi propri accessori come stabilito dall'art. 88 della direttiva Solvency II. I fondi propri accessori «sono costituiti da elementi diversi dai fondi propri di base che possono essere richiamati per assorbire le perdite» (art. 89, [31]) e quindi possono comprendere:

- il capitale sociale che non è stato richiamato;
- le lettere di credito e le garanzie;
- qualsiasi altro impegno giuridicamente vincolante ricevuto dalle imprese di assicurazione e di riassicurazione.

L'ammontare di fondi propri accessori da prendere in considerazione quando si determinano i fondi propri deve essere approvato dall'Autorità di Vigilanza sulla base dell'effettiva capacità dell'elemento in questione di assorbire le perdite; l'Autorità di Vigilanza valuterà ad esempio lo status delle controparti interessate, la recuperabilità dei fondi e qualsiasi altra informazione utile per valutare l'esito di un possibile richiamo (art. 90, [31])

I fondi propri di base possono essere determinati seguendo un approccio indiretto oppure un approccio diretto. Il primo metodo prevede di calcolare la differenza

tra poste attive e passive dell'EBS dopo aver apportato alcuni aggiustamenti. Il secondo, che deve dare (obbligatoriamente) un risultato uguale al metodo indiretto, prevede di determinare i fondi propri di base come la sommatoria degli elementi patrimoniali che li compongono⁵.

Sia i fondi propri di base che quelli accessori sono classificati in 3 diversi livelli, denominati tier, in funzione della loro capacità di assorbire perdite nel tempo. Quelli accessori non possono essere collocati nel tier 1, il livello di qualità più elevata. Le direttiva precisa che le caratteristiche che concorrono alla classificazione sono:

- la disponibilità permanente,
- la subordinazione,
- la durata,
- l'assenza di obblighi o incentivi a rimborsare, di costi e di gravami.

Le norme di secondo livello (Advice CEIOPS 39/09) stabiliscono le prerogative specifiche che devono possedere i fondi propri per poter rientrare nei diversi tier. Una volta effettuata la ripartizione, l'impresa di assicurazione deve verificare che siano rispettati i criteri quantitativi di ammissibilità a copertura del SCR e del MCR. Rispetto la direttiva originaria e in conseguenza della recente crisi finanziaria, le Autorità di Vigilanza hanno reso i canoni più restrittivi: ad esempio il totale dei fondi ammissibili alla copertura del SCR il tier 1 deve essere almeno del 50% e il tier 3 non superiore al 15%.

Visto il ragguardevole cambiamento introdotto da Solvency II e al fine di agevolare il superamento della precedente normativa, il legislatore ha fissato talune norme transitorie dette di grandfathering, meno condizionanti e restrittive, che vanno incontro alle esigenze dell'industria assicurativa.

1.4.4 I requisiti di capitale: SCR e MCR

Il primo pilastro di Solvency II ha l'obiettivo di misurare quantitativamente i rischi dell'impresa di assicurazione e di determinare il requisito di solvibilità in funzione

⁵Per una più dettagliata spiegazione e illustrazione dei due metodi, che esula dall'obiettivo del presente lavoro, si rimanda alla direttiva stessa [31].

di tali rischi. Per tale scopo, come più sopra citato, sono previste dalla direttiva due soglie: il Solvency Capital Requirement (SCR) e il Minimum Capital Requirement (MCR). L'idea che sottende la scelta dei due requisiti è quella di poter graduare gli interventi della vigilanza con un'intensità maggiore se i fondi dell'impresa dovessero avvicinarsi e/o andare sotto l'una o l'altra barriera.

Minimum Capital Requirement

Il requisito minimo di solvibilità, come stabilito dall'articolo 129 della direttiva Solvency II è il livello di fondi «al di sotto del quale i contraenti e i beneficiari sarebbero esposti ad un livello di rischio inaccettabile qualora alle imprese di (ri)assicurazione fosse consentito di continuare la propria attività». L'impresa dovrà quindi, con una frequenza almeno trimestrale, determinare in modo chiaro e semplice la soglia minima di patrimonializzazione e comunicarla all'Autorità di Vigilanza.

Il MCR è calcolato come una funzione lineare di riserve tecniche, premi contabilizzati, capitale a rischio, imposte differite e costi amministrativi dell'impresa al netto della riassicurazione. La funzione lineare utilizzata di cui trattasi è calibrata sul VaR dei fondi propri di base dell'impresa di assicurazione (o di riassicurazione) con un livello di confidenza dell'85 % su un intervallo temporale di un anno. In ogni caso il legislatore stabilisce limiti relativi e assoluti per il MCR. Esso non può essere inferiore del 25% o superiore al 45% del SCR e bisogna tenere conto del valore minimo assoluto fissato dalla direttiva secondo la tipologia di attività svolta dall'impresa⁶. In formule la misurazione del MCR diviene:

$$MCR = \max \{MCR_{\text{comb}}; AMCR\}$$

dove AMCR denota l'ammontare di capitale minimo assoluto (stabilito nell'art.129, [31] o nell'art. 253 degli Atti Delegati [33]) mentre MCR_{combined} è uguale a:

$$MCR_{\text{comb}} = \min \{ \max [MCR_{\text{linear}}; 0.25 \cdot SCR]; 0.45 \cdot SCR \}$$

MCR_{linear} è ottenuto a sua volta come

⁶Si può notare che i vincoli posti al MCR fanno sì che questo coincida approssimativamente con 1/3 del SCR, riprendendo una relazione simile a quella della QG, rispetto al MMS, di Solvency I.

$$MCR_{\text{linear}} = MCR_{\text{linear,nl}} + MCR_{\text{linear,l}}$$

Gli articoli 250, 251 e 252 degli Atti Delegati e i relativi allegati illustrano in modo dettagliato come ottenere le due componenti: $MCR_{\text{linear,nl}}$, relativa agli impegni per contratti non-life e $MCR_{\text{linear,l}}$ per contratti life.

Solvency Capital Requirement

Il SCR, elemento centrale della direttiva Solvency II, riflette il vero profilo di rischio ed «è calibrato in modo da garantire che siano presi in considerazione tutti i rischi quantificabili cui è esposta un'impresa di assicurazione o di riassicurazione. Esso copre l'attività esistente nonché le nuove attività che si prevede vengano iscritte nel corso dei dodici mesi successivi. Per quanto riguarda l'attività esistente, esso copre esclusivamente le perdite inattese» [31]. Per specificare il SCR il legislatore ha dovuto indicare un'appropriata misura di rischio, un orizzonte temporale e un livello di confidenza. La direttiva prosegue infatti affermando che il SCR «corrisponde al valore a rischio dei fondi propri di base dell'impresa di assicurazione o di riassicurazione soggetto a un livello di confidenza del 99.5% su un periodo di un anno» (art 101, [31]). La misura di rischio scelta è perciò il valore a rischio, più comunemente Value at Risk (abbreviato VaR) definito come:

$$VaR_{\alpha}(X) = \inf_x \{P(X > x) \leq 1 - \alpha\}$$

dove X è, nel caso in esame, una perdita aleatoria, α il livello di confidenza, fissato al 0.995 e $P(\cdot)$ la misura di probabilità.

Dal punto di vista concettuale l'impresa deve stimare la distribuzione di probabilità dei fondi propri su un orizzonte temporale di un anno e calcolare le perdite che scaturirebbero in un determinato scenario stressato (o worst case scenario), individuato dal 95-esimo percentile.

Il calcolo del SCR, in base al presupposto della continuità aziendale, deve essere effettuato almeno una volta all'anno, monitorato e obbligatoriamente ricalcolato quando il profilo di rischio dell'impresa muta in modo significativo.

Una misura di rischio alternativa, in passato utilizzata nel QIS2, è il Tail VaR (o TVaR):

$$TVaR_\alpha(X) = E(X|X > VaR_\alpha(X))$$

nella cui formula valgono le notazioni riportate sopra⁷. Non passa inosservato come, dal punto di vista concettuale, il TVaR sia più efficace del VaR in quanto prende in esame la forma della coda della distribuzione, tenendo in considerazione l'entità dei diversi scenari limite. Viceversa il VaR non discrimina distribuzioni che differiscono per valori più estremi del percentile stressato. Per contro nella realtà pratica, valutare la coda di una distribuzione, può essere un'operazione statistica azzardata che può comportare molti errori di stima. Dall'adozione del QIS3 in poi si è quindi preferito utilizzare il VaR.

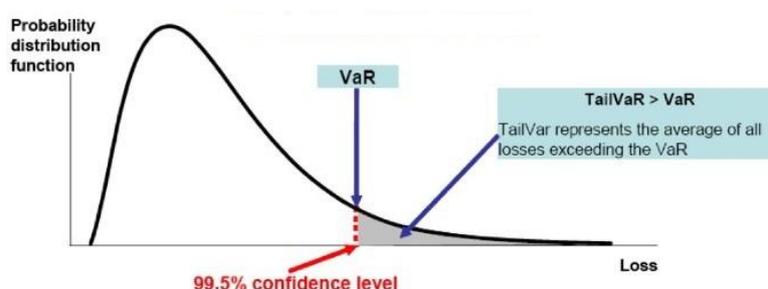


Figura 1.2: misure di rischio VaR e Tail VaR a parità di α

1.5 Metodologie per il calcolo del SCR

Solvency II prevede che l'impresa stabilisca il SCR usando il metodo più adatto alla propria realtà aziendale. Nella tabella sottostante sono indicati i diversi procedimenti utilizzati per la determinazione del SCR. Gli stessi sono riportati dall'alto al basso in ordine decrescente per complessità e sensibilità al profilo specifico di rischio dell'impresa.

La Standard Formula rappresenta la base e il punto di riferimento della direttiva da cui si muovono gli altri metodi di misurazione del SCR e declina i principi statuiti

⁷Il livello di confidenza scelto nel QIS2 dall'Autorità di Vigilanza era pari a 0.99.

Full Internal Model
Partial Internal Model
Standard Formula with USP
Standard Formula

Tabella 1.2: metodologie previste da Solvency II per il calcolo dei requisiti di capitale

nella realtà pratica⁸. Esistono due approcci metodologici che sono stati utilizzati all'interno della Standard Formula:

- factor-based approach,
- scenario-based approach.

Il primo viene utilizzato principalmente per i rischi dei rami non-life, default e operational ed è basato sull'applicazione di fattori a misure di esposizione al rischio, tipicamente dei volumi monetari. Alla base vi è la considerazione che esista una formula chiusa in grado di esprimere una relazione tra il requisito di capitale e la misura di rischio. Il requisito si ottiene perciò applicando formule predeterminate con fattori prefissati opportunamente calibrati dall'EIOPA per riprodurre un livello $VaR_{99.5\%}$ su un orizzonte annuale.

L'approccio scenario-based, più tipicamente usato nei rami life e per i market risk si impernia sulla valutazione degli effetti prodotti da uno scenario estremo (anche in questo caso calibrato secondo una misura $VaR_{99.5\%}$ a un anno).

La direttiva Solvency II tuttavia non si conclude con la Standard Formula. Oltre ad assicurare che le compagnie siano dotate di un capitale appropriato rispetto i rischi a cui il proprio business è esposto, vuole incoraggiare le stesse a sviluppare e usare migliori tecniche di gestione così da monitorare e controllare il proprio profilo di rischio. A tal fine l'approccio standardizzato comporta generalmente (ma non sempre) una sovrastima dei requisiti di capitale, generando un maggiore interesse da parte delle compagnie a utilizzare i modelli interni, che colgono con maggiore precisione rispetto alla realtà aziendale la natura, l'entità e la connessione dei vari

⁸L'EIOPA prevede la possibilità di usare una Standard Formula con delle semplificazioni per il calcolo del requisito di capitale di quei rischi che risultano essere di scarsa rilevanza. Tuttavia l'argomento non è stato adeguatamente spiegato nella normativa, risultando poco chiaro.

rischi. In tal modo si quantificherà un capitale che rappresenta in modo migliore lo specifico profilo di rischio⁹.

Nella scelta del metodo da utilizzare, l'impresa deve effettuare una stima del genere, dell'importanza e della complessità dei rischi che gravano su di essa e considerare gli effetti che tale scelta determina in termini di costi. Una volta ottenuta l'autorizzazione dall'Autorità di Vigilanza, l'impresa potrà utilizzare il criterio prescelto per calcolare il requisito di capitale.

I grandi gruppi assicurativi e le grandi compagnie si sono mossi e si stanno muovendo verso la ricerca di propri modelli interni. Il mercato europeo tuttavia conta un vasto numero di piccole e medie imprese di assicurazione che sia per ragioni di costi di implementazione che per ragioni di convenienza in termini di capitale assorbito continueranno a utilizzare, almeno nel breve periodo la Standard Formula. I parametri specifici di impresa rappresentano un'alternativa, insieme al partial internal model, che si pone a metà strada tra la Standard Formula e il modello interno completo.

Gli USP, trattati nel capitolo successivo, consentono di sostituire ad un gruppo di parametri della Standard Formula, analoghi calcolati e stimati direttamente sui dati dell'impresa. Questa condotta di calcolo del SCR, "personalizzando" alcuni parametri pur mantenendo fissa la logica della Standard Formula ha avuto un riscontro positivo e rappresenta una delle opzioni inizialmente più diffuse tra imprese di assicurazione europee.

⁹È importante ricordare che quando un modello stocastico viene implementato da un'impresa, soprattutto con riferimento a un modello interno, bisogna prestare molta attenzione e cercare di contenere i tre rischi che seguono:

- model risk, ossia il rischio che il modello scelto per riprodurre un fenomeno non sia adeguato a cogliere la complessità del mondo reale;
- il rischio di stimare in modo inappropriato i parametri del modello, chiamato parameter risk;
- il process risk, che deriva dalla variabilità insita nel fenomeno di studio e che incorre quando gli input del modello non sono consoni a rappresentare l'intera gamma di possibili risultati.

1.6 La Standard Formula

La Standard Formula adotta un approccio modulare a struttura piramidale. Le diverse fonti di rischio vengono valutate in modo separato e poi via via aggregate ad ogni livello.

La struttura modulare garantisce una grande flessibilità e consente di modificarne solo alcune parti, senza dover alterare l'intero schema, nel caso in cui dovessero emergere nuovi rischi o si ritenesse necessario revisionarne alcuni.

Tale duttilità è un'ottima caratteristica perchè permette l'adozione di modelli interni parziali e un avvicinamento progressivo al modello interno completo.

Solvency II si adopera affinché le imprese di assicurazione siano in grado di identificare, misurare, gestire e controllare adeguatamente i rischi. A tal proposito un altro vantaggio della struttura modulare è rappresentato dalla sua comprensibilità; infatti i rischi vengono classificati ed evidenziati in modo immediato quando l'impresa deve attuare la verifica dell'effettivo profilo di rischio tramite l'ORSA.

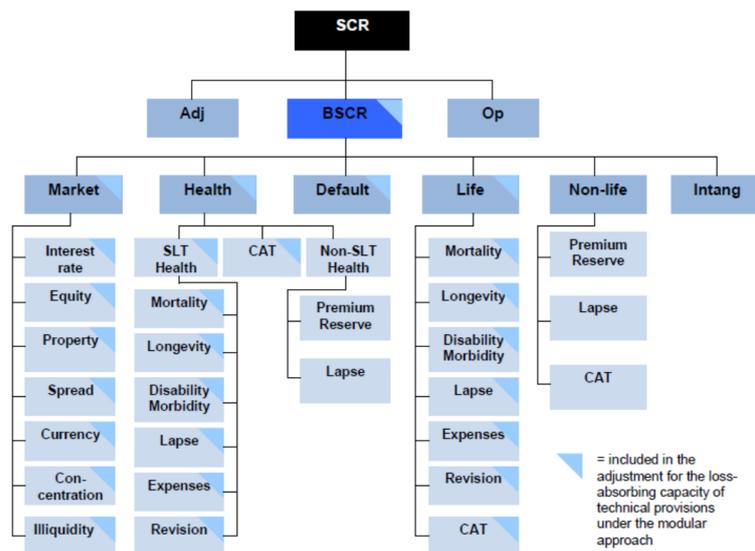


Figura 1.3: la struttura modulare della Standard Formula di Solvency II

Il risultato finale a cui giunge la Standard Formula è il SCR. Quest'ultimo è ottenuto come somma algebrica del Basic SCR e del modulo operational risk, considerando gli adjustment (Adj) che riflettono la capacità di assorbimento di perdite sia delle riserve tecniche (Adj_{TF}) che delle imposte differite (Adj_{DT}).

In formula il SCR è pari a:

$$SCR = BSCR + Adj + SCR_{OP} \quad (1.1)$$

Il Basic SCR (BSCR) è ottenuto aggregando i sei moduli che corrispondono ai macrorischi ipotizzati dal primo pilastro di Solvency II.

$$BSCR = \sqrt{\sum_{ij} Corr_{ij} \cdot SCR_i \cdot SCR_j + SCR_{Intangibles}} \quad (1.2)$$

Dove i e j indicano i sei moduli che compongono il BSCR e $Corr_{ij}$ il coefficiente di correlazione lineare tra l' i -esimo e il j -esimo modulo. La matrice di correlazione degli Atti Delegati, fissata dall'EIOPA, è riportata nella tabella 1.3.

Modulo i/j	Market	Default	Life	Health	Non-Life
Market	1				
Default	0.25	1			
Life	0.25	0.25	1		
Health	0.25	0.25	0.25	1	
Non-Life	0.25	0.50	0	0	1

Tabella 1.3: matrice di correlazione tra moduli degli Atti Delegati

In merito alla logica che sottende la formula (1.2) per il calcolo del BSCR, si sottolinea che i requisiti di capitale rappresentano dei VaR e aggregare tali misure di rischio richiede l'utilizzo di metodologie complesse. L'EIOPA ha risolto la questione effettuando una semplificazione e considerando gli SCR come se fossero degli scarti quadratici medi¹⁰.

L'uso di una matrice di correlazione come quella indicata dall'EIOPA si basa sull'assunzione che le dipendenze tra rischi possano essere completamente catturate usando un coefficiente di correlazione lineare. Questo approccio presenta alcune lacune. Alla inevitabile rigidità (tale matrice è fissata dall'Autorità di Vigilanza ed è unica per tutte le imprese) si aggiunge il fatto che usando un coefficiente di

¹⁰La formula proposta sarebbe corretta nel caso in cui ognuno dei sei macrorischi indicati dall'EIOPA avesse distribuzione appartenente alla famiglia ellittica che permetterebbe di esprimere il VaR come un moltiplicatore esatto della deviazione standard.

correlazione lineare non riesca a cogliere eventuali relazioni di tipo non lineare e quindi non sono presi in considerazione eventuali tail dependencies, fenomeno proprio del contesto assicurativo.

A causa di tali "imperfezioni" i coefficienti di correlazione sono stati scelti in modo tale da raggiungere la migliore approssimazione di un VaR al 99.5% per il requisito di capitale aggregato.

La scelta dei parametri da usare come coefficienti di correlazione ha un notevole impatto sul requisito finale. Le due principali ragioni che fanno sì che una correlazione lineare sia insufficiente per riflettere in modo adeguato la dipendenza tra due distribuzioni, producendo sottostime o sovrastime per il requisito aggregato, sono le seguenti:

- la relazione tra le due distribuzioni non è lineare;
- lo shape delle distribuzioni marginali sono significativamente differenti da quelli di una distribuzione normale, per esempio nel caso in cui tali distribuzioni non siano simmetriche.

Sfortunatamente entrambe queste caratteristiche sono presenti nei rischi a cui un'impresa di assicurazione è esposta e per questa ragione la scelta fatta dall'EIOPA può rivelarsi, in alcune circostanze, inappropriata.

Nella Standard Formula gli elementi della matrice di correlazione dovrebbero essere scelti in modo tale da approssimare nel modo migliore il VaR al 99.5% per il SCR aggregato. Dal punto di vista matematico questo concetto si traduce nello scegliere il parametro ρ tale che minimizzi il seguente errore di aggregazione:

$$|VaR(X + Y)^2 - VaR(X)^2 - VaR(Y)^2 - 2\rho \cdot VaR(x) \cdot VaR(Y)| \quad (1.3)$$

dove X e Y sono due variabili aleatorie con valore atteso nullo.

A difesa dell'Autorità di Vigilanza bisogna d'altro canto ricordare che la Standard Formula deve rappresentare un benchmark di riferimento e che la stima delle correlazioni costituisce sempre un elemento problematico e di non facile risoluzione. Inoltre la Standard Formula stessa è un notevole passo in avanti rispetto al sistema previsto da Solvency I e le imprese di assicurazione, qualora lo ritenessero

opportuno, hanno comunque la possibilità di sviluppare propri modelli interni per aggregare i rischi in modo più consono alla propria realtà.

La figura 1.3 mostra che il SCR prende in considerazione i seguenti moduli:

- **Market risk:** il rischio di mercato, definito dall'art. 105 di Solvency II, valuta «il rischio derivante dal livello o dalla volatilità dei prezzi degli strumenti finanziari che hanno un impatto sul valore delle attività e delle passività dell'impresa. Esso riflette adeguatamente il disallineamento strutturale tra attività e passività, in particolare rispetto alla loro durata». La posizione rispetto a tale rischio si misura stimando l'impatto dei movimenti delle variabili finanziarie. L'impresa deve distinguere tra partecipazioni in istituzioni finanziarie e di credito, per le quali non è previsto un requisito patrimoniale e altre partecipazioni o altri attivi e passivi. I rischi di mercato sono estremamente importanti e nei vari QIS rappresentano il modulo che assorbe più capitale nelle imprese life. Solvency II specifica diverse tipologie di rischio di mercato che vanno a costituire i singoli sottomoduli della formula standard.
 - **Interest rate risk:** «la sensibilità del valore delle attività, delle passività e degli strumenti finanziari a variazioni della struttura per scadenza dei tassi di interesse o della volatilità dei tassi di interesse». Il rischio di tasso di interesse affligge attività quali gli investimenti a reddito fisso, strumenti di finanziamento, derivati con sottostanti tassi di interesse.
 - **Equity risk:** «la sensibilità del valore delle attività, delle passività e degli strumenti finanziari a variazioni del livello o della volatilità dei prezzi di mercato degli strumenti di capitale».
 - **Property risk:** «la sensibilità del valore delle attività, delle passività e degli strumenti finanziari a variazioni del livello o della volatilità dei prezzi di mercato dei beni immobiliari».
 - **Spread risk:** «la sensibilità del valore delle attività, delle passività e degli strumenti finanziari a variazioni del livello o della volatilità degli spread di credito rispetto alla struttura per scadenze dei tassi di interesse privi di rischio».

- Currency risk: «la sensibilità del valore delle attività, delle passività e degli strumenti finanziari a variazioni del livello o della volatilità dei tassi di cambio delle valute».
- Concentration risk: «i rischi aggiuntivi per l'impresa di assicurazione derivanti o dalla mancanza di diversificazione del portafoglio delle attività o da grandi esposizioni al rischio di inadempimento da parte di un unico emittente di titoli o di un gruppo di emittenti collegati».
- Credit (default) risk: il rischio di inadempimento della controparte «riflette le possibili perdite dovute all'inadempimento imprevisto o al deterioramento del merito di credito delle controparti e dei debitori delle imprese di assicurazione e di riassicurazione nel corso dei successivi dodici mesi» (art. 105.6). Si tratta del rischio di credito a cui l'impresa di assicurazione è esposta su attività che non sono negoziate sui mercati finanziari (nel caso contrario in cui fossero negoziati rientrerebbe nello spread risk sopra elencato). Tale modulo comprende perciò i contratti con riassicuratori, cartolarizzazioni e derivati, crediti nei confronti di intermediari. La direttiva prevede di discriminare le esposizioni non diversificabili, in cui la controparte ha un rating, da quelle che sono diversificate in cui la controparte è priva di rating. Il modulo opportunamente tiene conto delle garanzie che l'impresa di assicurazione detiene.
- Life underwriting risk: «il modulo del rischio di sottoscrizione per l'assicurazione vita riflette il rischio derivante da obbligazioni di assicurazione vita, tenuto conto dei pericoli coperti e delle procedure utilizzate nell'esercizio dell'attività». Per questo e per gli altri rischi di sottoscrizione, che rappresentano i rischi tipici ed esclusivi dell'impresa di assicurazione, il SCR viene determinato tenendo conto solamente degli effetti sui sinistri e sul valore delle passività a bilancio (al netto della riassicurazione) che si possono manifestare sui contratti in essere in un orizzonte annuale. Nel modulo Life questi fattori di rischio che impattano sul valore delle riserve tecniche (esclusi i rischi di altri moduli) sono:

- Mortality: sottomodulo che si applica quando un incremento del tasso di mortalità da luogo ad una variazione sfavorevole delle passività assicurative e si applica quindi a quei contratti in cui il capitale da pagare in caso di decesso dell'assicurato è maggiore della riserva tecnica (capitale sotto rischio positivo) come le polizze temporanee caso morte. Il requisito ad esso associato va a coprire una scelta non appropriata della base tecnica demografica di primo ordine p ($p < p^*$, dove p^* indica il tasso di mortalità effettivo).
- Longevity: coglie il rischio di una perdita o di una variazione sfavorevole del valore delle passività assicurative derivante da un calo del tasso di mortalità (incremento della longevità). Il requisito calcolato per tale modulo copre il rischio che un numero maggiore di assicurati sopravviva rispetto a quello atteso ($p < p^*$) e si applica a quei contratti in cui il capitale sotto rischio è negativo come per esempio le rendite e le polizze a capitale differito.
- Disability: riguarda quei contratti assicurativi che coprono perdite dovute a eventi quali malattie, incidenti, disabilità o spese mediche e quindi in cui una variazione dei tassi di invalidità, malattia o morbilità comporta un incremento delle obbligazioni dell'assicuratore. È un modulo residuale all'health underwriting risk.
- Lapse risk: sottomodulo che rappresenta il rischio di estinzione anticipata, coglie le perdite o variazioni delle passività prodotte da una modifica dei tassi di esercizio di tale opzione da parte degli assicurati. Nel QIS5 è risultato essere il sottomodulo più rilevante nelle assicurazioni di tipo life all'interno dei rischi di sottoscrizione con un assorbimento di circa il 46% del SCR per il modulo life underwriting risk. Il lapse risk deve prevedere tutte le opzioni, legali o contrattuali, previste per gli assicurati: quali ad esempio le opzioni che permettono l'interruzione, completa o parziale, la riduzione, la limitazione o la sospensione della copertura assicurativa.
- Expenses risk: copre il rischio di perdita o variazione sfavorevole nel valore delle passività assicurative, risultante da cambiamenti nel livello,

tendenza o volatilità delle spese sostenute in relazione ai contratti di assicurazione. Il rischio di spese, che nelle assicurazioni non-life può essere trascurato ha invece considerevole importanza nei contratti life.

- Revision risk: deriva da variazioni del tasso di revisione delle rendite, principalmente dovute a variazioni di norme nel quadro giuridico o dello stato di salute degli assicurati, che genera una perdita o una variazione sfavorevole del valore delle passività assicurative.
- Catastrophe risk: rischio catastrofe per le assicurazioni sulla vita, che deriva da eventi estremi o irregolari per i quali si ha una significativa incertezza nelle ipotesi di pricing e di costituzione delle riserve e che possono generare perdite o incrementi nel valore delle passività assicurative. Viene sviluppato dal legislatore ipotizzando scenari estremi di mortalità e/o morbilità ed è usualmente associato a prodotti che pagano un capitale in caso morte o malattia.
- Non-life underwriting risk: il rischio di sottoscrizione per l'assicurazione non vita riflette «il rischio di perdita o variazione sfavorevole del valore delle passività assicurative, derivante da oscillazioni riguardanti il momento di accadimento, la frequenza e la gravità degli eventi assicurati (rischio di tariffazione o premium risk) nonché il momento di accadimento e l'importo delle liquidazioni di sinistri (rischio di riservazione o reserve risk)». È compreso anche il rischio catastrofe (abbreviato come CAT risk) relativo al modulo non-life.
- Health underwriting risk: il modulo del rischio di sottoscrizione per le assicurazioni sulla malattia rispecchia il «rischio derivante dalla sottoscrizione di obbligazioni di assicurazione malattia, quando questa sia o meno praticata su una base tecnica simile a quella dell'assicurazione vita, tenuto conto sia dei pericoli coperti che dei processi utilizzati nell'esercizio dell'attività». Il modulo health è composto, oltre che dal CAT risk, da due sottomoduli classificati sulla base della loro natura tecnica.
 - SLT health: contratti per cui sono adottate metodologie e tecniche attuariali simili ai contratti vita.

- Non-SLT health: contratti per cui sono adottate metodologie e tecniche attuariali simili ai contratti danni.
- Operational risk: definito nella direttiva come «il rischio di perdite derivanti dall'inadeguatezza o dalla disfunzione di procedure interne, risorse umane o sistemi, oppure da eventi esogeni». Appare evidente come questo modulo rappresenti una miscelanea residuale dei rischi non considerati nei precedenti e che sono essenziali nell'ambito del risk management assicurativo. Tra i rischi operativi che possono compromettere la solvibilità dell'impresa, incidendo sulla sua efficienza e competitività, sono annoverate ad esempio perdite dovute a frodi (interne o esterne) pratiche commerciali scorrette o non conformi alle norme o malfunzionamento nei processi aziendali. data la difficile determinazione e misurazione di tali rischi, Solvency II ha stabilito nel secondo pilastro quei requisiti minimi di organizzazione e di governance che dovrebbero ridurre l'esposizione a tale tipologia di rischi.
- Intangible asset risk: il rispettivo requisito di capitale deve coprire il rischio che le attività immateriali dell'impresa subiscano un deprezzamento. Per questo modulo la Standard Formula, come mostra l'equazione (1.2), non prevede alcun tipo di diversificazione con l'aggregato degli altri cinque moduli (coefficiente di correlazione pari a 1). Nel QIS5, sia per le imprese non-life che per quelle life, il modulo intangible ha richiesto ugualmente un requisito di capitale del tutto trascurabile (0.1% del BSCR per le imprese life, 0.4% per le non-life).

Le assunzioni alla base della struttura della Standard Formula possono essere riassunte nelle seguenti:

- gli effetti di diversificazione tra i rischi vengono considerati quando i requisiti di capitale sono aggregati attraverso una matrice di correlazione lineare. I valori di tale matrice intendono riflettere le potenziali dipendenze nelle code delle distribuzioni nonché la stabilità di ogni ipotesi di legame in caso di condizioni estreme.
- Il SCR riguarda tutti i rischi quantificabili per l'exiting business e per quello atteso nei 12 mesi successivi. Nel caso si utilizzi un approccio scenario-based,

non si devono considerare cambiamenti nel valore delle attività e delle passività nei 12 mesi successivi allo scenario stressato. In tale circostanza il SCR traslascia i risultati del business che l'impresa si attende di sottoscrivere nei mesi successivi.

- Il SCR è calibrato usando un VaR dei fondi base di un'impresa di assicurazione soggetto a un livello di confidenza del 99.5% su orizzonte annuale. Questa calibrazione viene applicata per ogni modulo e sottomodulo.

Sia i rischi quantificabili che la Standard Formula traslascia (ad esempio l'inflation risk o il liquidity risk) sia quelli difficilmente quantificabili (ad esempio il rischio reputazionale o quello strategico) rientrano nell'ambito del secondo pilastro di Solvency II.

1.7 Il modulo Non-Life Underwriting risk

Il modulo non-life underwriting risk è composto da tre sottomoduli: premium & reserve risk, catastrophe risk e lapse risk.

- Il sottomodulo premium & reserve risk contiene i due principali rischi per i rami non-life¹¹:
 - Il rischio di tariffazione (premium risk) ossia il rischio che i premi relativi ai nuovi contratti stipulati nell'anno e la riserva premi iniziale non siano sufficienti a coprire il costo dei sinistri, comprese le relative spese (in tale rischio troviamo quindi implicitamente l'expense risk). È originato dai contratti che verranno sottoscritti durante l'anno successivo e dai rischi ancora in essere su quelli esistenti.
 - Il rischio di riservazione (reserve risk) riflette la variabilità sia nel timing che nell'importo dei pagamenti dei sinistri. È il rischio di riportare un run-off negativo, cioè che la riserva sinistri accantonata alla data di valutazione risulti insufficiente su un orizzonte temporale annuale. Tale rischio ha due fonti: da un lato l'ammontare stimato da accantonare a

¹¹Nel QIS2 i due rischi erano separati, dal QIS3 in poi sono sempre aggregati in un unico sottomodulo.

riserva potrebbe risultare non adeguato rispetto al pagamento dei sinistri; dall'altro la riserva può oscillare attorno al suo valore atteso a causa della natura stocastica dei pagamenti futuri dei sinistri.

Il sottomodulo premium & reserve risk considera solamente le perdite che incorrono su base regolare senza concernere gli eventi estremi (i cui rischi rientrano nel CAT risk).

- Il sottomodulo catastrophe risk rileva «il rischio di perdite o variazioni sfavorevoli nel valore delle passività assicurative derivanti dall'elevata incertezza nelle ipotesi per la determinazione dei premi e per la costituzione di riserve tecniche a causa di eventi estremi o eccezionali». A sua volta tale sottomodulo è suddiviso differenziando con più puntuale precisione:
 - il rischio catastrofe provocato dall'attività umana (man-made);
 - il rischio di catastrofe per la riassicurazione non proporzionale su danni a beni;
 - il rischio di catastrofi naturali (natural);
 - il rischio di altre catastrofi che rientrano nelle assicurazioni non vita.
- Il sottomodulo lapse risk, ossia il rischio di estinzione anticipata che deriva dalle perdite che possono essere generate dall'esercizio, da parte degli assicurati, delle opzioni di risoluzione contrattuale negli accordi assicurativi.

Tale modulo ha finalità di determinare il requisito di capitale che concorre al calcolo del BSCR per i rischi di sottoscrizione dei rami non-life. Tale requisito, indicato con SCR_{nl} , è ottenuto mediante la formula:

$$SCR_{nl} = \sqrt{\sum_{i,j} CorrNL_{i,j} \cdot SCR_i \cdot SCR_j}. \quad (1.4)$$

Dove i e j individuano i tre sottomoduli sopra elencati e SCR_i il requisito di capitale dell' i -esimo sottomodulo. $CorrNL_{i,j}$ è la correlazione tra l' i -esimo e il j -esimo sottomodulo che si ricava dalla matrice indicata nell'art. 114 degli Atti Delegati di Solvency II di seguito riportata.

Sottomodulo i/j	Premium & reserve	Catastrophe	Lapse
Premium & reserve	1		
Catastrophe	0.25	1	
Lapse	0	0	1

Tabella 1.4: matrice di correlazione tra i sottomoduli del non-life underwriting risk

Il requisito di capitale per il rischio di sottoscrizione catastrofale è quindi calcolato con la seguente formula:

$$SCR_{nl,CAT} = \sqrt{(SCR_{natCAT} + SCR_{npproperty})^2 + SCR_{mmCAT}^2 + SCR_{CATother}^2}. \quad (1.5)$$

A loro volta tali sottomoduli sono suddivisi in contesti specifici. Le stime del requisito di capitale si basano su scenari standardizzati o alternativamente si servono di metodi factor-based. Il legislatore invita le imprese a utilizzare la prima tipologia per tutte le esposizioni.

Per il rischio di estinzione anticipata (lapse risk) gli Atti Delegati (art. 118.1, 2, 3) specificano che il requisito patrimoniale coincide con la perdita dei fondi propri dell'impresa derivante dalla combinazione dei seguenti eventi:

- La cessazione del 40% delle polizze di assicurazione che comporta un aumento delle riserve tecniche, senza considerare il risk margin (in caso di trattati riassicurativi quanto esplicito si rivolge ai contratti sottostanti).
- La cessazione del 40% dei futuri contratti stipulati, nella circostanza in cui siano previsti dei trattati di riassicurazione utilizzati nella valutazione della riserva tecnica.

L'impresa stima la perdita dei fondi propri valutando il tipo di cessazione che produce gli effetti negativi maggiori sul capitale (in termini di singola polizza).

Premium & reserve risk

È importante considerare l'origine del premium risk e del reserve risk prima di illustrare la logica del calcolo del requisito di capitale per il sottomodulo che li contiene.

Il risultato tecnico (TR) della gestione operativa dell'anno t , trascurando gli effetti finanziari e la politica riassicurativa, viene definito come:

$$\widetilde{TR}_t = B_t - \widetilde{E}_t - \widetilde{X}_t, \quad (1.6)$$

dove B indica l'ammontare dei premi di competenza¹², \widetilde{E} le spese, \widetilde{X} la variabile aleatoria sinistri di competenza. \widetilde{X} si può scindere nel seguente modo:

$$\widetilde{X}_t = \widetilde{X}'_t + \Delta R^s = \widetilde{X}'_t + \widetilde{R}_t^s - R_{t-1}^s. \quad (1.7)$$

A loro volta \widetilde{X}'_t e \widetilde{R}_t^s , che indicano rispettivamente i sinistri pagati nell'anno t e la riserva sinistri alla fine dell'anno t , possono essere scomposti nella componente relativo all'esercizio (E) e in quella proveniente dagli esercizi precedenti (EP):

$$\widetilde{X}'_t = \widetilde{X}'^{(E)}_t + \widetilde{X}'^{(EP)}_t, \quad (1.8)$$

$$\widetilde{R}_t^s = \widetilde{R}_t^{s(E)} + \widetilde{R}_t^{s(EP)}. \quad (1.9)$$

Sostituendo le formule (1.8) e la (1.9) nella equazione (1.7) e quindi nella (1.6) si ottiene la relazione

$$\widetilde{TR}_t = B - \widetilde{E}_t - \widetilde{X}'^{(E)}_t - \widetilde{R}_t^{s(E)} + \widetilde{CDR}_t, \quad (1.10)$$

dove \widetilde{CDR} , definito come:

$$\widetilde{CDR}_t = R_{t-1}^s - \widetilde{X}'^{(EP)}_t - \widetilde{R}_t^{s(EP)}$$

è il claim development result o run-off della riserva sinistri, pari alla differenza tra la riserva sinistri a inizio anno, i sinistri liquidati durante l'anno per sinistri di anni precedenti e la riserva sinistri valutata a fine anno per i sinistri di anni passati. Il valore atteso del \widetilde{CDR} è nullo in quanto si assume che la riserva sia una best estimate. Aggiungendo e sottraendo il valore atteso $E[\widetilde{X}_t]$ della variabile aleatoria costo sinistri, l'equazione (1.6) può essere riscritta nel seguente modo:

¹²I premi vengono ipotizzati non aleatori anche se nella realtà operativa ciò che è noto è il tasso di premio, mentre non si conosce il volume d'affari.

$$\widetilde{TR} = \left(B_t - \widetilde{E}_t - E[\widetilde{X}_t] \right) - \left(X_t - E[\widetilde{X}_t] \right) + \widetilde{CDR}_t. \quad (1.11)$$

Il risultato tecnico è divisibile in tre componenti:

- $B_t - \widetilde{E}_t - E[\widetilde{X}_t]$ è l'esito (atteso) del pricing e coincide con il caricamento di sicurezza.
- $X_t - E[\widetilde{X}_t]$ rappresenta la deviazione del costo totale sinistri dal valore che la compagnia si aspetta e su cui ha basato il pricing; si tratta del premium risk.
- \widetilde{CDR}_t è il run-off della riserva sinistri (indicatore della bontà della riservazione della compagnia) da cui deriva il reserve risk.

Di seguito si riporta il calcolo del requisito di capitale secondo la Standard Formula prevista nella direttiva Solvency II. Le assunzioni su cui l'EIOPA basa l'approccio metodologico sono le seguenti:

- il rischio sottostante segue una distribuzione lognormale¹³;
- i parametri di correlazione tra segmenti e tra premium risk e reserve risk tengono conto implicitamente di relazioni più complesse tra rischi;
- i premi di competenza netti può essere utilizzata come misura di esposizione al rischio;
- la riserva sinistri netta può essere usata come misura di esposizione al rischio;
- le spese non evolvono in modo differente o contrastante rispetto al rischio sottostante;
- il valore atteso del combined ratio del portafoglio e quello del run-off ratio del portafoglio non cambiano nel tempo.

¹³La distribuzione del sottomodulo premium & reserve risk non sarebbe esprimibile in forma analitica se premium risk e reserve risk fossero entrambi ipotizzati lognormali; l'unione di due variabili lognormali non si distribuisce infatti come una lognormale. Tuttavia, questa assunzione sul rischio aggregato comporta un errore contenuto che non ha effetti significativi sul risultato.

A seguito di tale premessa il SCR per il sottomodulo deve essere determinato attraverso la relazione

$$SCR_{nl\ prem\ res} = 3 \cdot \sigma_{nl} \cdot V_{nl}, \quad (1.12)$$

in cui σ_{nl} è la deviazione standard su base unitaria e V_{nl} è la misura di volume da applicare alla deviazione standard.

La formula quantifica il $SCR_{nl\ prem\ res}$ come una funzione della variabilità unitaria a cui viene applicato un volume monetario per ottenere una grandezza che rappresenti il requisito in termini di capitale. Dal punto di vista teorico si ottiene:

$$SCR_{nl\ prem\ res} = \rho(\sigma_{nl}) \cdot V_{nl}.$$

La motivazione per la quale negli Atti Delegati è stato scelto $\rho(\sigma_{nl}) = 3 \cdot \sigma_{nl}$ si deduce dall'impostazione prevista dal QIS3 al QIS5¹⁴. In questi studi di impatto quantitativo la funzione $\rho(\sigma_{nl})$ era pari a:

$$\rho(\sigma) = \frac{\exp \left[N_{0.995} \sqrt{\ln(\sigma^2 + 1)} \right]}{\sqrt{\sigma^2 + 1}} - 1 \quad (1.13)$$

in cui $N_{0.995}$ è il quantile di ordine 0.995 della distribuzione normale standard e \tilde{X} è una variabile aleatoria distribuita come una lognormale con valore atteso 1 e varianza pari a σ^2 . La formula (1.13) stima il $VaR_{99.5\%}$ della variabile aleatoria $\tilde{X} - E(\tilde{X})$ che nello schema di Solvency II individua il requisito patrimoniale richiesto. Il moltiplicatore che si ottiene è approssimativamente pari a 3, da qui la decisione dell'EIOPA di usare negli Atti Delegati questa semplificazione rimuovendo in modo esplicito l'assunzione di un'esatta distribuzione lognormale.

È importante sottolineare che l'ipotesi di lognormalità potrebbe, in alcuni casi, risultare non corretta, soprattutto se legata a compagnie di piccole dimensioni o caratterizzate da una forte variabilità nel costo sinistri. In queste situazioni applicare un moltiplicatore pari a 3 sottostima il requisito patrimoniale realmente necessario. Nella formula (1.12) la misura di volume V_{nl} è pari alla somma dei volumi V_s dei segmenti s previsti da Solvency II riportati nella tabella 1.5¹⁵.

¹⁴Nel QIS2 la ratio della formula era analoga tuttavia questa cambiava nella forma poiché la misura di rischio scelta era il TVaR al 99%.

¹⁵I segmenti sono specificati nell'allegato II degli Atti Delegati. Le 28 lines of business (LoB)

	Segmento	LoB
1	Motor vehicle liability insurance and proportional reinsurance	4, 16
2	Other motor insurance and proportional reinsurance	5, 17
3	Marine, aviation and transport insurance and proportional reinsurance	6, 18
4	Fire and other damage to property insurance and proportional reinsurance	7, 19
5	General liability insurance and proportional reinsurance	8, 20
6	Credit and suretyship insurance and proportional reinsurance	9, 21
7	Legal expenses insurance and proportional reinsurance	10, 22
8	Assistance and its proportional reinsurance	11, 23
9	Miscellaneous financial loss insurance and proportional reinsurance	12, 24
10	Non-proportional casualty reinsurance	26
11	Non-proportional marine, aviation and transport reinsurance	27
12	Non-proportional property reinsurance	28

Tabella 1.5: segmentazione delle obbligazioni di assicurazione e riassicurazione non-life

Il volume del segmento V_s è definito a sua volta come la somma di due componenti: la misura di volume per il rischio di tariffazione $V_{prem,s}$ e la misura di volume per il rischio di riservazione $V_{res,s}$:

$$V_s = (V_{prem,s} + V_{res,s}) \cdot (0.75 + 0.25 \cdot DIV_s). \quad (1.14)$$

Tale somma viene corretta tenendo conto della diversificazione geografica del segmento s . DIV_s è il fattore di diversificazione geografica, pari all'indice di Herfindhal e ottenuto come:

$$DIV_s = \frac{\sum_r (V_{prem,r,s} + V_{res,r,s})^2}{\left(\sum_r (V_{prem,r,s} + V_{res,r,s})\right)^2},$$

dove il pedice r indica le diverse regioni geografiche.

DIV_s è pari a 1 nel caso in cui la compagnia operi, per quel segmento, in una sola regione geografica; negli altri casi è inferiore a 1. Il massimo beneficio consentito è del 25% (nel caso limite in cui DIV_s sia pari a 0).

L'Autorità di Vigilanza aggiunge che DIV_s deve essere sempre posto pari a 1 e quindi non si riscontra alcun effetto di diversificazione geografica per:

- il segmento 6 credito e cauzione con la rispettiva riassicurazione proporzionale, i segmenti da 10 a 12 delle riassicurazioni non proporzionali e il segmento della riassicurazione non proporzionale malattia;

vengono elencate e illustrate nell'allegato I degli Atti Delegati di Solvency II. Le LoB da 1 a 3 e da 13 a 15 riguardano rispettivamente le assicurazioni mediche NSLT e le riassicurazioni proporzionali ad esse associate.

- i segmenti in cui si utilizza l'approccio USP per determinare gli scostamenti standard per segmento del rischio di tariffazione e di quello di riservazione. Mediante tale criterio la compagnia considera implicitamente l'effetto diversificazione.

Le aree geografiche (specificate nell'allegato II Atti Delegati) sono riportate nella tabella 1.6.

	Regione
1	Europa settentrionale
2	Europa occidentale
3	Europa orientale
4	Europa meridionale
5	Asia centrale e occidente
6	Asia orientale
7	Asia meridionale e sudorientale
8	Oceania
9	Africa settentrionale
10	Africa meridionale
11	America settentrionale esclusi USA
12	America caraibica e centrale
13	Sudamerica orientale
14	Sudamerica settentrionale, meridionale e occidentale
15	USA nordorientali
16	USA sudorientali
17	USA centroccidentali
18	USA occidentali

Tabella 1.6: regioni per il calcolo del fattore di diversificazione geografica

Nella relazione (1.14) $V_{prem,s}$ è la misura di volume per il rischio di tariffazione del segmento. Questa è ottenuta come:

$$V_{prem,s} = \max[P_s; P_{last,s}] + FP_{existing,s} + FP_{future,s}$$

La compagnia per determinare $V_{prem,s}$ dovrà considerare il maggiore tra la stima dei premi che verranno raccolti nell'anno successivo (P_s) e i premi raccolti negli ultimi 12 mesi $P_{last,s}$. A ciò l'impresa deve aggiungere due grandezze:

- il valore attuale atteso dei premi che l'impresa acquisirà dopo i 12 mesi successivi in relazione ai contratti del segmento già esistenti $FP_{existing,s}$;
- il valore attuale atteso dei premi che l'impresa operante nel segmento s acquisirà per i contratti la cui data di rilevazione iniziale è compresa nei 12 mesi successivi, escludendo tuttavia i premi da acquisire durante i 12 mesi seguenti la data di rilevazione iniziale $FP_{future,s}$.

I premi sono da considerarsi (con alcune eccezioni) al netto della riassicurazione¹⁶. Alternativamente al calcolo sopra riportato, alle imprese è concesso di ottenere la misura di volume applicando la seguente relazione:

$$V_{prem,s} = P_s + FP_{existing,s} + FP_{future,s},$$

a patto che siano soddisfatte le seguenti condizioni:

- l'organo amministrativo direttivo o di vigilanza dell'impresa ha statuito che i premi acquisiti nel segmento s nei 12 mesi successivi non eccederanno P_s ;
- l'impresa si è dotata di efficaci meccanismi di controllo per garantire il rispetto dei limiti imposti nel punto precedente;
- l'impresa ha comunicato, motivandola, la propria decisione all'Autorità di Vigilanza.

È importante sottolineare che il volume premi, pur essendo una corretta misura di esposizione al rischio, presenta alcune debolezze poiché rappresenta esso stesso una stima. Fattori quali politiche e risultati commerciali insieme a cicli economici di sottoscrizioni del business possono rendere imprecisa e non agevole tale stima.

Da ultimo il volume della componente reserve $V_{res,s}$ è pari alla best estimate della riserva sinistri per il segmento considerato (il risk margin viene tralasciato) al netto della riassicurazione:

$$V_{res,s} = BE_{NettoRiass,s}.$$

La determinazione della standard deviation complessiva per il sottomodulo premium & reserve risk σ_{nl} avviene tramite un processo di aggregazione a due stadi. Per primo la compagnia deve unire per ogni segmento la deviazione premium e quella reserve con un coefficiente di correlazione pari a 0.5. La scelta di un legame positivo trova giustificazione in quanto fattori come l'inflazione sinistri o variazioni legislative hanno un impatto su entrambi i rischi:

$$\sigma_s = \frac{\sqrt{(\sigma_{prem,s} V_{prem,s})^2 + 2 \cdot 0.5 \cdot \sigma_{prem,s} \sigma_{res,s} V_{prem,s} V_{res,s} + (\sigma_{res,s} V_{res,s})^2}}{V_{prem,s} + V_{res,s}}.$$

¹⁶Si veda art. 116.5 Atti Delegati Solvency II.

In seguito aggregare rispetto a ogni segmento:

$$\sigma_{nl} = \sqrt{\frac{1}{V^2} \sum_{r,s} Corr_{r,s} \sigma_s V_s \sigma_r V_r}.$$

Nella formula V è la misura di volume complessiva di tutti rami¹⁷.

Il volume di ogni segmento a sua volta è composto da $V_{prem,s} + V_{res,s}$.

$Corr_{r,s}$ è il coefficiente di correlazione lineare tra il segmento r e il segmento s ed è preso dalla matrice di correlazione stabilita dall'Autorità di Vigilanza e riportata nella tabella 1.7 (si veda l'allegato IV degli Atti Delegati [33]).

Segmento	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1											
2	0.50	1										
3	0.50	0.25	1									
4	0.25	0.25	0.25	1								
5	0.50	0.25	0.25	0.25	1							
6	0.25	0.25	0.25	0.25	0.50	1						
7	0.50	0.50	0.25	0.25	0.50	0.50	1					
8	0.25	0.50	0.50	0.50	0.25	0.25	0.25	1				
9	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	1			
10	0.25	0.25	0.25	0.25	0.50	0.50	0.50	0.25	0.25	1		
11	0.25	0.25	0.50	0.50	0.25	0.25	0.25	0.25	0.50	0.25	1	
12	0.25	0.25	0.25	0.50	0.25	0.25	0.25	0.50	0.25	0.25	0.25	1

Tabella 1.7: matrice di correlazione tra segmenti

I coefficienti $\sigma_{prem,s}$ e $\sigma_{res,s}$ che indicano le standard deviation relative per ramo, vengono stabiliti dall'Autorità di Vigilanza attraverso una misurazione ed elaborazione dei dati raccolti dalle imprese partecipanti del mercato europeo. Tali parametri vengono chiamati market-wide (abbreviati MW). L'impresa che usa la Standard Formula dovrà quindi utilizzare dei fattori di volatilità fissati dall'EIOPA e indicati nell'allegato II degli Atti Delegati [33].

I fattori di volatilità market-wide degli Atti Delegati per segmento sono riportati nella tabella sottostante.

In riferimento al premium risk, il fattore NP_s , già presente nel QIS5, è un coefficiente moltiplicativo di correzione che tiene conto degli effetti di mitigazione del rischio di trattati riassicurativi non proporzionali di tipo Excess of Loss sul segmento e consente di ridurre il fattore di volatilità market-wide. Esso è applicabile a condizione che:

¹⁷Non viene considerata la diversificazione geografica come nella formula (1.14).

Segmento	fattore standard premium risk	fattore standard reserve risk
1 Motor vehicle liability	10% · NP_s	9%
2 Other motor	8% · NP_s	8%
3 MAT	15% · NP_s	11%
4 Fire	8% · NP_s	10%
5 Third-party liability	14% · NP_s	11%
6 Credit	12% · NP_s	19%
7 Legal expenses	7% · NP_s	12%
8 Assistance	9% · NP_s	20%
9 Miscellaneous	13% · NP_s	20%
10 Np reins (cas)	17%	20%
11 Np reins (MAT)	17%	20%
12 Np reins (prop)	17%	20%

Tabella 1.8: volatility factor market-wide per premium risk e reserve risk

- con la riassicurazione si coprono tutti i sinistri del segmento a cui l'impresa può far fronte nell'anno successivo;
- sia prevista la possibilità di reinstatement, cioè che in caso di sinistro la portata sia riattivata;
- siano soddisfatti i requisiti delle tecniche di risk mitigation previsti dalle technical specifications.

Nel precedente QIS5 l'Autorità di Vigilanza prevedeva che l'impresa calcolasse NP_s in base alla formula:

$$NP_s = \sqrt{\frac{1 + \left(\frac{\omega_{LoB}^{netRiass}}{M_s^{netRiass}}\right)^2}{1 + \left(\frac{\omega_{LoB}^{grossRiass}}{M_s^{grossRiass}}\right)^2}}$$

dove M e ω sono rispettivamente media e varianza del claim size calcolati al netto e al lordo della riassicurazione. L' NP_s del QIS5 è quindi il rapporto tra il coefficiente di variabilità del costo sinistri netto e il medesimo indice calcolato al lordo della riassicurazione. Infatti nel Collective Risk Model, se indichiamo con \tilde{Z} la variabile aleatoria claim size, \tilde{N} il numero sinistri distribuito come una Poisson e \tilde{X} il costo sinistri aggregato, otteniamo:

$$\tilde{N} \sim Poi$$

$$\tilde{X} = \sum_{i=1}^{\tilde{N}} \tilde{Z}_i$$

e poiché vale la relazione

$$CoV_{\tilde{X}} = \sqrt{\frac{1 + (CoV_{\tilde{Z}})^2}{n}}, \quad (1.15)$$

si nota che l' NP_s del QIS5 coincide con il rapporto tra variabilità relative del costo aggregato dei sinistri al netto e al lordo riassicurazione:

$$NP_s = \sqrt{\frac{1 + (CoV_{\tilde{Z},net})^2}{1 + (CoV_{\tilde{Z},gross})^2}} = \frac{CoV_{\tilde{X},net}}{CoV_{\tilde{X},gross}}. \quad (1.16)$$

Uno dei maggiori difetti di tale criterio di calcolo si riverbera nella formula (1.15) e in quella successiva (1.16) che valgono nel caso in cui \tilde{X} sia un processo di Poisson composto semplice. Ipotizzare l'assenza di volatilità sistematica e non contemplare tale componente indiversificabile di rischio comporta una notevole sottostima della rischiosità dell'impresa e una corrispondente sovrastima del beneficio degli effetti di risk mitigation della riassicurazione.

Negli Atti Delegati, al contrario, il fattore NP_s è fissato dall'EIOPA all'80% per i segmenti 1, 4 e 5, rispettivamente motor third-party liability insurance, fire and other damage to property insurance e general liability insurance. Per tutti gli altri segmenti NP_s è posto pari a 100% e quindi non si riconosce alcun beneficio¹⁸.

L'Autorità di Vigilanza ha voluto inserire negli Atti Delegati, a fronte di questa maggiore rigidità, una metodologia di tipo undertaking-specific per il calcolo del coefficiente di correzione NP_s . Se l'impresa calcola il SCR per il non-life underwriting risk utilizzando i parametri market-wide, questa può stimare il cosiddetto NP_{USP} ottenuto combinando NP_s con lo stesso indicatore determinato con i dati della compagnia attraverso la metodologia illustrata nell'allegato XVII degli Atti Delegati [33], indicato con NP' . I pesi da utilizzare sono coefficienti di credibilità che variano in funzione della bontà dei dati che l'impresa usa per la stima di NP' .

Per quanto concerne i fattori di volatilità market-wide per il reserve risk, riportati nella tabella 1.8, il legislatore non ha previsto alcun tipo di aggiustamento.

¹⁸Nel QIS5 l'EIOPA consentiva il calcolo di NP_s su tutti i segmenti eccetto 10, 11 e 12 (le tre riassicurazioni non proporzionali).

Calibrazione dei fattori di rischio

Dopo il QIS5 l'EIOPA ha pubblicato i risultati delle analisi condotte dal JWG¹⁹ incaricato di quantificare i valori dei singoli fattori di rischio per LoB del premium risk e del reserve risk, a partire dai risultati del quinto studio di impatto quantitativo, nel percorso di revisione che conduce ai definitivi valori dei parametri per il calcolo del SCR. Il lavoro del JWG è significativo perché consente di comprendere la ratio dei parametri market-wide da utilizzare nella Standard Formula. I risultati della ricerca del JWG hanno costituito la base teorica su cui si è innestata l'elaborazione normativa della Commissione europea volta alla definizione dei coefficienti standard di rischio.

Per garantire la rappresentatività del campione di dati raccolto rispetto all'intero mercato europeo, l'EIOPA ha esortato alla partecipazione imprese e stati membri coinvolti nel progetto Solvency II.

Per l'analisi sul fattore del premium risk le imprese partecipanti hanno fornito dati, divisi per LoB e per anno di accadimento, quali:

- il volume dei premi di competenza per anno di accadimento al lordo delle spese di acquisizione;
- informazioni rilevanti sulle spese (ad esempio ammontare ULAE e ALAE);
- informazioni sul costo ultimo stimato sia alla data corrente sia alla fine del primo anno di sviluppo.

Le imprese hanno fornito, per l'analisi del reserve risk, divisi per LoB e per anno di accadimento, informazioni quali:

- i triangoli di run-off del costo sinistri pagato;
- i triangoli di run-off del costo sinistri riservato;
- separatamente informazioni sul costo ultimo stimato sia alla data corrente sia alla fine del primo anno di sviluppo.

¹⁹Il Joint Working Group è un gruppo composto da membri dell'EIOPA, dell'AMICE, dal CRO Forum, dal Group Consultatif the CEA e da membri osservatori della Commissione europea. Il suo mandato è quello di fornire consigli e consulenze sulla calibrazione dei parametri di rischio.

In aggiunta, alle imprese è stato chiesto di inviare separatamente per entrambi i rischi i dati al lordo della riassicurazione comprensivi dei sinistri catastrofali, gli stessi al lordo della riassicurazione escludendo i sinistri catastrofali e infine al netto della riassicurazione e dei sinistri catastrofali. I dati raccolti dal JWG hanno palesato un significativo miglioramento rispetto alla calibrazione precedente il QIS5. A seguito di un'attenta scrematura dei dati, un totale di 2698 imprese di 26 paesi sono state incluse nell'indagine.

Per il premium risk è stato sviluppato un modello secondo cui la media del costo sinistri è proporzionale al volume dei premi di competenza e in cui il fattore di proporzionalità è un loss ratio che deve essere opportunamente stimato. La varianza invece è legata in modo quadratico ai premi di competenza. Dopo averle specificate, media e varianza sono inserite in un modello probabilistico per cui il JWG ha previsto due possibilità: un'ipotesi di normalità e una di lognormalità.

La scelta di utilizzare i parametri stimati all'interno di un preciso metodo statistico consente di avere delle assunzioni come riferimento. Secondo Solvency II, ciò faciliterà le imprese nello svolgimento del processo ORSA. È questo il motivo per cui l'Autorità di Vigilanza ha preferito definire dei veri e propri modelli in cui inserire i parametri piuttosto che adoperare dei procedimenti più specifici e diretti, come ad esempio impiegare la media o la mediana dei coefficienti di variabilità dei dati raccolti, nei quali però i presupposti alla base non sarebbero stati espliciti, creando difficoltà in un'ottica di revisione e valutazione.

Il parametro standard del reserve risk è stato calibrato dal JWG con un metodo analogo a quello usato per il premium risk (chiamato "premium-type risk method") in cui il rischio di run-off viene studiato rispetto al volume della riserva sinistri. È stato scelto questo criterio poiché permette di formalizzare un unico approccio per entrambi i rischi del sottomodulo reserve e premium risk.

Per valutare i risultati ottenuti dai metodi di stima, il JWG ha eseguito un controllo della bontà di adattamento (goodness of fit) attraverso scatter plot e probability-probability plot (P-P plot) per valutare in che modo i dati si mostrassero idonei rispetto alle ipotesi sottostanti asserite.

Il P-P plot valuta la congruità dell'ipotesi distributiva sottostante al modello. Il JWG ha privilegiato l'ipotesi di normalità che implica una trattazione matematica più

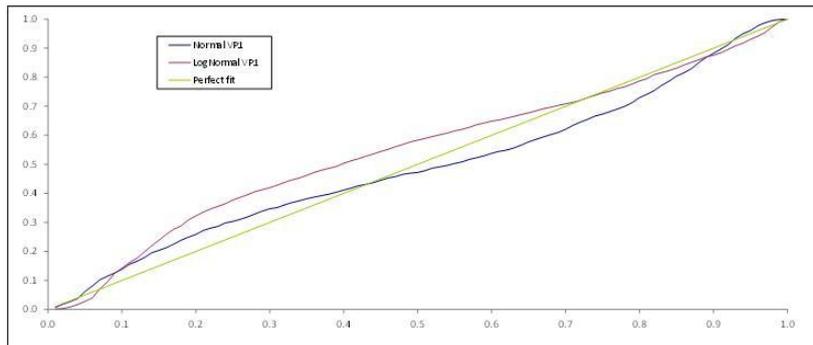


Figura 1.4: P-P plot del normal model e del lognormal model

semplice rispetto a quella di lognormalità²⁰.

Nella figura 1.5 è riportato lo scatter plot dell'analisi condotta sul ramo MTPL per il premium risk; con la variabilità relativa sull'asse delle ordinate e la dimensione del portafoglio su quello delle ascisse.

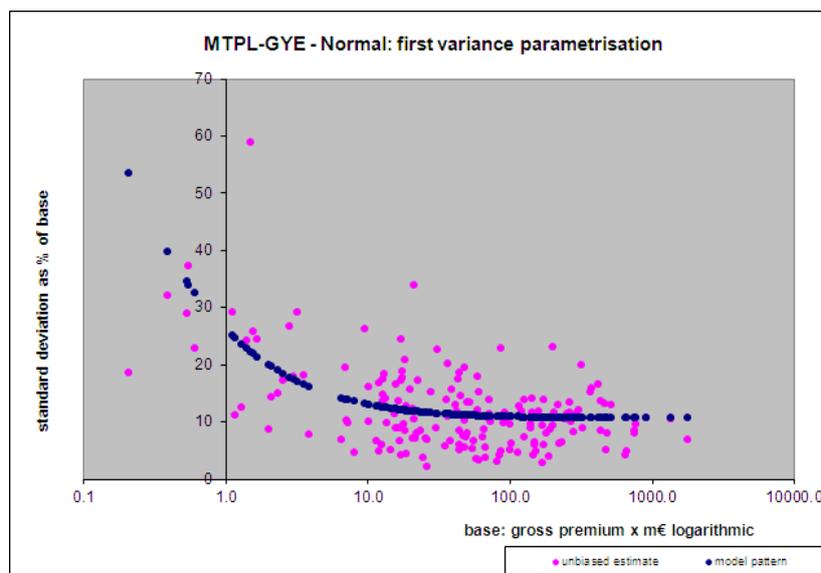


Figura 1.5: scatter plot del normal model (first variance) per il premium risk del segmento MTPL

I punti di colore rosa indicano le stime corrette della volatilità della specifica impresa e quindi il grado di aleatorietà a cui la medesima è esposta. I punti blu sono i risultati del modello di stima e indicano la tendenza comune del mercato al variare del volume di business. Il grafico mostra due note proprietà:

- il grado di volatilità relativa è decrescente al crescere del volume dell'impresa;

²⁰In aggiunta le analisi condotte sui risultati empirici per discriminare quale tra le due distribuzioni fosse la più adatta sono risultate inconcludenti.

- anche per portafogli di grandi dimensioni esiste una componente di rischio sistematico indiversificabile. Il livello a cui tende la variabilità relativa al crescere della dimensione del portafoglio è maggiore di zero.

La dimensione del portafoglio influenza il volatility factor sia del premium risk che del reserve risk. Il JWG ha il compito di ottenere un fattore di volatilità che sia indipendente dal volume del business dell'impresa²¹.

La ricerca di un fattore di rischio che tenga conto della dimensione del portafoglio è di fondamentale rilevanza. Il size factor è direttamente collegato al paese di appartenenza (paesi dell'unione piccoli hanno usualmente imprese più contenute) ed è influenzato da diverse componenti specifiche quali il tipo di copertura e il contesto legislativo.

Per evitare una scelta mal calibrata del fattore di rischio indipendente dalla dimensione del portafoglio, che avrebbe condotto a eccessive sottostime o sopravvalutazioni, il JWG ha utilizzato un aggiustamento selezionato attraverso una "compliance analysis".

L'idea alla base è quella di correggere la variabilità relativa stimata, per un fattore di calibrazione k . Il fattore combinato risultante dalla scelta di k deve far sì che una prescelta percentuale di imprese del mercato (o di sottoscrittori di polizze), detta percentuale di compliance, rispetti l'obiettivo prefissato dalla vigilanza prudenziale (nel caso di Solvency II un rischio al più dello 0.05% su orizzonte annuale).

Ad esempio se la percentuale di compliance è il 90%, ciò significa che:

- si sceglierà quel k tale per cui il 90% dei portafogli del mercato assicurativo abbia un livello di sicurezza di almeno il 99.5% quando il SCR è calcolato con il fattore combinato individuato (approccio company view);

²¹Nella Standard Formula del QIS2 era stato previsto un size factor sia per il sottomodulo premium che per quello reserve, a quel tempo separati. Tale size factor moltiplicativo assumeva valori compresi tra 1 e 2 e correggeva il sigma market-wide, comportando nel caso di portafogli di piccole dimensioni un raddoppiamento del parametro di volatilità. Ciò aveva causato una forte protesta da parte del mercato assicurativo e da alcuni stati membri, ragion per cui nei successivi QIS è stato eliminato.

- si sceglierà quel k tale per cui il 90% dei policyholder (o dei claimants in caso del reserve risk) abbia un livello di sicurezza di almeno il 99.5% quando il SCR è calcolato con il fattore combinato individuato (approccio policyholder view).

A causa dell'asimmetria della distribuzione del volume dei portafogli solitamente, a parità di percentuale di compliance, il fattore di calibrazione ricavato con un approccio company view è maggiore di quello ottenuto con un approccio policyholder view. Dal punto di vista delle imprese, tra i due criteri, è preferibile, in termini di requisiti di capitale, l'utilizzo del secondo che comporta generalmente un minor vincolo patrimoniale.

Le immagini successive permettono di confrontare visivamente le curve prodotte dalla metodologia implementata dal JWG paese per paese. Si riportano nelle figure 1.6, 1.7 e 1.8 le analisi condotte per i segmenti motor third-party liability, general liability e credit and suretyship. Il primo è il segmento più rilevante per volume d'affari, nell'attività assicurativa non-life, mentre gli altri due rappresentano linee di business tipicamente rischiose e volatili.

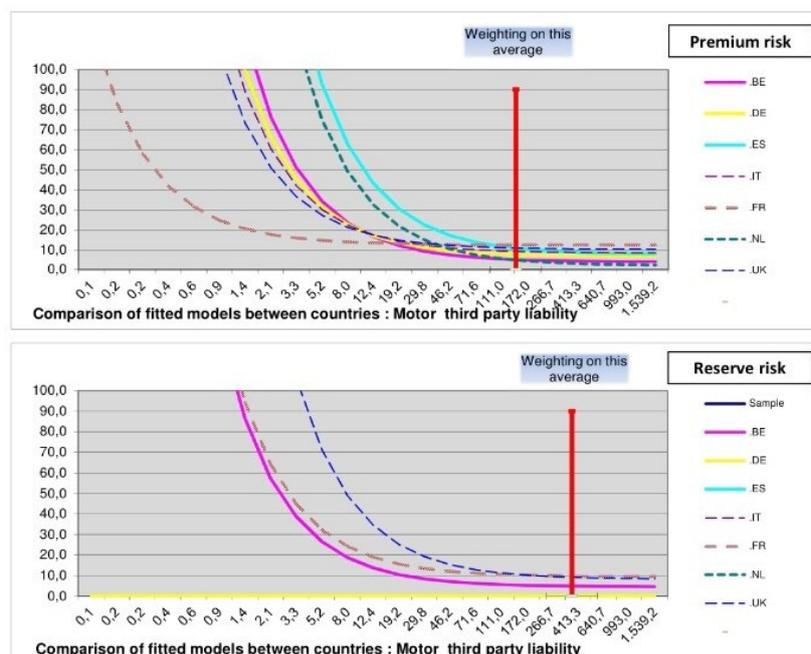


Figura 1.6: modelli per premium risk e reserve risk: motor third-party liability

La linea rossa rappresenta il volume medio del portafoglio. La procedura scelta prevede di adottare come fattore di rischio una media ponderata dei valori delle curve per tale portafoglio medio. Il compliance adjustment si può interpretare come

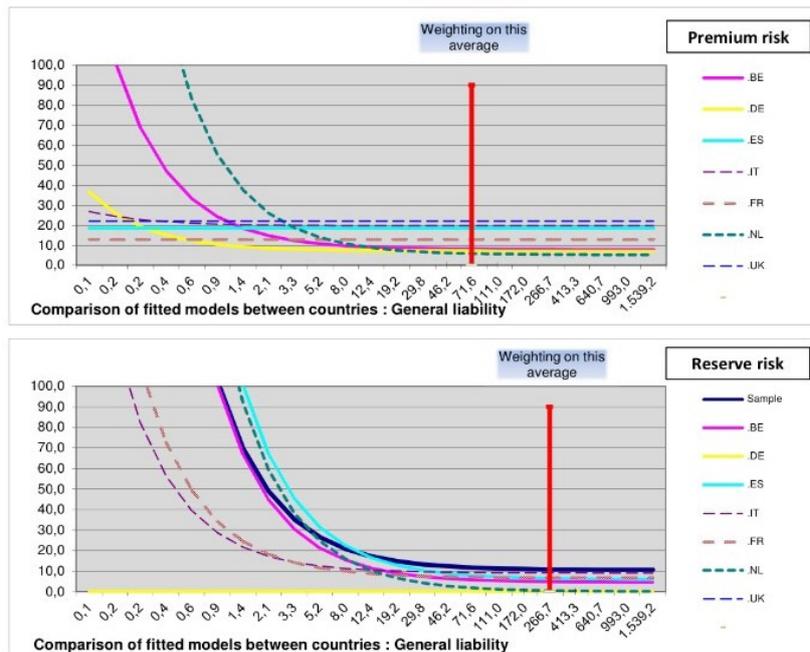


Figura 1.7: modelli per premium risk e reserve risk: general liability

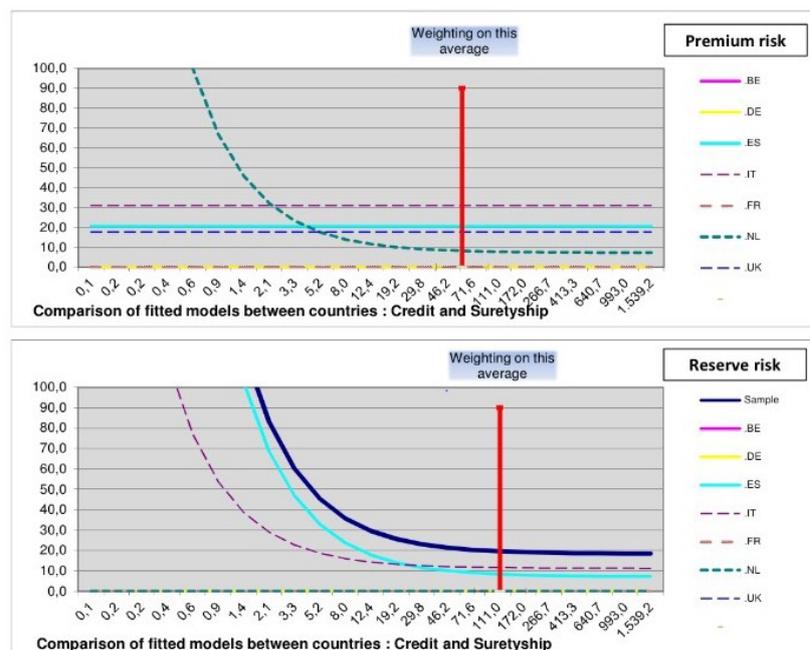


Figura 1.8: modelli per premium risk e reserve risk: credit and suretyship

la calibrazione del valore medio ponderato che permette di ottenere la percentuale di compliance scelta, secondo company o policyholder view.

Altra problematica che il JWG ha affrontato riguarda l'utilizzo per il premium risk del costo ultimo current estimate (CE) o year-end (YE).

Se si considerano il triangolo dei pagamenti cumulati, il costo ultimo dei sinistri

YE, scelto un anno di accadimento, rappresenta la somma delle celle nella prima colonna ovvero quanto l'impresa ha stimato di pagare e riservare nel primo anno di sviluppo, senza considerare l'effettivo run-off del riservato osservato negli anni successivi.

		triangolo pagamenti cumulati				
		development year				
accident year	(1, 1)					(1, 5)
	(2, 1)				(2, 4)	
	(3, 1)			(3, 3)		
	(4, 1)	(4, 2)				
	(5, 1)					

		triangolo riservato				
		development year				
accident year	(1, 1)					(1, 5)
	(2, 1)				(2, 4)	
	(3, 1)			(3, 3)		
	(4, 1)	(4, 2)				
	(5, 1)					

Tabella 1.9: triangoli del costo sinistri pagato (cumulato) e del riservato

Nella tabella 1.9, il costo ultimo YE per l'anno 3 è rappresentato dalla somma delle due celle colorate in arancio. Al contrario il costo ultimo dei sinistri CE per anno di accadimento è la somma degli elementi sulla diagonale, colorati in verde. Le due nozioni producono valori coincidenti nell'ultimo accident year.

Nell'ottica prevista da Solvency II per il calcolo del SCR su orizzonte annuale, il premium risk sorge dalla possibilità che la somma dei pagamenti e best estimate della riserva sinistri alla fine dell'anno sia superiore al volume dei premi. Negli anni successivi la riserva sinistri accantonata sarà soggetta al rischio di run-off, il reserve risk. Secondo questa logica l'utilizzo del costo sinistri YE è più idoneo e corretto. L'inconveniente è che i dati delle passate riserve potrebbero non rappresentare una best estimate dello sviluppo futuro, ad esempio per la presenza di elementi di prudenzialità in contrasto con la valutazione prevista da Solvency II. Utilizzare i dati YE, in queste circostanze, potrebbe portare a distorsioni nella quantificazione dei fattori di volatilità.

Un costo ultimo CE, se consistente con le regole di valutazione di Solvency II, permette di ovviare questa problematica. Tuttavia tale nozione non rispecchia la separazione concettuale del rischio di tariffazione da quello di riservazione.

Il JWG ha optato per entrambe le definizioni di costo ultimo, privilegiando, a seconda dei casi, quella che permette di disporre del maggior numero di dati e informazioni per LoB.

L'insieme dei fattori di rischio risultanti dal lavoro di calibrazione e consigliati dal JWG sono riportati nella tabella 1.10. Vengono indicati anche quelli del QIS5 e degli Atti delegati²². Il JWG si è focalizzato sulla ricerca di fattori di rischio a livello aggregato che allo stesso tempo tenessero conto delle diversità presenti nelle differenti regioni. In tal modo si preserva l'eterogeneità dei mercati individuali e si garantisce l'utilizzo di un σ che rifletta la media europea.

L'applicazione dei risultati della ricerca avrebbe prodotto, rispetto all'utilizzo dei parametri previsti dal QIS5, secondo il JWG un decremento medio del 3% per il premium & reserve risk. Complessivamente ciò avrebbe generato l'aumento di 1 punto percentuale nel coverage ratio e un ammontare di circa 2 miliardi di euro in surplus disponibile per le imprese.

Alcune delle metodologie di cui il JWG si è servito nella quantificazione numerica dei parametri market-wide sono state scelte dall'Autorità di Vigilanza come criteri base per determinare gli USP del sottomodulo premium & reserve risk negli Atti Delegati.

Segmento	Fattore standard premium risk QIS5	Fattore standard reserve risk QIS5	Fattore standard premium risk consigliato	Fattore standard reserve risk consigliato	Fattore standard premium risk Atti Delegati	Fattore standard reserve risk Atti Delegati
1 Motor vehicle liability	10%	9.5%	9.6%	8.9%	10%	9%
2 Other motor	7%	10%	8.2%	8%	8%	8%
3 MAT	17%	14%	14.9%	11%	15%	11%
4 Fire/ property	10%	11%	8.2%	10.2%	8%	10%
5 Third-party liability	15%	11%	13.9%	11%	14%	11%
6 Credit & suretyship	21.5%	19%	11.7%		12%	19%
7 Legal expenses	6.5%	9%	6.5%	12.3%	7%	12%
8 Assistance	5%	11%	9.3%		9%	20%
9 Miscellaneous	13%	15%	12.8%	20%	13%	20%

Tabella 1.10: fattori standard per premium risk e reserve risk nel QIS5, nella calibrazione del JWG e negli Atti Delegati

²²Dai risultati del JWG sono esclusi i segmenti 6, 8 e le riassicurazioni non proporzionali a causa della carenza di dati per poter trarre conclusioni statisticamente valide. Non vengono qui riportati anche i risultati sui segmenti medical expenses, income protection e workers' compensation. Si ricorda che ai coefficienti per il premium risk va poi applicata la correzione per considerare le coperture riassicurative non proporzionali.

Capitolo 2

Undertaking-specific parameters

Quando la Standard Formula non fornisce una rappresentazione adeguata dei rischi, le imprese, per il calcolo del requisito patrimoniale di solvibilità, possono sostituire un sottoinsieme di parametri standard con parametri specifici, o undertaking-specific parameters (USP). Ciò ha lo scopo di contribuire a promuovere la sana gestione del rischio.

Con tale procedura i dati dell'impresa vengono utilizzati per determinare alcuni parametri di rischio, attraverso metodi prestabiliti dall'Autorità di Vigilanza, che saranno inseriti nello schema della Standard Formula.

Il profilo di rischio dell'impresa sarà rappresentato con informazioni che riflettono la specifica realtà della medesima ma a differenza del caso in cui si utilizza un modello interno, nel criterio undertaking-specific viene mantenuto l'impianto metodologico standard previsto dall'EIOPA.

Nel presente capitolo ci si focalizza sui parametri specifici d'impresa previsti da Solvency II per il calcolo del requisito per il non-life underwriting risk e si analizzano gli effetti che l'approccio comporta nella determinazione dei parametri del sottomodulo premium & reserve risk della Standard Formula.

Successivamente viene descritto il processo di approvazione, vengono illustrate le linee guida emanate dall'EIOPA che devono essere utilizzate dalle imprese durante l'implementazione degli USP. Viene successivamente sintetizzato il contenuto della lettera con cui l'IVASS informa il mercato italiano che, una volta recepita la direttiva, le imprese interessate potranno presentare le richieste in merito all'utilizzo degli USP.

Infine ci si concentra sulle metodologie standard previste dall'Autorità di Vigilanza per la calibrazione dei fattori di rischio. Completata l'esposizione dei metodi utilizzati nel quinto studio di impatto quantitativo (QIS5) si analizzano i metodi definitivi previsti dagli Atti Delegati illustrando assunzioni, effetti sul calcolo del requisito di capitale, punti di forza e lacune.

2.1 USP: direttiva Solvency II e Atti Delegati

Le imprese possono sostituire nell'ambito della Standard Formula, previa approvazione da parte delle Autorità di Vigilanza, un sottoinsieme di parametri con parametri specifici.

Per il calcolo di questi, le compagnie possono scegliere uno fra i vari metodi standardizzati prescritti dall'EIOPA in cui immettere dati provenienti dalla propria realtà operativa.

In sede di concessione dell'approvazione, l'Autorità di Vigilanza verifica la completezza, l'accuratezza e l'adeguatezza dei dati utilizzati (art. 104.7, [31]).

È possibile che sia l'Autorità di Vigilanza stessa a chiedere all'impresa di utilizzare parametri specifici qualora la stessa giudichi inappropriato quantificare il requisito patrimoniale di solvibilità conformemente alla Standard Formula, in quanto il profilo di rischio si discosta significativamente dalle ipotesi sottese da quest'ultima. Nel sottomodulo premium & reserve risk, secondo l'articolo 218 degli Atti Delegati [33], è possibile sostituire ai parametri standard per ciascun segmento i seguenti parametri specifici d'impresa:

- a) lo scostamento per il rischio di tariffazione che considera l'aggiustamento per i trattati di riassicurazione non proporzionale $\sigma_{USP,prem}$;
- b) lo scostamento di cui sopra per il rischio di tariffazione al lordo della riassicurazione $\sigma_{USP,prem}^{gross}$;
- c) il fattore di aggiustamento per la riassicurazione non proporzionale NP_{USP} ;
- d) lo scostamento per il rischio di riservazione $\sigma_{USP,res}$.

Dal momento che non si possono utilizzare contemporaneamente le opzioni b) e c), alla compagnia non è permesso quindi correggere il $\sigma_{USP,prem}^{gross}$ con il parametro

NP_{USP} ma dovrà utilizzare il fattore NP . La normativa prevede infatti la possibilità di calcolare $\sigma_{USP,prem}$ che tiene conto implicitamente dei contratti di riassicurazione non proporzionale.

Si rammenta che il fattore standard NP prescritto è pari a 80% per i segmenti motor third-party liability, fire e general third-party liability e 100% per gli altri. Solamente con l'approccio USP l'effetto della riassicurazione non proporzionale sul premium risk, per i segmenti diversi dai tre sopra citati, può essere riconosciuto ai fini della Standard Formula. L'impresa può calcolare il NP_{USP} purché per il ramo considerato risulti sottoscritto un riconoscibile contratto di riassicurazione Excess of Loss e l'impresa utilizzi il fattore di rischio market-wide.

Un contratto di riassicurazione Excess of Loss è ritenuto riconoscibile se soddisfa le seguenti condizioni (art. 218.2 Atti Delegati [33]):

- nella misura in cui le perdite della cedente «che riguardano singole richieste di indennizzo o tutte le richieste di indennizzo nell'ambito della stessa polizza durante un periodo di tempo specificato sono superiori a una determinata soglia di mantenimento del rischio, offre una compensazione completa di tali perdite fino a un limite specificato o senza limiti»;
- copre tutte le richieste di indennizzo che l'impresa è chiamata a fronteggiare nel segmento oppure nei gruppi di rischi omogenei compresi nel segmento durante i 12 mesi successivi;
- consente un sufficiente numero di reintegri, al fine di garantire la copertura di tutte le richieste di indennizzo relative a eventi multipli sostenute nei 12 mesi successivi;
- soddisfa i requisiti specificati negli articoli 209, 210, 211 e 213 degli Atti Delegati [33] in materia di criteri qualitativi, di effettivo trasferimento e di tecniche di attenuazione del rischio.

L'Autorità di Vigilanza ha posto molta enfasi e rivolto puntuale attenzione ai dati che l'impresa può utilizzare come input dei metodi standardizzati. Ne consegue, quindi, come la funzione attuariale abbia un ruolo di primaria rilevanza per la valutazione di tali input nel sistema di gestione dei rischi. Ciò è ancor più evidente

se si considera che alcuni dei dati e delle informazioni utilizzate per calcolare tali parametri sono simili (o a volte coincidenti) agli input utilizzati per calcolare le riserve tecniche.

I parametri specifici, garantendo minor grado di genericità rispetto alla Standard Formula, forniscono una rappresentazione più accurata del profilo di rischio dell'impresa. A fronte di tale maggiore specificità e affinché la ratio della Standard Formula nella determinazione del requisito di solvibilità sia rispettata, il legislatore ha fissato rigidi criteri che i dati utilizzati per il calcolo dei parametri specifici devono obbligatoriamente rispettare.

La qualità dei dati si basa sui requisiti di completezza, accuratezza e appropriatezza. Tali nozioni vengono delineate nell'art. 19 degli Atti Delegati [33].

In particolare il legislatore specifica come nel calcolo del parametro specifico dell'impresa in cui si fa riferimento alla stima delle riserve tecniche, i dati sono considerati completi quando:

- includono informazioni storiche sufficienti per valutare le caratteristiche dei rischi sottostanti;
- sono disponibili per ciascuno dei gruppi di rischi omogenei e non vengono esclusi (senza giustificazione) dati rilevanti nel calcolo delle riserve tecniche.

I dati per essere accurati devono essere registrati in modo tempestivo e omogeneo, coerenti e privi di errori che possano compromettere la stima delle riserve tecniche. Il requisito di appropriatezza si basa sul rispetto delle seguenti condizioni.

I dati sono appropriati quando:

- sono impiegati in modo coerente nel tempo e rispetto alle finalità per le quali sono utilizzati;
- il loro importo e la loro natura garantiscono l'assenza di errori di stima che possano influenzare il risultato della valutazione delle riserve tecniche;
- rispettano le ipotesi sottese alle tecniche attuariali e statistiche loro applicate e riflettono i rischi ai quali la compagnia è esposta;
- sono stati raccolti, elaborati e applicati in modo trasparente e strutturato, sulla base di una procedura documentata che comprenda tutti i seguenti contenuti:

- criteri qualitativi e quantitativi specifici per le diverse serie di dati stabiliti e valutati dall'impresa;
- trasparenza metodologica nella raccolta, l'elaborazione e l'applicazione;
- procedure di aggiornamento dei dati, compresa la frequenza degli aggiornamenti e le circostanze che determinano aggiornamenti suppletivi.

L'Autorità di Vigilanza consente l'impiego di dati per la determinazione di quei parametri specifici dell'impresa che possano essere incorporati nei metodi standardizzati sempre che gli stessi non comportino la quantificazione di un requisito patrimoniale di solvibilità non in linea con i principi e il disegno della direttiva Solvency II. I dati inoltre devono soddisfare ogni requisito aggiuntivo necessario per l'applicazione di ciascun metodo standardizzato scelto dall'impresa e devono essere accuratamente documentati. Ciò richiede:

- la raccolta e l'analisi della loro qualità, qualora la documentazione richiesta includa un indice dei dati che ne descriva la fonte, le caratteristiche e l'uso, nonché la specifica per la raccolta, l'elaborazione e la loro applicazione;
- la scelta delle ipotesi utilizzate nella produzione e nell'aggiornamento dei dati, compresi gli aggiustamenti riguardanti le richieste di indennizzo relative a riassicurazioni e catastrofi e l'attribuzione delle spese, qualora la documentazione richiesta includa un indice di tutte le ipotesi rilevanti su cui è basato il calcolo delle riserve tecniche e una giustificazione della scelta delle ipotesi;
- la selezione e l'applicazione di metodi attuariali e statistici per la produzione e l'aggiornamento dei dati;
- la loro convalida.

Alle compagnie è concessa la possibilità di utilizzare dati provenienti da una fonte esterna come indicato anche negli articoli 19 e 219 degli Atti Delegati [33]. In questo caso i dati esterni devono essere conformi a criteri aggiuntivi.

Si richiede che:

- la procedura di raccolta dei dati sia trasparente, verificabile tramite audit e nota all'impresa che li utilizza come base per calcolare i parametri specifici dell'impresa;
- quando i dati derivano da fonti differenti, le ipotesi fatte in sede di raccolta, trattamento e applicazione garantiscano la loro comparabilità;
- i dati derivano da imprese di assicurazione e di riassicurazione il cui profilo operativo e di rischio è analogo a quello dell'impresa di assicurazione o nel caso di riassicurazione il cui parametro specifico è calcolato sulla base di tali dati;
- le imprese che utilizzano i dati esterni sono in grado di verificare l'esistenza di sufficienti prove statistiche dell'esistenza di un elevato livello di somiglianza tra le distribuzioni di probabilità sottostanti ai loro dati e le distribuzioni di probabilità sottostanti ai dati esterni, con tenendo conto del livello di volatilità.

I metodi standardizzati per il calcolo dei parametri specifici d'impresa sono individuati con la finalità di stabilire un criterio condiviso che rispetti sia i principi alla base della Standard Formula che la logica undertaking-specific.

Il lavoro dell'EIOPA, in costante confronto con il mercato delle imprese di assicurazione e riassicurazione europee, ha scelto metodologie solide e adatte a cogliere i profili specifici di rischio, che garantiscano e mantengano un'applicabilità generale su larga scala, con l'obiettivo di legare la peculiarità dei dati dell'impresa al benchmark della Standard Formula.

L'Autorità di Vigilanza, con un lungo lavoro di calibrazione e confronto con le imprese europee condotto nel corso degli studi di impatto quantitativo, ha proposto diverse soluzioni. Negli Atti Delegati i metodi standardizzati sono specificati nell'allegato XVII e per quanto riguarda i rischi del sottomodulo premium & reserve risk sono stati scelti quelli utilizzati dal JWG nel lavoro di calibrazione dei fattori di rischio market-wide $\sigma_{prem,s}$ e $\sigma_{res,s}$. Gli Atti Delegati specificano altresì che, nel caso in cui l'impresa sia in grado di utilizzare più metodi standardizzati per la calibrazione del medesimo parametro di rischio, la compagnia dovrà utilizzare quello che fornisce «il risultato più accurato ai fini del rispetto dei requisiti di calibrazione di cui all'articolo 101, paragrafo 3, della direttiva 2009/138/CE» (art.

220.2 Atti Delegati [33]). Quando non si sia in grado di dimostrare la maggiore accuratezza di un risultato rispetto ad altri, l'impresa dovrà utilizzare il metodo che fornisce il risultato più prudente.

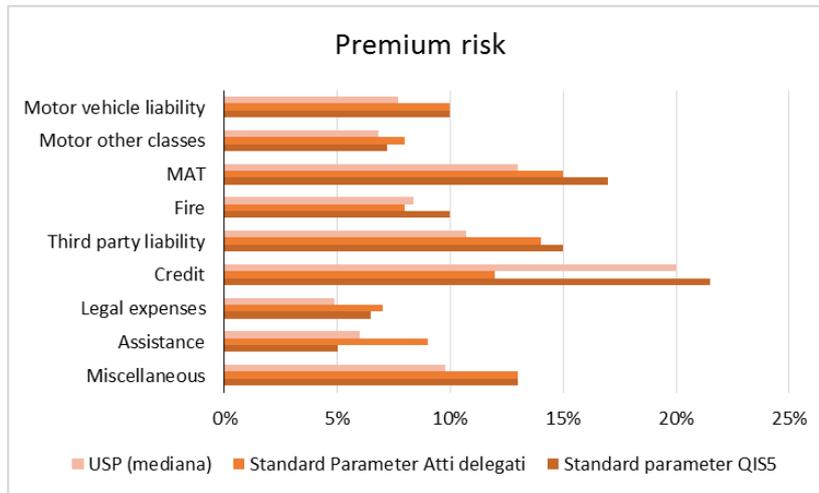


Figura 2.1: confronto tra USP e parametri standard per il premium risk

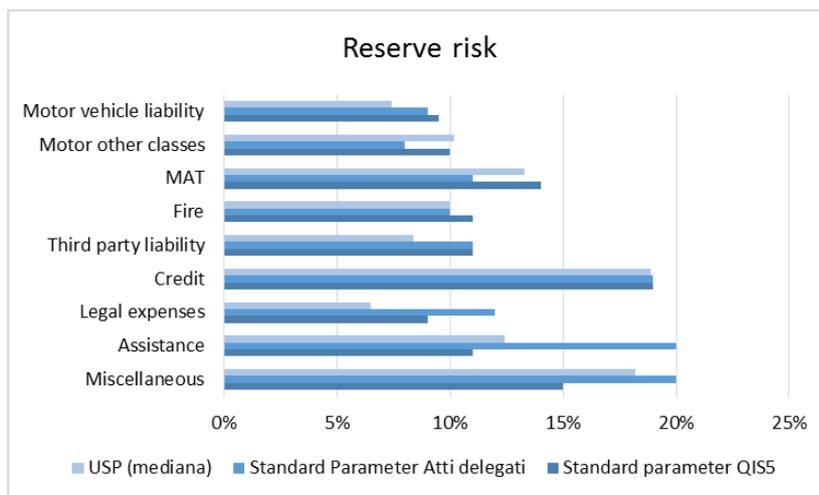


Figura 2.2: confronto tra USP e parametri standard per il reserve risk

È importante sottolineare che l'uso dei parametri specifici non comporta necessariamente un risparmio in termini di requisito di capitale rispetto ai parametri standard previsti dalla Standard Formula. Il QIS5 ha mostrato che in molti casi implementare un metodo undertaking-specific nel calcolo dei fattori per premium risk e reserve risk riduce il SCR, tuttavia in alcuni casi può incrementarlo. Nelle figure 2.1 e 2.2 si confronta la mediana dei parametri specifici stimati dall'Autorità di Vigilanza su un campione di imprese con i parametri standard previsti nel QIS5 e negli Atti Delegati.

2.2 Processo di approvazione degli USP

La Commissione europea in data 24 marzo 2015 ha formalizzato con il Regolamento di Esecuzione (UE) 2015/498 le norme tecniche di attuazione (implementing technical standards) riguardanti la procedura di approvazione, da parte dell'Autorità di Vigilanza, dell'uso di parametri specifici d'impresa conformemente alla direttiva 2009/138/CE del Parlamento europeo e del Consiglio. Viene sottolineato come, per rafforzare la certezza giuridica in merito al regime di vigilanza, sia importante garantire che lo stesso regolamento entri in vigore il giorno successivo alla pubblicazione nella Gazzetta ufficiale dell'Unione europea.

Il regolamento sviluppa sui progetti di norme tecniche di attuazione che l'EIOPA ha presentato alla Commissione.

L'Autorità di Vigilanza europea ha condotto consultazioni pubbliche sui progetti di implementing technical standard e ha analizzato i potenziali costi e benefici collaborando direttamente con il settore delle imprese di assicurazione e riassicurazione.

Il regolamento fornisce informazioni e indicazioni preliminari necessarie affinché la disciplina di approvazione degli USP possa essere attuata in modo efficace e trasparente. Come per gli internal model, gli USP possono essere usati ai fini della quantificazione del requisito di solvibilità solamente se approvati in anticipo dal regolatore. A tal proposito i dati devono rispettare precisi criteri di qualità e l'impresa dovrà seguire metodologie standard. Se la compagnia utilizza un approccio USP esclusivamente per alcune LoB, questa dovrà fornire alla vigilanza la motivazione di tale scelta.

In vero il legislatore ha voluto inserire nello schema di vigilanza prudenziale l'approccio specifico d'impresa per riflettere con più accuratezza il profilo di rischio ed evitando nel contempo un arbitrario ricorso a discrezionalità nell'uso degli USP scegliendoli solamente per quelle aree in cui tale procedura riduce il SCR (quello che viene da molti definito "cherry picking").

La domanda di approvazione per l'uso degli undertaking-specific parameters trasmessa all'Autorità di Vigilanza deve essere redatta «sulla base di ipotesi prudenti e realistiche» e «comprendere tutti i fatti rilevanti necessari per una valutazione da parte delle Autorità di Vigilanza». In più deve essere completata

con «una valutazione del modo in cui saranno soddisfatti i criteri di completezza, accuratezza e adeguatezza dei dati», criteri necessari per poter usufruire degli USP [34].

La richiesta all'Autorità di Vigilanza costituisce una decisione strategica da parte dell'impresa nell'attività di gestione dei rischi e della pianificazione patrimoniale; sarà importante considerare attentamente l'eventuale coinvolgimento nel processo decisionale relativo alla domanda dell'organo amministrativo, direttivo o di vigilanza che ha la responsabilità ultima dell'osservanza della direttiva. È opportuno stabilire norme che agevolino il ruolo delle Autorità di Vigilanza nell'adottare l'iter adeguato.

Per garantire una base coerente per il processo decisionale il regolamento consiglia quindi di specificare le informazioni che l'impresa di assicurazione deve includere nella propria domanda. Dovrebbero essere stabilite «norme dettagliate per la valutazione e l'approvazione delle domande da parte delle Autorità di Vigilanza. Per gestire la procedura di approvazione, tali norme dovrebbero essere adattate in misura proporzionale alla complessità delle domande».

La decisione di chiedere l'approvazione dell'uso dei parametri specifici d'impresa non dovrebbe essere motivata esclusivamente dalla volontà di abbassare il requisito patrimoniale. Usare gli USP «non dovrebbe impedire a un'impresa di applicare nuovamente i parametri standard qualora i parametri specifici della medesima non riflettano più il suo profilo di rischio» è evidente che in questi casi la compagnia è chiamata a motivare la sua decisione.

Le procedure di approvazione prevedono un continuo scambio di comunicazione tra le autorità e le imprese necessaria per garantire che le valutazioni da parte delle prime siano basate su informazioni pertinenti e aggiornate. Tale flusso informativo comprende la presentazione e successivamente l'approvazione della domanda formale nel corso del riesame da parte della vigilanza. Nella procedura di approvazione quest'ultima dovrebbe valutare anche i dati utilizzati per calcolare i parametri specifici dell'impresa e verificare il rispetto dei criteri di qualità¹.

In generale il definitivo processo di approvazione degli USP ha avuto riscontri

¹Per soddisfare il requisito di completezza dei dati l'impresa dovrebbe utilizzare i valori degli USP ottenuti applicando il metodo approvato con elementi rilevanti più recenti.

positivi dalla rappresentanza delle imprese di assicurazione e riassicurazione [27].

Le osservazioni sollevate riguardano più comunemente i tre punti seguenti:

- l'eccessiva onerosità (secondo le imprese) dei criteri richiesti per i dati, sia interni che esterni;
- il periodo di approvazione di sei mesi apparso troppo lungo²;
- il giudizio positivo sulla possibilità di approvazioni parziali della domanda che riduce il carico amministrativo in caso di eventuali nuove richieste separate.

Dall'analisi dei costi/benefici non è emerso un eccessivo carico sulle imprese che hanno rilevato un costo aggiuntivo dovuto soprattutto alla redazione dei report e alla raccolta di tutte le informazioni richieste da inviare alla vigilanza.

Sono stati ottenuti diversi benefici.

In riferimento all'Autorità di Vigilanza si è osservato:

- un'immediata evidenza del rispetto dei requisiti previsti dalle norme;
- un elevato livello di armonizzazione a livello internazionale e di gruppo;
- in caso di rinnovo dell'utilizzo degli USP l'Autorità di Vigilanza non ha subito eccessiva mole di lavoro;
- un periodo di tempo per l'approvazione coerente alla complessità della richiesta (fino a massimo 6 mesi).

Per quanto riguarda le imprese:

- il processo di approvazione è più rapido e limita la possibilità di richieste aggiuntive della vigilanza;
- si rileva un elevato livello di armonizzazione a livello internazionale e di gruppo;

²L'EIOPA è dell'opinione che la lunghezza è giustamente commisurata al carico di lavoro che la vigilanza ritiene essere simile a quello di un'approvazione e verifica di un semplice partial internal model.

- la presenza di un limite temporale per la risposta alla domanda di approvazione;
- in caso di rinnovo dell'utilizzo degli USP in anni successivi non si rende necessario presentare nuove domande di approvazione.

In aggiunta l'Autorità di Vigilanza userà, per verificare e giudicare l'effettivo risultato mostrato dal procedimento USP, una serie di indicatori quali:

- la lunghezza media del tempo necessario all'autorità per determinare la completezza della domanda e il numero di applicazioni considerate non complete rispetto al numero delle richieste totali ricevute;
- il numero di domande di approvazione rifiutate e quelle approvate rispetto al numero delle richieste totali ricevute;
- il numero di domande di approvazione per cui sono state richieste ulteriori informazioni e il tempo impiegato al perfezionamento delle stesse.

Si presentano in seguito le caratteristiche del processo di approvazione degli USP previsto da Solvency II.

2.2.1 Domanda di approvazione

L'impresa di assicurazione o di riassicurazione «presenta all'Autorità di Vigilanza una domanda scritta di approvazione dell'uso di parametri specifici dell'impresa per sostituire un sottoinsieme di parametri della formula standard» [34].

La domanda contiene quanto segue:

- prove documentali del processo decisionale interno relativo alla domanda;
- una data d'inizio specifica a partire dalla quale è richiesto l'uso dei parametri specifici;
- il sottoinsieme di parametri standard di cui si chiede la sostituzione con i parametri specifici d'impresa;
- per ciascun segmento, il metodo standardizzato utilizzato e il valore ottenuto applicando tale metodo;

- il calcolo del parametro specifico che l'impresa di assicurazione chiede di utilizzare, nonché informazioni sull'adeguatezza del calcolo;
- prove del fatto che i dati utilizzati nella calibrazione sono completi, accurati e adeguati e soddisfano i requisiti di cui all'articolo 219 degli Atti Delegati;
- una giustificazione del fatto che ciascun metodo standardizzato adoperato offre, per il singolo segmento, il risultato più accurato ai fini del soddisfacimento dei requisiti di cui all'articolo 101 della direttiva Solvency II.

Oltre a quanto indicato, le compagnie valutano se il metodo standardizzato è adeguato al proprio profilo, se le ipotesi sono soddisfatte e se i dati sono rilevanti per la descrizione del rischio dell'impresa.

2.2.2 Valutazione della scelta dei parametri, del metodo di calcolo e della domanda

L'Autorità di Vigilanza esamina in primo luogo la scelta dei parametri e i segmenti per i quali gli stessi sono stati calcolati, valutando se l'uso degli USP rifletta il profilo di rischio della compagnia; inoltre considera con quale criterio l'impresa ha scelto il metodo standardizzato. A tal fine la vigilanza stabilisce se le ipotesi relative ai metodi standardizzati sono soddisfatte e se i dati sono rilevanti.

L'Autorità di Vigilanza conferma l'acquisizione e la completezza della domanda entro 30 giorni dal suo ricevimento.

L'impresa viene immediatamente informata se la richiesta non è completa, cioè se non contiene tutte le informazioni e le prove documentali necessarie per la valutazione.

La vigilanza può richiedere in ogni circostanza ulteriori informazioni considerate utili nel processo di valutazione.

Oltre ciò il processo di valutazione può comprendere anche richieste di aggiustamenti riguardo al modo in cui l'impresa propone di applicare il parametro specifico. Il documento aggiunge anche che «qualora l'Autorità di Vigilanza stabilisce che sarebbe possibile approvare la domanda relativa all'uso di un parametro specifico dell'impresa a condizione che siano effettuati aggiustamenti, notifica [...] senza indugio, per iscritto, gli aggiustamenti richiesti» [34].

La compagnia è tenuta a informare in merito a qualsiasi variazione poiché una modifica apportata alla propria domanda comporta che questa venga considerata come una nuova richiesta eccetto i casi in cui:

- la modifica sia dovuta a una richiesta di ulteriori informazioni o aggiustamenti da parte dell'Autorità di Vigilanza stessa;
- l'Autorità di Vigilanza consideri che la modifica non influisca sensibilmente sulla valutazione.

Viene garantita l'adozione di una decisione entro sei mesi dal ricevimento e l'esito viene comunicato senza indugio e per iscritto all'impresa.

Una domanda può venire approvata solo se l'autorità condivide le motivazioni adottate per la sostituzione di un sottoinsieme di parametri della formula standard. L'autorità ha inoltre la facoltà di approvare la domanda solamente in riferimento ad alcuni segmenti o parametri indicati e in caso di rifiuto deve comunicare i motivi su cui è basata la decisione.

Infine il regolamento precisa che può avvenire la revoca dell'uso degli USP nel caso in cui:

- l'impresa che è stata autorizzata non soddisfi più le condizioni di cui all'articolo 101 della direttiva Solvency II e agli articoli da 218 a 220 degli Atti Delegati;
- in circostanze debitamente giustificate, una compagnia intenda applicare nuovamente i parametri standard, presentando all'Autorità di Vigilanza una domanda contenente i motivi dell'inadeguatezza degli USP e fornendo prove documentali al riguardo.

Qualsiasi cambiamento apportato ai metodi standardizzati comporta l'impossibilità di approvazione della richiesta di utilizzo degli USP, come indicato all'articolo 110 della direttiva Solvency II [31]. Tuttavia precisano i successivi articoli 112, 113 e 120-126 che il metodo modificato potrebbe qualificarsi come modello interno parziale subordinato all'approvazione da parte delle Autorità di Vigilanza.

Le tabelle 2.1 e 2.2 indicano rispettivamente le fasi essenziali richieste dall'approccio USP e i punti cardine per i requisiti dei dati, la domanda di approvazione e

il processo di valutazione della domanda per l'utilizzo dei parametri specifici d'impresa.



Tabella 2.1: processo degli USP: dalla preparazione alla presentazione della domanda di approvazione

2.3 Guidelines dell'EIOPA sui parametri specifici d'impresa

L'EIOPA ha l'incarico di formulare raccomandazioni ed emanare orientamenti, o guidelines, sui parametri specifici d'impresa rivolti alle Autorità di Vigilanza nazionali e alle imprese del mercato europeo. Ciò traspone quanto affermato dall'art. 16 del regolamento 1094/2010 del Parlamento europeo e del Consiglio europeo [35], per assicurare una comune, uniforme e coerente applicazione dello schema previsto da Solvency II a tutti gli stati membri. Le autorità e gli istituti finanziari competenti dovranno compiere «ogni sforzo per conformarsi agli orientamenti e alle raccomandazioni» e «integrarli nel rispettivo quadro normativo o di vigilanza» [29].

Il 16 febbraio 2015 l'Autorità di Vigilanza comunitaria, a seguito del Final Report on Public Consultation No. 14/036 on Guidelines on undertaking-specific parameters [28], ha pubblicato il documento ufficiale dove sono elencate le linee guida da utilizzare nel momento in cui si segue uno schema "undertaking-specific" per la calibrazione dei parametri. Tali linee guida trovano applicazione dal primo aprile 2015³.

³È importante notare che le norme tecniche di attuazione (implementing technical standards) mirano ad armonizzare il processo di approvazione dei parametri specifici della singola impresa.

Requisiti dei dati	Domanda di approvazione degli USP	Processo di approvazione
<p>I dati devono rispettare i requisiti di correttezza, completezza e idoneità;</p> <p>I dati (inclusi quelli provenienti da fonti esterne) devono rappresentare il profilo di rischio dei successivi 12 mesi;</p> <p>I dati non includono eventi catastrofici;</p> <p>I dati esterni non includono effetti di risk mitigation;</p> <p>I dati esterni devono essere rilevanti per il business;</p> <p>Le fonti e i metodi di calcolo usati per i dati esterni devono essere noti e verificabili.</p>	<p>Domanda scritta all’Autorità di Vigilanza con dettagli sui parametri che vogliono essere sostituiti con USP;</p> <p>Indicare i motivi per cui gli USP rifletteranno il profilo di rischio meglio dei parametri standard;</p> <p>Fornire prova che i requisiti dei dati sono rispettati;</p> <p>Descrizione della metodologia standard sottostante;</p> <p>Dimostrare che il metodo scelto esprima il rischio nel modo più appropriato. In caso contrario, l’impresa deve applicare il risultato più prudente.</p>	<p>L’Autorità di Vigilanza conferma l’avvenuta ricezione e la completezza dell’applicazione;</p> <p>Elaborazione di una risposta all’impresa entro sei mesi dalla ricezione della domanda;</p> <p>L’Autorità di Vigilanza può richiedere ulteriori informazioni se le ritiene necessarie o utili;</p> <p>Gli USP possono essere utilizzati solamente una volta che sono approvati. Sono possibili anche approvazioni parziali;</p> <p>L’eventuale rifiuto della domanda viene motivato.</p>

Tabella 2.2: requisiti dei dati, domanda e processo di approvazione dei parametri specifici d’impresa

Guideline 1: ruolo del giudizio di esperti

Ai fini della determinazione dei parametri specifici d'impresa, alle compagnie viene consentito di utilizzare ipotesi basate sul giudizio di esperti solamente come aggiustamento dei dati esistenti e non come sostituzione di input mancanti. Le imprese dovrebbero utilizzare ipotesi basate sul giudizio di esperti soltanto se i dati, una volta aggiustati, rispondano in modo più elevato ai criteri di qualità di cui all'articolo 219 degli Atti Delegati [33]. Inoltre le compagnie dovrebbero dimostrare tale conformità su richiesta dell' Autorità di Vigilanza.

Ciò significa che il giudizio degli esperti è consentito solamente nel caso in cui i dati siano disponibili ma presentano alcune limitazioni (non rispetto alla completezza) che possono essere corrette. Perciò il giudizio degli esperti non deve essere considerato come uno strumento per aumentare la profondità della serie storica o la granularità dei dati nel caso in cui degli input non siano disponibili.

Guideline 2: rilevanza

Le imprese devono garantire che i criteri riguardanti la qualità dei dati di cui all'articolo 219 sopracitato siano soddisfatti indipendentemente dalla rilevanza del segmento per il quale vengono utilizzati gli USP.

Gli standard di qualità dei dati devono essere rispettati in ogni caso e indipendentemente dalla natura, portata e complessità dei rischi su cui si intende utilizzare un approccio USP. L'Autorità di Vigilanza sottolinea almeno due motivazioni per giustificare tale posizione: rischi non rilevanti potrebbero in futuro diventarlo e soprattutto non c'è alcuna certezza che gli USP effettivamente riflettano il profilo di rischio della compagnia meglio dei fattori standard.

Guideline 3: aggiustamenti tesi ad aumentare il livello di appropriatezza dei dati

Nel determinare i parametri specifici d'impresa (fatto salvo quanto indicato nella guideline 1) le compagnie devono aggiustare i dati storici se necessario per eliminare l'effetto di rischi irrilevanti almeno nel corso dei dodici mesi successivi.

Sono gli orientamenti o guidelines a equilibrare il processo di approvazione da parte delle Autorità di Vigilanza per i parametri specifici a livello di gruppo.

Ci sono casi in cui la qualità dei dati può essere incrementata aggiustando le serie storiche per renderle maggiormente rappresentative dei rischi che si intende misurare. Le imprese devono analizzare i fattori che hanno influito sui dati storici e che non saranno presenti negli anni successivi. Solamente questa tipologia di aggiustamento è consentita al fine di evitare di pregiudicare la stima della volatilità.

Guideline 4: aggiustamento dei dati storici per eliminare l'effetto di eventi catastrofici e riflettere gli accordi di riassicurazione correnti

Le imprese dovranno garantire che variazioni nella priorità di trattati di riassicurazione non proporzionale siano adeguatamente prese in considerazione se incidono sulla volatilità del rischio di riservazione.

Le compagnie interessate devono definire le politiche e le procedure interne per:

- individuare le perdite causate da eventi catastrofici;
- aggiustare i dati conformemente all'allegato XVII, punto B, paragrafo 2, lettera e), lettera d), punto C, paragrafo 2, lettera c) e punto D, paragrafo 2, lettera f), degli Atti Delegati.

L'uso di criteri coerenti nel tempo per identificare eventi catastrofici è necessario per rispettare il criterio dell'accuratezza. Il processo di identificazione deve essere il più obiettivo possibile e considerare che possibili outliers non sono automaticamente sinistri catastrofici per i quali valgono i riferimenti del sottomodulo CAT risk. Le imprese possono vagliare, secondo l'EIOPA, due approcci per correggere i dati eliminando l'effetto dei sinistri CAT:

- rivedere prima i dati per tenere conto dei trattati riassicurativi in essere e poi escludere gli effetti dei sinistri CAT;
- aggiustare i dati per eliminare l'effetto di eventi catastrofici e poi riflettere gli accordi di riassicurazione correnti.

Se le caratteristiche della politica riassicurativa sono state stabili durante il periodo per il quale si hanno le serie storiche e non sono attese modifiche sostanziali nell'anno seguente, i dati corretti sono considerati appropriati per essere usati nel calcolo degli USP.

Guideline 5: calcolo dell'aggiustamento per la riassicurazione non proporzionale nell'ambito di applicazione del rischio di tariffazione

Quando determinano il fattore di aggiustamento per l'effetto della riassicurazione non proporzionale le imprese devono assicurare che sia i dati al lordo che al netto della riassicurazione non proporzionale siano conformi alle guidelines 1-4 per i dodici mesi successivi.

I dati netti devono riflettere in modo adeguato l'effetto dei trattati che saranno validi nell'anno successivo e devono preservare lo stesso livello di granularità e di dettaglio di quelli lordi. Inoltre la serie di osservazioni può essere considerata completa solo se la volatilità da essa indicata è rappresentativa di quella nei 12 mesi successivi.

Guideline 6: conformità continua

Cambiamenti significativi e importanti nel profilo di rischio o nelle assunzioni alla base del calcolo degli USP devono essere considerati come modifiche sostanziali che possono portare a una mancata conformità.

Le imprese devono monitorare la loro conformità con i requisiti per l'utilizzo dei parametri specifici d'impresa attraverso l'ORSA. In tale ambito, qualora si rilevassero modifiche sostanziali rispetto al contenuto della domanda, la compagnia interessata deve informare tempestivamente l'Autorità di Vigilanza e fornire tutte le indicazioni adeguate.

Quando l'uso dei nuovi dati produce cambiamenti nelle informazioni contenute nella domanda, l'impresa deve fornire, su richiesta dell'Autorità di Vigilanza, tutti i dettagli sul calcolo degli USP eseguito utilizzando la nuova serie di dati e gli elementi a supporto dell'adeguatezza del calcolo.

In aggiunta, se è a conoscenza che un altro metodo standardizzato fornisce un risultato più preciso al fine di soddisfare i requisiti di calibrazione (art. 101 direttiva Solvency II), l'impresa dovrebbe presentare una nuova domanda per l'utilizzo di questo metodo standardizzato alternativo.

Guideline 7: misura correttiva della mancata conformità

In caso di mancata conformità ai requisiti per l'utilizzo di parametri specifici d'impresa, l'Autorità di Vigilanza dovrebbe decidere se la compagnia può adottare entro un termine di tre mesi misure correttive. Nell'ammettere tale decisione, l'Autorità di Vigilanza dovrebbe considerare il grado e la portata della non conformità, nonché il tempo necessario per porvi rimedio e le azioni che l'impresa dovrà adottare per ripristinare i requisiti.

Quando la conformità non può essere ripristinata nell'arco di tre mesi, la vigilanza dovrebbe revocare l'approvazione. In questa circostanza il requisito patrimoniale di solvibilità deve essere determinato utilizzando i parametri standard e la compagnia è tenuta a presentare una nuova domanda se intende ancora utilizzare gli USP.

Siccome le ragioni di una mancata conformità possono essere molto diverse, la situazione viene valutata in modo discrezionale dall'Autorità di Vigilanza. Possibili casi in cui è consentita una nuova richiesta potrebbero essere quando la conformità può essere rispettata in breve periodo o quando il metodo per raggiungerla è noto o l'impatto sul SCR è contenuto.

Guideline 8: requisito da parte dell'Autorità di Vigilanza relativo all'utilizzo di parametri specifici d'impresa

Quando l'Autorità di Vigilanza impone l'impiego dei parametri specifici d'impresa (art. 110 direttiva Solvency II) questa deve indicare quali sottogruppi di parametri debbano essere sostituiti e fissare con la compagnia un termine ragionevole per la presentazione della domanda per poi procedere con l'analisi dei metodi standardizzati.

Guideline 9: scostamento significativo

Nel valutare l'eventuale esistenza dello scostamento significativo indicato all'articolo 110 della direttiva Solvency II, l'Autorità di Vigilanza dovrebbe tener conto dei fattori significativi nel modo seguente:

- le risultanze emerse dal supervisory review process;
- la natura, il tipo e l'entità dello scostamento;

- la probabilità e la gravità di qualsiasi impatto negativo sui contraenti e sui beneficiari;
- il livello di sensibilità delle ipotesi cui lo scostamento si riferisce;
- la durata prevista e la volatilità dello scostamento.

La vigilanza dovrebbe effettuare tali analisi a livello di ciascun segmento per il quale è possibile utilizzare gli USP. L'EIOPA sottolinea infatti che la valutazione avviene considerando solamente un singolo rischio di uno specifico segmento e non il profilo di rischio dell'intera impresa di assicurazione.

Guideline 10: domanda di approvazione dell'utilizzo dei parametri specifici di gruppo

La domanda di approvazione per l'utilizzo dei parametri specifici di gruppo (o GSP) deve comprendere le informazioni richieste all'articolo 1 paragrafi 2, 4 e 5 del regolamento di esecuzione [34], dove ogni riferimento ai "parametri specifici d'impresa" è inteso come riferimento ai "parametri specifici di gruppo". Alla richiesta motivata da parte dell'Autorità di Vigilanza, l'impresa partecipante, la società di partecipazione assicurativa o la società di partecipazione finanziaria mista dovrebbe fornire ulteriori informazioni ai fini della valutazione della domanda.

Guideline 11: ambito del gruppo che utilizza i parametri specifici del gruppo

Quando il requisito patrimoniale di solvibilità di gruppo è calcolato mediante il metodo 1 o con la combinazione dei metodi 1 e 2 (si veda l'allegato XVII degli Atti Delegati) l'impresa di assicurazione partecipante, la società di partecipazione assicurativa o la società di partecipazione finanziaria mista dovrebbe utilizzare i parametri specifici del gruppo solo sui dati consolidati calcolati ai sensi dell'articolo 335, paragrafo 1, lettere a), b) e c), degli Atti Delegati.

Quando il requisito patrimoniale di solvibilità di gruppo è calcolato con il metodo 2, l'impresa di assicurazione partecipante, la società di partecipazione assicurativa o la società di partecipazione finanziaria mista non dovrebbero utilizzare i parametri specifici del gruppo. Se, in sede di calcolo della solvibilità di gruppo con il metodo 2, un'impresa utilizza parametri specifici, allora questi dovrebbero essere inclusi

nel calcolo del requisito patrimoniale di gruppo solo per quelle imprese che hanno ricevuto l'approvazione.

Guideline 12: requisiti sulla qualità dei dati a livello di gruppo

L'impresa di assicurazione partecipante, la società di partecipazione assicurativa o la società di partecipazione finanziaria mista dovrebbero essere in grado di dimostrare all'Autorità di Vigilanza che la natura dell'attività del gruppo e il profilo di rischio di questo sono abbastanza simili a quelli delle singole imprese che forniscono i dati, per garantire la coerenza tra le ipotesi statistiche sottese ai dati utilizzati a livello di singola entità e a livello di gruppo.

L'impresa di assicurazione partecipante, la società di partecipazione assicurativa o la società di partecipazione finanziaria mista dovrebbero verificare se i trattati riassicurativi che influiscono sul profilo di rischio della singola impresa abbiano effetti di risk mitigation anche a livello consolidato. In caso negativo bisognerà apportare un aggiustamento appropriato per calcolare i parametri basandosi su dati coerenti.

Guideline 13: consultazione in seno al collegio delle Autorità di Vigilanza

Nella consultazione di cui all'articolo 356, paragrafo 3 degli Atti Delegati, l'intero collegio delle Autorità di Vigilanza dovrebbe analizzare e discutere la rappresentatività dei dati a livello di gruppo e la pertinenza del metodo standardizzato utilizzato.

Guideline 14: informazioni per il collegio delle Autorità di Vigilanza

Nel caso di una richiesta per l'utilizzo di parametri specifici di una singola impresa inclusa nell'ambito del calcolo della solvibilità di gruppo, l'Autorità di Vigilanza che riceve la domanda dovrebbe informare il collegio delle Autorità di Vigilanza circa la ricezione e la propria decisione. Nel caso in cui la domanda sia respinta, le principali ragioni vanno comunicate al collegio.

In ogni caso, prima di prendere la decisione definitiva sulla domanda, l'Autorità di Vigilanza del gruppo dovrebbe considerare le decisioni sulle domande delle singole imprese incluse nel calcolo della solvibilità di gruppo per l'utilizzo degli USP.

2.4 Lettera dell'IVASS al mercato sugli USP

Con una comunicazione rivolta al mercato italiano⁴ l'IVASS informava che, una volta recepita la direttiva, le imprese interessate avrebbero potuto le richieste in merito all'utilizzo degli USP a partire dal primo aprile 2015.

A tal proposito, l'IVASS sottolineava la necessità di avviare un confronto con le compagnie che intendevano determinare il SCR mediante l'adozione di parametri specifici, «nella convinzione che una conoscenza preventiva possa essere funzionale ad un efficiente espletamento della procedura di autorizzazione» [43].

È opportuno che le imprese dimostrino, entro la data della richiesta di approvazione, di soddisfare i seguenti requisiti minimi:

- aver implementato un sistema di risk management in linea con prerogative stabilite dall'articolo 44 della direttiva Solvency II;
- essere in grado di giustificare il sottoinsieme dei parametri specifici per i quali si intende richiedere l'approvazione;
- aver valutato che gli USP rappresentino il proprio profilo di rischio in maniera più adeguata rispetto ai parametri previsti nella Standard Formula;
- aver verificato la completezza, l'accuratezza e l'adeguatezza dei dati utilizzati al fine di garantire il soddisfacimento dei requisiti previsti dall'articolo 219 degli Atti Delegati. L'IVASS ritiene opportuno che i dati siano assoggettati a validazione da parte di un soggetto in possesso dei requisiti di indipendenza richiesti dal D.Lgs. 39/2010 e dalle relative norme di attuazione;
- aver sviluppato una conoscenza dei profili di rischio specifici dell'impresa sia a livello di Consiglio di Amministrazione che di Alta Direzione;
- aver determinato, mediante i metodi standardizzati di cui all'articolo 220 degli Atti Delegati, i parametri di cui all'articolo 218 paragrafo 1 degli Atti Delegati per tutte le principali linee di business della compagnia;

⁴Imprese di assicurazione e riassicurazione con sede legale in Italia e rappresentanze per l'Italia di imprese con sede legale in uno Stato terzo rispetto allo Spazio Economico Europeo.

- disporre della documentazione utile affinché un soggetto terzo sia in grado di comprendere le analisi preliminari effettuate, le metodologie e i criteri utilizzati;
- aver predisposto un piano relativo alle implicazioni - in termini di pianificazione del fabbisogno di capitale - per l'eventualità in cui gli USP non siano approvati.

La lettera evidenzia come gli USP siano calibrati sulla base dei dati interni dell'impresa tramite l'uso di metodi standardizzati. L'utilizzo eventuale di dati esterni è subordinato al soddisfacimento degli ulteriori criteri previsti dall'articolo 219 degli Atti Delegati.

Le imprese interessate hanno comunicato all'IVASS entro il 5 dicembre 2015 l'intendimento di determinare il requisito di capitale mediante il citato criterio trasmettendo l'apposita delibera del Consiglio d'Amministrazione corredata dalla documentazione utile a dimostrare l'ottemperanza alle richieste sopra richiamate. La comunicazione dovrà consistere, oltre che della citata delibera, in un documento sintetico che evidenzia le attività intraprese e i tempi programmati per la piena adempimento dei requisiti elencati. Sulla base delle comunicazioni ricevute l'IVASS valuterà l'avvio della fase di conoscenza preventiva secondo un programma di approfondimenti graduali da concordare nel dettaglio con la compagnia interessata. L'eventuale prioritizzazione sarà fondata sul livello di avanzamento dei lavori evidenziato dall'impresa.

2.5 Calibrazione degli USP per Premium risk e Reserve risk nel QIS5

Nel QIS5 l'EIOPA (invero al tempo ancora CEIOPS) fornisce tre metodi standardizzati sia per il premium risk che per il reserve risk, attraverso cui l'impresa di assicurazione può determinare il parametro σ specifico per ogni singolo segmento. Non esiste un metodo privilegiato e l'impresa dovrebbe applicare più metodologie prima di giungere alla scelta definitiva, fornendone le motivazioni e considerandone l'adeguatezza al proprio profilo di rischio.

Per poter applicare tali tecniche sono necessarie l'approvazione dei parametri specifici da parte dell'Autorità di Vigilanza e l'utilizzo di dati interni o esterni che soddisfino i criteri qualitativi previsti.

In particolare l'Autorità di Vigilanza esige che:

- i dati rispettino gli standard illustrati nel documento "CEIOPS' Advice on Data Quality Standards" [10];
- i dati siano coerenti con le assunzioni alla base della metodologia utilizzata;
- il dataset dell'impresa possa essere facilmente applicato nelle formule ammesse e ciò deve valere in ogni fase del metodo;
- i dati siano rappresentativi degli scenari attesi per l'anno successivo;
- gli aggiustamenti possono essere introdotti solo se rendono i dati più significativi e appropriati. In tal caso gli aggiustamenti devono essere documentati e accolti dall'Autorità di Vigilanza.
- Ogni distorsione presente nei dati sia tenuta presente e ne sia valutato l'impatto sulla stima dei parametri.

Sia nel caso in cui provengano esclusivamente da fonti esterne sia nel caso in cui l'azienda ne usi una combinazione con input interni, i dati devono essere pertinenti all'attività svolta e devono rappresentare in modo accurato il profilo e la natura dei rischi dell'impresa.

In aggiunta l'EIOPA permette l'utilizzo di "pooled data" esterni. I dati "pooled" sono utili nel caso in cui la compagnia stia per avviare il lancio di un nuovo prodotto o non possa contare su un numero sufficiente di dati interni. Se la compagnia si indirizzerà verso questa possibilità dovrà soddisfare criteri addizionali (si veda par. 3.35 di [12]).

Le eventualità in cui i dati possono non essere considerati soddisfacenti sono:

- una bassa frequenza di sinistri dovuta alla natura stessa del processo o le dimensioni ridotte del portafoglio che non consentono di estrarre un campione adeguatamente ampio;

- un data set che comprende un arco di tempo antecedente ad un significativo cambiamento (ad esempio legislativo) il cui impatto non può essere adeguatamente misurato e analizzato;
- un nuovo business senza idonei dati esterni;
- un processo di raccolta dei dati non adeguato.

I requisiti generali richiesti per i dati possono essere accompagnati e completati da prerogative in relazione al parametro specifico e fornite insieme al metodo di stima scelto per gli USP.

Le imprese devono effettuare controlli sulla qualità dei dati su base regolare e tenere informata la vigilanza. Se la compagnia non rispetta i criteri richiesti in merito a accuratezza, completezza e adeguatezza dei dati, la medesima non potrà utilizzare gli USP e una soluzione alternativa per il calcolo del requisito di capitale dovrà essere messa in atto.

La standard deviation relativa al singolo ramo si ottiene combinando, mediante un apposito coefficiente di credibilità c , la stima undertaking-specific e quella market-wide. L'EIOPA ritiene che utilizzare un meccanismo basato sulla credibilità sia necessario quando si applica l'approccio USP. Inoltre la scelta di inserire questo criterio è dovuta anche a una motivazione metodologica: gli stimatori usati nei metodi standardizzati includono infatti un non trascurabile errore di stima [12].

Una credibilità massima del 100% ai parametri stimati sui dati d'impresa viene riconosciuta solamente quando l'ampiezza della serie temporale è almeno pari a una specifica lunghezza che varia da ramo a ramo e dal tipo di dati che si intende implementare.

In formule le imprese derivano il parametro specifico d'impresa per il premium risk come segue:

$$\sigma_{prem,LoB} = c \cdot \sigma_{U,prem,LoB} + (1 - c) \cdot \sigma_{MW,prem,LoB}$$

e analogamente per il reserve risk come:

$$\sigma_{res,LoB} = c \cdot \sigma_{U,res,LoB} + (1 - c) \cdot \sigma_{MW,res,LoB}$$

In cui c è il fattore di credibilità, $\sigma_{U,prem,LoB}$ e $\sigma_{U,res,LoB}$ i parametri undertaking-specific stimati per la standard deviation di premium risk e reserve risk, $\sigma_{MW,prem,LoB}$ e $\sigma_{MW,res,LoB}$ i rispettivi parametri standard market-wide previsti dall'EIOPA nel QIS5.

Il fattore di credibilità c viene scelto in base alla lunghezza della serie storica N_{LoB} usata nella stima e alle caratteristiche della LoB. Si distinguono due casi:

- gli USP si basano solamente su dati interni. In tal caso l'impresa userà i seguenti pesi per Third-party liability, Motor vehicle liability e Credit and suretyship:

N_{LoB}	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	≥ 15
c	34%	43%	51%	59%	67%	74%	81%	87%	92%	96%	100%

mentre per tutte le altre LoB i seguenti coefficienti c :

N_{LoB}	5	6	7	8	9	≥ 10
c	34%	51%	67%	81%	92%	100%

- gli USP sono calcolati con dati esterni (anche nel caso in cui gli stessi siano combinati con dati interni). In tal caso l'impresa userà i seguenti pesi per Third-party liability, Motor vehicle liability e Credit and suretyship:

N_{LoB}	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	≥ 15
c	30%	34%	38%	42%	46%	50%	53%	56%	58%	61%	63%

mentre per tutte le altre LoB i seguenti coefficienti c :

N_{LoB}	5	6	7	8	9	≥ 10
c	30%	38%	46%	53%	58%	63%

il fondamento logico della scelta di differenziare i fattori di credibilità tra dati interni o esterni è corretta e si basa sulla considerazione che il fine degli USP è quello di realizzare una migliore stima della volatilità o rischiosità che un'impresa sopporta e sostiene. Usando dati esterni tale volatilità può essere sottostimata come risultato

di una più ampia popolazione di rischi considerati nei dati esterni rispetto a quelli della singola compagnia. In aggiunta usare elementi esterni implica inevitabilmente un allontanamento dal riflettere la struttura dei rischi della singola compagnia. Infine i dati esterni hanno una minore comparabilità e richiedono un complesso processo di armonizzazione per raggiungere un certo grado di omogeneità.

2.5.1 Premium risk

I metodi scelti per stimare i parametri specifici sono in linea con le ipotesi sottostanti il rischio di tariffazione e quello di riservazione previste dalla Standard Formula. Ne segue che:

- il premium risk tiene conto anche della volatilità delle spese per sinistri;
- il rischio catastrofale è escluso;
- il rischio sottostante si distribuisce come una distribuzione lognormale;
- il requisito di capitale per il premium risk è calcolato con un approccio factor-based, come funzione della misura di volume e della standard deviation del premium risk per ogni LoB;
- la misura di volume per il premium risk della singola LoB è determinata come segue:

$$V_{prem,LoB} = \max \left(P_{LoB}^{t,written}; P_{LoB}^{t-1,written}; P_{LoB}^{t,earned} \right) + C_{LoB}^{PP}$$

dove $P_{LoB}^{t,written}$ è la stima dei premi incassati netti durante l'anno successivo, $P_{LoB}^{t-1,written}$ l'ammontare dei premi incassati netti dell'anno precedente, $P_{LoB}^{t,earned}$ la stima dei premi di competenza netti durante l'anno successivo e C_{LoB}^{PP} il valore attuale atteso del costo dei sinistri netti e del costo spese che si riferiscono a sinistri avvenuti dopo l'anno in corso ma coperti da contratti esistenti.

Gli USP tengono conto della volatilità delle spese per sinistri in modo implicito e si assume che non sia necessario alcun aggiustamento al risultato ottenuto usando solamente i loss ratio. Oltre a ciò le imprese correggono i dati considerando l'inflazione nel caso in cui si ritiene che la serie storica usata non sia rappresentativa

del fenomeno futuro. In tutti i metodi l'analisi viene condotta usando come volume l'ammontare netto dei premi di competenza e il costo ultimo a un anno, cioè la somma del pagato e del riservato dopo un anno, come variabile dal quale ottenere la deviazione standard. I tre metodi standard per stimare i parametri specifici $\sigma_{U,prem,LoB}$ sono i seguenti.

Metodo 1

Il primo metodo prevede di determinare la deviazione standard $\sigma_{U,prem,LoB}$ formulando la seguente relazione

$$U_{y,LoB} = V_{y,LoB} \cdot \mu_{LoB} + \sqrt{V_{y,LoB}} \cdot \beta_{LoB} \cdot \tilde{\epsilon}_{y,LoB} \quad (2.1)$$

dove:

- $U_{y,LoB}$ = costo ultimo a un anno per anno di accadimento e LoB,
- μ_{LoB} = loss ratio atteso per LoB,
- β_{LoB}^2 = costante di proporzionalità per la varianza del costo della LoB,
- $\tilde{\epsilon}_{y,LoB}$ = una variabile aleatoria con media nulla e varianza unitaria,
- $V_{y,LoB}$ = volume dei premi di competenza per anno di accadimento e LoB,
- N_{LoB} = il numero anni per cui si hanno dati disponibili.

Il metodo si configura come un modello di regressione lineare in cui il costo ultimo viene spiegato dal volume dei premi. Il coefficiente della regressione è il loss ratio della LoB.

Il costo ultimo $U_{y,LoB}$ è il risultato di una componente attesa e di una componente di variabilità; la prima è rappresentata dal prodotto tra il volume premi e il loss ratio atteso, la seconda è generata dalla variabile aleatoria $\tilde{\epsilon}_{y,LoB}$ e moltiplicata per β_{LoB}^2 . Con questa impostazione si ha infatti che il valore atteso $E(U_{y,LoB})$ è pari a $V_{y,LoB} \cdot \mu_{LoB}$ e la standard deviation pari a $\sqrt{V_{y,LoB}} \cdot \beta_{LoB}$.

Le assunzioni alla base di tale metodologia, per la singola impresa in qualsiasi anno e per la singola LoB, sono che:

- il costo sinistri atteso sia proporzionale al volume premi;

- il loss ratio atteso sia costante;
- la varianza del costo sinistri sia proporzionale ai premi di competenza;
- il metodo dei minimi quadrati sia appropriato.

Ipotizzare un loss ratio variabile con valore atteso costante negli anni, ovvero il loss ratio come un processo stocastico stazionario, significa che la compagnia mantiene un portafoglio omogeneo nel tempo. In questo modo non si considerano cambiamenti nel tasso di premio o nel rischio sottostante. Tale ipotesi può venir meno quando il portafoglio di un'impresa subisce delle variazioni.

Per stimare i due parametri μ_{LoB} e β_{LoB} è utile riscrivere l'equazione (2.1) come

$$\frac{U_{y,LoB}}{\sqrt{V_{y,LoB}}} = \sqrt{V_{y,LoB}} \cdot \mu_{LoB} + \beta_{LoB} \cdot \tilde{E}_{y,LoB} \quad (2.2)$$

dove la variabile aleatoria $\tilde{E}_{y,LoB} = \beta_{LoB} \cdot \tilde{\epsilon}_{y,LoB}$ ha valore atteso nullo e standard deviation pari a β_{LoB} . In questo modo si ottiene che lo stimatore dei minimi quadrati per il parametro μ_{LoB} può essere espresso come:

$$\hat{\mu}_{LoB} = \frac{\sum_y \frac{U_{y,LoB}}{\sqrt{V_{y,LoB}}} \cdot \sqrt{V_{y,LoB}}}{\sum_y \sqrt{V_{y,LoB}}^2} = \frac{\sum_y U_{y,LoB}}{\sum_y V_{y,LoB}} \quad (2.3)$$

e lo stimatore per β come:

$$\hat{\beta}_{LoB} = \sqrt{\frac{SS_{res}}{N_{LoB} - 1}},$$

dove con SS_{res} si indica la somma dei quadrati dei residui di regressione. Sostituendo l'espressione ottenuta per $\hat{\mu}_{LoB}$ la relazione precedente diviene:

$$\hat{\beta}_{LoB} = \sqrt{\frac{1}{N_{LoB} - 1} \sum_y \frac{\left(U_{y,LoB} - V_{y,LoB} \frac{\sum_y U_{y,LoB}}{\sum_y V_{y,LoB}} \right)^2}{V_{y,LoB}}}, \quad (2.4)$$

a questo punto la stima del parametro $\sigma_{(U,prem,LoB)}$ si ricava facilmente:

$$\sigma_{U,prem,LoB} = \frac{\hat{\beta}_{LoB} \cdot \sqrt{V_{y,LoB}}}{V_{LoB}} \approx \frac{\hat{\beta}_{LoB}}{\sqrt{V_{LoB}}}. \quad (2.5)$$

Il segno di approssimazione deriva dal fatto che in V_{LoB} , come precedentemente descritto, si considera anche la riserva premi dei contratti pluriennali. La formula

(2.5) evidenza come il parametro undertaking-specific sia un coefficiente di variabilità della distribuzione del costo sinistri a un anno espresso in termini unitari di volume. È importante sottolineare che i dati utilizzati sono al netto della riassicurazione e prevedono due aggiustamenti: uno per l'inflazione e uno per escludere i sinistri CAT. Vengono anche escluse le spese non allocate (ULAE) e la lunghezza della serie storica (N_{LoB}) deve essere almeno pari a 5 anni.

Metodo 2

Il secondo metodo risulta applicabile se per la singola impresa, per ogni anno e nel singola LoB:

- il costo sinistri atteso sia proporzionale al volume premi;
- il loss ratio atteso sia costante;
- la varianza del costo sinistri sia proporzionale ai premi di competenza;
- la distribuzione del costo sinistri sia lognormale;
- il metodo di stima della massima verosimiglianza sia appropriato.

Definite come nel modello precedente le grandezze $U_{y,LoB}$, μ_{LoB} , β_{LoB}^2 , $\tilde{\epsilon}_{y,LoB}$, $V_{y,LoB}$ e introdotte:

- $M_{y,LoB}$ = media della variabile aleatoria $\ln(U_{y,LoB})$,
- $S_{y,LoB}$ = standard deviation della variabile aleatoria $\ln(U_{y,LoB})$,

la distribuzione del costo ultimo sinistri a un anno viene formulata esattamente con una relazione analoga a quella del modello 1:

$$\tilde{U}_{y,LoB} = V_{y,LoB} \cdot \mu_{LoB} + \sqrt{V_{y,LoB}} \cdot \beta_{LoB} \cdot \tilde{\epsilon}_{y,LoB}. \quad (2.6)$$

Il modello 2 altro non è che un caso specifico del modello 1 in cui si è aggiunta l'ipotesi distributiva di lognormalità per la variabile oggetto di studio. Per ottenere il parametro specifico si utilizza il metodo della massima verosimiglianza. Si individuano quei valori di β_{LoB} e μ_{LoB} che rendono massima la funzione di log-verosimiglianza del campione di dati osservati $\{\ln(U_{y,LoB})\}_y$.

La variabile aleatoria $\ln(U_{y,LoB})$ si distribuisce come una normale la cui media $M_{y,LoB}$ e varianza $S_{y,LoB}^2$ possono essere espresse in termini di media e varianza di $U_{y,LoB}$:

$$E(U_{y,LoB}) = \exp\left(M_{y,LoB} + \frac{S_{y,LoB}^2}{2}\right)$$

da cui si ottiene che:

$$M_{y,LoB} = \ln(V_{y,LoB} \cdot \mu_{LoB}) - \frac{S^2}{2} \quad (2.7)$$

e

$$Var(U_{y,LoB}) = [\exp(S^2) - 1] [\exp(2\mu + S^2)],$$

da cui

$$S_{y,LoB}^2 = \ln\left(\frac{\beta_{LoB}^2}{V_{y,LoB} \cdot \mu_{LoB}^2} + 1\right). \quad (2.8)$$

La funzione di log-verosimiglianza del campione osservato diviene:

$$\ln(L) = \sum_y \left(-\ln(S_{y,LoB}) - \frac{(\ln(U_{y,LoB}) - M_{y,LoB})^2}{2S_{y,LoB}^2} \right), \quad (2.9)$$

trovati i valori di β_{LoB} e μ_{LoB} che rendono massima la (2.9) si ricava, come nel modello precedente, la standard deviation $\sigma_{(U,prem,LoB)}$ cercata:

$$\hat{\sigma}_{U,prem,LoB} \approx \frac{\hat{\beta}_{LoB}}{\sqrt{V_{LoB}}}.$$

Metodo 3

Entrambi i metodi presentati, sottolinea l'EIOPA, hanno un errore di stima non trascurabile [12]. Per questa ragione la terza metodologia proposta si distacca dalle due precedenti e basa la stima del parametro specifico sul Collective Risk Model, determinando $\sigma_{(U,prem,LoB)}$ come il rapporto tra la standard deviation del costo aggregato dei sinistri e la misura di volume:

$$\sigma_{U,prem,LoB} = \frac{1}{V_{prem,LoB}} \cdot \sqrt{Var(\tilde{S}_N)}. \quad (2.10)$$

La variabile aleatoria costo ultimo sinistri \tilde{S}_N è un processo di Poisson composto, misturato come:

$$\tilde{S}_N = \sum_{i=1}^{\tilde{N}} \tilde{X}_i,$$

con \tilde{X} variabile aleatoria del costo del singolo sinistro e \tilde{N} variabile aleatoria del numero sinistri distribuita come una Poisson misturata con $\tilde{\Theta}$ variabile di disturbo che agisce in modo moltiplicativo sul parametro λ della distribuzione di Poisson di \tilde{N} . In formule:

$$\tilde{N} \sim Poi(\lambda \cdot \tilde{\Theta}),$$

$$E(\tilde{\Theta}) = 1$$

le variabili aleatorie \tilde{X} e \tilde{N} sono indipendenti, così come le variabili aleatorie \tilde{X}_i sono indipendenti tra loro $\forall i$. Come noto in letteratura la varianza risulta pari a:

$$Var(\tilde{S}_N) = \mu^2 \lambda^2 Var(\tilde{\Theta}) + \lambda \mu^2 + \lambda \sigma^2$$

dove:

- μ e σ sono rispettivamente media e deviazione standard di \tilde{X} . La prima si ottiene dal rapporto tra la somma dei costi sinistri ultimi osservati (opportunamente corretti per tenere conto dell'inflazione) e il numero dei sinistri. La seconda si stima dal campione dopo aver adeguato i dati per l'inflazione.
- λ è il parametro della distribuzione di Poisson e indica il numero atteso di sinistri. Si ottiene dal rapporto tra numero medio dei sinistri su premi di competenza totali, aggiustati per l'inflazione, moltiplicato per la misura di volume $V_{prem,LoB}$.
- $Var(\tilde{\Theta})$ è la stima della varianza del fattore di disturbo del numero sinistri della singola LoB per l'anno successivo.

La stima di $Var(\tilde{\Theta})$ rappresenta la questione più problematica. Da essa dipende l'entità del rischio sistematico che non può essere diversificato e deve perciò essere calibrata con molta attenzione. L'EIOPA ha proposto due soluzioni:

- la prima è quella di considerare $\tilde{\Theta}$ come una variabile aleatoria di disturbo che caratterizza l'intero mercato e la cui varianza viene stimata e fornita direttamente dall'Autorità di Vigilanza.

- Una seconda soluzione per stimare $Var(\tilde{\Theta})$ è quella indicata da Gisler in [39]. All'opposto questo criterio si basa sui dati dell'impresa.

Il metodo 3 non considera fattori di disturbo che agiscono sul costo del singolo sinistro. L'EIOPA precisa i criteri aggiuntivi che i dati devono rispettare affinché l'impresa possa utilizzare tale criterio:

- i dati devono essere aggiustati per escludere i sinistri CAT;
- il costo del singolo sinistro deve essere al netto della riassicurazione e i dati devono riflettere la copertura riassicurativa dell'impresa nell'anno successivo⁵;
- il costo del singolo sinistro deve essere corretto per l'inflazione e non deve contenere il costo spese;
- le osservazioni devono estendersi per un periodo di tempo sufficientemente lungo così che eventuali cicli possano essere identificati. In aggiunta per stimare $Var(\tilde{\Theta})$ i dati devono coprire un arco di tempo di almeno 5 anni;
- i dati non dovrebbero portare a un incremento rilevante dell'errore di stima rispetto al valore stimato.

2.5.2 Reserve risk

I 3 metodi standardizzati proposti per il calcolo degli USP del reserve risk presuppongono le assunzioni alla base della Standard Formula. L'analisi viene condotta usando due elementi: le riserve nette a inizio anno come misura di volume e il claim development result (CDR) delle riserve dopo un anno per ricavare la standard deviation. Si ricorre ai triangoli di run-off del costo sinistri pagati o incurred.

In linea con i presupposti della Standard Formula per il reserve risk, i triangoli sono al netto della riassicurazione, sono aggiustati per l'inflazione e vengono escluse le spese e i sinistri che rientrano nel modulo CAT.

⁵L'EIOPA precisa che eventuali trattati che agiscono sull'intero portafoglio, ad esempio Stop Loss, devono essere considerati in modo appropriato.

Metodo 1

Il metodo 1 considera una relazione analoga a quella vista per il metodo 1 del premium risk. Introducendo i seguenti elementi:

- $PCO_{LoB,i,j}$ = best estimate della riserva sinistri dell'anno i all'antidurata j per LoB;
- $I_{LoB,i,j}$ = pagamenti sinistri incrementali dell'anno i all'antidurata j per LoB;
- $R_{y,LoB}$ = somma (per anno di accadimento e LoB) della riserva sinistri a fine anno e dei pagamenti incrementali avvenuti durante l'anno per sinistri a riserva;
- β_{LoB}^2 = costante di proporzionalità per la varianza di $\tilde{R}_{y,LoB}$;
- $\epsilon_{y,LoB}$ = una variabile aleatoria con media nulla e varianza unitaria;
- $V_{y,LoB}$ = misura di volume per anno di accadimento e LoB;
- N_{LoB} = il numero anni per cui si hanno dati disponibili;
- PCO_{LoB} = best estimate della riserva sinistri della LoB.

Valgono le seguenti relazioni:

$$V_{y,LoB} = \sum_{i+j=y+1} PCO_{LoB,i,j},$$

$$R_{y,LoB} = \sum_{\substack{i+j=y+2 \\ i \neq y+1}} PCO_{LoB,i,j} + \sum_{\substack{i+j=y+2 \\ i \neq y+1}} I_{LoB,i,j},$$

si ha infatti per definizione che $V_{y,LoB}$, essendo la best estimate delle riserve sinistri, coincide con il valore atteso di $\tilde{R}_{y,LoB}$ e il claim development result (CDR) o run-off della riserva ha aspettativa nulla.

Dalla relazione:

$$R_{y,LoB} = V_{y,LoB} + \sqrt{V_{y,LoB}} \cdot \beta_{LoB} \cdot \epsilon_{y,LoB} \quad (2.11)$$

si ricava, con una logica analoga al modello 1 indicato in precedenza per il premium risk, lo stimatore per β_{LoB}

$$\hat{\beta}_{LoB} = \sqrt{\frac{1}{N_{LoB} - 1} \sum_y \frac{(R_{y,LoB} - V_{y,LoB})^2}{V_{y,LoB}}} \quad (2.12)$$

e infine la stima del parametro $\sigma_{U,res,LoB}$

$$\sigma_{U,res,LoB} = \sigma \left(\frac{\text{Run-off}}{PCO_{LoB}} \right) = \frac{\hat{\beta}_{LoB}}{\sqrt{PCO_{LoB}}}. \quad (2.13)$$

Metodo 2 e Metodo 3

Il secondo e il terzo metodo basano sul calcolo del Mean Square Error of Prediction (MSEP) del run-off della riserva sinistri a un anno. In entrambi il risultato della formula proposta da Merz e Wüthrich [54] viene considerato come il prodotto della misura di volume per il parametro di variabilità del reserve risk:

$$\sqrt{\text{MSEP}} = \sigma_{U,res,LoB} \cdot PCO_{LoB} \quad (2.14)$$

da cui si ottiene che:

$$\sigma'_{U,res,LoB} = \frac{\sqrt{\text{MSEP}}}{PCO_{LoB}} \quad (2.15)$$

La differenza nei due procedimenti consiste nella modalità con cui l'impresa deve calcolare la riserva PCO_{LoB} a denominatore della formula (2.15).

L'EIOPA non ha prescritto nel metodo 2 alcuna condotta sul criterio con cui valutare la PCO_{LoB} . Sarebbe conforme a questo criterio un'assurda situazione in cui la compagnia valuta la riserva con un metodo come il Fisher-Lange o il Bornhuetter-Ferguson e successivamente calcola il MSEP che invece si basa sulla struttura chain ladder.

Il metodo 3 pone rimedio a questa discrepanza:

$$\sigma'_{U,res,LoB} = \frac{\sqrt{\text{MSEP}}}{CLPCO_{LoB}}, \quad (2.16)$$

dove $CLPCO_{LoB}$ è la best estimate della riserva sinistri valutata con il metodo chain ladder⁶.

Le due procedure richiedono come assunzione aggiuntiva che il triangolo di run-off utilizzato per stimare la riserva sia coerente con le ipotesi del metodo di Merz-Wüthrich.

In questi due approcci, per le caratteristiche implicite dei modelli che si basano sul MSEP della formula di Merz-Wüthrich, non si considera la componente di model

⁶Non viene comunque specificato se chain ladder paid o incurred.

error o l'errore che i dati passati non riflettano in modo adeguato il business futuro. Per questo motivo il parametro stimato viene aggregato con una componente τ , indipendente rispetto al prediction error, che tiene conto dell'errore di modello:

$$\sigma_{U,res,LoB} = \sqrt{\sigma'_{(U,res,LoB)} + \tau^2}, \quad (2.17)$$

l'EIOPA tuttavia non precisa alcun valore né metodo per stimare tale componente e lascia alle imprese il compito di quantificarla sulla base dell'esperienza della compagnia stessa.

2.6 Calibrazione degli USP per Premium risk e Reserve risk negli Atti Delegati

Negli Atti Delegati è contenuto l'insieme definitivo di norme che delineano le metodologie di calcolo degli USP a cui si dovranno rifare le imprese che vorranno utilizzare tale sistema per il calcolo del SCR a partire da gennaio 2016. Rispetto al QIS5, per determinare il coefficiente di variabilità da combinare con il parametro standard per ottenere il parametro USP, sono stati scelti due metodi: uno è applicabile sia al premium risk che al reserve risk; in vero la struttura è identica e cambiano solamente le variabili da inserire nel modello. L'altro è concepito esclusivamente per il rischio di riservazione. Ciascun metodo si fonda su uno specifico modello stocastico di riferimento di cui si propone una descrizione.

2.6.1 Premium risk

Il modello per il premium risk scelto dall'EIOPA per definire la deviazione standard unitaria undertaking-specific è quello individuato nel lavoro condotto dal JWG di calibrazione e studio dei parametri market-wide da includere nella Standard Formula [25]. Il modello considera una variabile aleatoria Y di cui si vuole stimare la varianza a partire da una variabile esplicativa X che nella logica del SCR agisce come misura di volume. La variabile Y nel calcolo del USP per il premium risk è il costo ultimo dei sinistri e la variabile X indica il volume dei premi di competenza.

Il modello fa due ipotesi su media e varianza del costo ultimo. Si consideri un portafoglio assicurativo omogeneo di m rischi che generi un numero n aleatorio di sinistri secondo una distribuzione di Poisson con parametro $m\lambda$ ⁷.

La distribuzione del costo del singolo sinistro (unica per l'intero portafoglio) ha media η e varianza proporzionale al quadrato della media $(k\eta)^2$ dove k è il coefficiente di variazione del rischio assicurato.

La distribuzione di probabilità del costo ultimo dei sinistri, se il numero di sinistri n fosse noto, sarebbe l' n -esima convoluzione dei costi dei singoli sinistri con media $n\eta$ e varianza $n(k\eta)^2$. Tuttavia n non è noto; prendendo in considerazione la distribuzione marginale del numero di sinistri si ottiene la distribuzione congiunta del costo ultimo che, in base a quanto confermato dalla letteratura, segue un processo di Poisson composto con media, secondo momento semplice e varianza pari a⁸:

$$E(Y) = m\lambda\eta,$$

$$E(Y^2) = m\lambda\eta^2(1 + k^2) + (m\lambda\eta)^2,$$

$$Var(Y) = E(Y^2) - E(Y)^2 = m\lambda\eta^2(1 + k^2).$$

Tuttavia l'EIOPA ha preferito implementare nel modello dei parametri non fissi nel tempo ma soggetti a variabilità. In particolare λ , η e k sono dei processi stocastici stazionari che considerano le oscillazioni di breve periodo (sono esclusi cicli di medio-lungo periodo).

Per calcolare i momenti di Y , introdotti i parametri stocastici, si può utilizzare la proprietà fondamentale che consente di calcolare il valore atteso attraverso il condizionamento⁹.

Si ha quindi un modello in cui:

$$E(Y) = E(E(Y|\tilde{\lambda}, \tilde{\eta})) = m E(\tilde{\lambda} \tilde{\eta}),$$

⁷Un'importante proprietà del processo Poissoniano è che la somma di m variabili aleatorie indipendenti distribuite come una Poisson di parametro λ_i , con $i = 1, 2, \dots, m$, si distribuisce come una Poisson di parametro $\sum_{i=1}^m \lambda_i$. Nel caso illustrato il portafoglio è omogeneo, $\lambda_i = \lambda \forall i$, perciò il parametro è $m\lambda$.

⁸Per una più dettagliata e approfondita trattazione si veda ad esempio [19] oppure [65].

⁹Vale infatti che, date due variabili casuali X e Y , $E(X) = E(E(X|Y))$. Dove con $E(X|Y)$ si indica l'aspettativa di X condizionata a Y .

$$E(Y^2) = E(E(Y^2|\tilde{\lambda}, \tilde{\eta}, \tilde{k})) = mE(\tilde{\lambda}\tilde{\eta}^2(1 + \tilde{k}^2)) + m^2E((\tilde{\lambda}\tilde{\eta})^2),$$

$$Var(Y) = E(Y^2) - E(Y)^2 = mE(\tilde{\lambda}\tilde{\eta}^2(1 + \tilde{k}^2)) + m^2Var(\tilde{\lambda}\tilde{\eta})$$

che implica una varianza quadratica rispetto alla dimensione del portafoglio m . Per ricondursi alla logica della metodologia USP è utile riscrivere media e varianza di Y in termini di volume premi $X = mp$, dove p è il premio per il singolo rischio e di loss ratio $\tilde{\beta} = (\tilde{\lambda} \tilde{\eta})/p$:

$$E(Y) = XE(\tilde{\beta}),$$

$$Var(Y) = XE(\tilde{\beta} \tilde{\eta} (1 + \tilde{k}^2)) + X^2 Var(\tilde{\beta}),$$

da cui, se si indicano

$$E(\tilde{\beta}) = \beta,$$

$$E(\tilde{\beta}\tilde{\eta}(1 + \tilde{k}^2)) = \sigma_1^2 \bar{X},$$

$$Var(\tilde{\beta}) = \sigma_2^2$$

si ottengono le formule di cui sotto, per valore atteso e varianza di Y .

$$E(Y) = \beta X,$$

$$Var(Y) = \sigma_1^2 \bar{X} X + \sigma_2^2 X^2.$$

Il termine $\bar{X} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T X_t$ nella varianza è la media aritmetica della serie storica $X_1, X_2, X_3, \dots, X_T$ del volume premi dell'impresa, introdotta per avere i due termini della varianza con la medesima dimensione monetaria.

Si giunge alla forma definitiva della varianza di Y introducendo:

- il parametro $\sigma^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2$ che nella realtà coincide con il quadrato del coefficiente di variazione della Y ;
- il mixing parameter δ definito come σ_2^2/σ^2 . Tale parametro assume valori compresi tra 0 e 1, se $\delta = 1$ la varianza ha una relazione di tipo quadratico con X , mentre se $\delta = 0$ la varianza risulta proporzionale a X . Se $Var(\tilde{\beta}) = 0$, cioè nel caso in cui il loss ratio è ipotizzato essere una costante e i parametri λ e η non sono aleatori, allora $\delta = 0$ ¹⁰.

¹⁰Il mixing parameter si può interpretare come il peso della variabilità del loss ratio, o più in generale di β , sulla variabilità di \tilde{Y} .

$$\begin{aligned}
Var(Y) &= (\sigma_1^2 + \sigma_2^2) \cdot \left(\frac{\sigma_1^2 \bar{X}X + \sigma_2^2 X^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \right) = \\
&= (\sigma_1^2 + \sigma_2^2) \cdot \left(\frac{\sigma_1^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \bar{X}X + \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} X^2 \right) = \\
&= \sigma^2((1 - \delta)\bar{X}X + \delta X^2).
\end{aligned}$$

Inoltre, con una modifica si aggiunge alla formula della varianza il termine moltiplicativo β^2 per ottenere un coefficiente di variabilità che non dipende da β .

In questo modo si definiscono le prime due ipotesi su media e varianza del modello¹¹.

$$E(Y) = \beta X, \quad (2.18)$$

$$Var(Y) = \beta^2 \sigma^2((1 - \delta)\bar{X}X + \delta X^2). \quad (2.19)$$

Il costo aggregato dei sinistri atteso in un determinato segmento e anno di accadimento è linearmente proporzionale rispetto ai premi di competenza in un determinato anno di accadimento.

Il coefficiente σ è di primaria rilevanza in quanto rappresenta e approssima il coefficiente di variabilità del costo aggregato dei sinistri o, più in generale, della variabile \tilde{Y} da cui dipende il requisito di capitale richiesto.

Il processo stocastico da cui si sono definiti i primi due cumulanti, un processo di Poisson composto con tre parametri misturati, generalmente non può essere espresso come una distribuzione in forma chiusa. L'Autorità di Vigilanza quindi, rifacendosi allo schema della Standard Formula, inserisce la struttura definita in un'assunzione di lognormalità per la variabile Y . Per cui vale che:

$$\ln(Y) \sim N(\mu, \omega). \quad (2.20)$$

¹¹In [20] si propone una derivazione alternativa del metodo ottenuta a partire da una varianza definita come:

$$Var(Y) = \sigma^2((1 - \delta)\bar{X}X + \delta X^2).$$

Questo procedimento per stimare il parametro USP si ricollega implicitamente alla formulazione della varianza (2.19). Per questa ragione è più naturale considerare quest'ultima come espressione della varianza.

La (2.18), la (2.19) e la (2.20) rappresentano le tre ipotesi alla base del metodo USP per il rischio di tariffazione presente negli Atti Delegati. A queste si aggiunge la richiesta che la stima di massima verosimiglianza sia appropriata.

L'impresa per poter utilizzare questo criterio deve verificare che tutte le assunzioni siano rispettate. Lavoro di primaria importanza e attenzione per la compagnia interessata è perciò quello di effettuare opportuni test statistici che dimostrino l'adempimento a tali ipotesi.

Nel modello è richiesta la stima dei parametri β, σ e δ che si ottiene col metodo della massima verosimiglianza ossia andando a massimizzare la funzione di verosimiglianza della serie storica di osservazioni:

$$(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = \{(X_t; Y_t; t = 1, 2, \dots, T)\}$$

della variabile costo ultimo sinistri e del volume dei premi specifici dell'impresa su un arco temporale di lunghezza T .

Per semplificare la funzione di verosimiglianza (ottenendo quindi una matematica più "trattabile") è utile non considerare direttamente né la variabile Y , né la variabile $\ln(Y)$, ma la trasformazione u definita come:

$$u = \ln\left(\frac{Y}{X}\right) + \frac{1}{2\pi} - \ln(\beta), \quad (2.21)$$

dove con π si indica il reciproco della varianza (o precisione) di $\ln(Y)$.

In u compare il termine Y/X che rappresenta il loss ratio della compagnia definito come il rapporto tra la somma del pagato e del riservato per i sinistri dell'esercizio e i premi di competenza.

$$LR_t = \frac{Y_t}{X_t} = \frac{\text{Pagato}_t^E + \text{Riservato}_t^E}{\text{Premi}_t^{\text{Comp}}}.$$

Ai fini della stima è importante considerare che, se $\ln(Y) \sim N(\mu, \omega)$ allora la variabile $\ln(Y) - \mu$, che coincide con la variabile u sopra definita, si distribuisce come una normale con media nulla e varianza ω . Infatti poiché:

$$\mu = \ln(\beta X) - \frac{\omega}{2}$$

sommando e sottraendo il termine $\ln(X)$, si vede che:

$$\ln(Y) - \mu =$$

$$\begin{aligned}
&= \ln(Y) - \ln(\beta X) + \frac{1}{2\pi} + \ln(X) - \ln(X) = \\
&= \ln\left(\frac{Y}{X}\right) - \ln(\beta) + \frac{1}{2\pi} = u.
\end{aligned}$$

La variabile aleatoria u ha la seguente funzione di densità di probabilità:

$$f(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\omega}} \exp\left(-\frac{u^2}{2\omega}\right)$$

da cui la log-verosimiglianza della serie storica disponibile (le osservazioni sono considerate come realizzazione indipendenti della variabile aleatoria) è pari a:

$$\begin{aligned}
\ln(L) &= \ln\left(\prod_{t=1}^T \frac{1}{\sqrt{2\pi\omega_t}} \exp\left(-\frac{u_t^2}{2\omega_t}\right)\right) = \\
&= \sum_{t=1}^T \ln\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\omega_t}}\right) + \sum_{t=1}^T \ln\left(\exp\left(-\frac{u_t^2}{2\omega_t}\right)\right).
\end{aligned}$$

Eliminate le costanti ininfluenti ai fini della massimizzazione e cambiato il segno, si verifica facilmente che massimizzare la verosimiglianza di Y equivale a minimizzare rispetto β, σ e δ la funzione di perdita o criterion function:

$$L(\beta, \sigma, \delta) = \sum_{t=1}^T \pi_t u_t^2 - \sum_{t=1}^T \ln(\pi_t). \quad (2.22)$$

Il problema può essere ulteriormente semplificato. In vero minimizzando la formula (2.22) rispetto a $\ln(\beta)$:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial \ln(\beta)} &= 0 \\
\sum_{t=1}^T \pi_t 2 u_t \frac{du_t}{d \ln(\beta)} &= -2 \sum_{t=1}^T \pi_t u_t = 0 \\
-2 \sum_{t=1}^T \pi_t \left(\ln\left(\frac{Y_t}{X_t}\right) + \frac{1}{2\pi} - \ln(\beta) \right) &= 0 \\
2 \ln(\beta) \sum_{t=1}^T \pi_t &= \sum_{t=1}^T \frac{\pi_t}{\pi_t} + 2 \sum_{t=1}^T \ln\left(\frac{Y_t}{X_t}\right)
\end{aligned}$$

si ottiene l'espressione:

$$\ln(\beta) = \frac{T/2 + \sum_{t=1}^T \pi_t \ln(Y_t/X_t)}{\sum_{i=1}^T \pi_t}.$$

Grazie a questo risultato la criterion function può essere riparametrizzata in modo da avere una funzione in due variabili. Definito il coefficiente logaritmico di variazione $\gamma = \ln(\sigma/\beta)$ si può riformulare

$$\pi_t = \frac{1}{\ln(1 + ((1 - \delta)\bar{X}X^{-1} + \delta) \exp(2\gamma))} \quad (2.23)$$

e, essendo

$$\sigma = \exp(\gamma + \ln(\beta)) = \exp\left[\gamma + \frac{T/2 + \sum_{t=1}^T \pi_t \ln(Y_t/X_t)}{\sum_{t=1}^T \pi_t}\right], \quad (2.24)$$

la formula (2.22) diventa:

$$L(\delta, \gamma) = \sum_{t=1}^T \pi_t \left\{ \ln\left(\frac{Y_t}{X_t}\right) + \frac{1}{2\pi_t} + \gamma - \ln(\sigma) \right\}^2 - \sum_{t=1}^T \ln(\pi_t). \quad (2.25)$$

Questa funzione va minimizzata nell'intervallo $D = \{\delta \in [0, 1], \gamma \in \mathbb{R}\}$. I valori ottenuti con le procedure numeriche $\hat{\delta}$ e $\hat{\gamma}$, sostituiti nella relazione (2.24) e tenendo conto della formula (2.23), forniscono la stima di massima verosimiglianza del parametro $\hat{\sigma}$ necessaria per la deviazione standard unitaria USP del segmento considerato.

Il metodo di stima della massima verosimiglianza è dotato di numerose proprietà teoriche anche se dal punto di vista "pratico" è necessario che la superficie di verosimiglianza sia sufficientemente regolare così che il punto di massimo sia individuabile in modo sollecito e univoco e la procedura di minimizzazione goda di adeguate proprietà di convergenza.

La stima $\hat{\sigma}$ ottenuta attraverso la minimizzazione della funzione di perdita viene moltiplicata per il fattore di aggiustamento $\sqrt{(T+1)/(T-1)}$. La stima corretta viene combinata con il parametro market-wide previsto dalla Standard Formula utilizzando il fattore di credibilità c .

$$\sigma_{USP,prem,s} = c \cdot \sqrt{\frac{T+1}{T-1}} \cdot \hat{\sigma} + (1-c) \cdot \sigma_{MW,prem,s}$$

L'effetto della correzione per $\sqrt{(T+1)/(T-1)}$, essendo quest'ultimo elemento maggiore di 1, è quello di incrementare il valore di $\hat{\sigma}$. Per questa ragione accade che:

- se $\hat{\sigma} < \sigma_{MW}$, il parametro corretto si avvicinerà al fattore standard di mercato previsto dall'Autorità di Vigilanza;

- se $\hat{\sigma} > \sigma_{MW}$, il parametro corretto si allontanerà dal fattore standard di mercato previsto dall’Autorità di Vigilanza.

Il peso c dipende dal segmento s e dalla lunghezza T della serie storica, ossia dal numero degli anni di accadimento dei sinistri per i quali sono disponibili dati.

Per i segmenti Third-party liability, Motor vehicle liability e Credit and suretyship valgono i seguenti fattori di credibilità:

T_s	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	≥ 15
c	34%	43%	51%	59%	67%	74%	81%	87%	92%	96%	100%

mentre per i rimanenti segmenti valgono i coefficienti c pari a:

T_s	5	6	7	8	9	≥ 10
c	34%	51%	67%	81%	92%	100%

infine nell’allegato XVII degli Atti Delegati vengono indicati i requisiti specifici per i dati utilizzati in questo metodo.

È necessario per il generico segmento s che la compagnia abbia a disposizione:

- la stima del costo ultimo dei sinistri (somma dei pagamenti effettuati e del riservato);
- i premi di competenza.

Viene specificato che le perdite aggregate e i premi di competenza devono essere disponibili separatamente per ciascun anno di accadimento dei sinistri coperti da contratto di assicurazione o di riassicurazione nel segmento s . Inoltre:

- i dati devono essere rappresentativi del rischio di tariffazione cui l’impresa è esposta nei 12 mesi successivi;
- i dati devono essere disponibili per almeno 5 anni di accadimento dei sinistri consecutivi;
- se il metodo si applica per determinare il parametro standard netto, le perdite aggregate e i premi acquisiti devono essere aggiustati in base agli importi recuperabili da contratti di riassicurazione nei 12 mesi successivi;

- se il metodo si applica per determinare il parametro standard lordo, le perdite aggregate e i premi acquisiti non devono tener conto degli importi recuperabili da contratti di riassicurazione nei 12 mesi successivi;
- le perdite aggregate devono essere aggiustate in base ai sinistri catastrofici;
- le perdite aggregate devono comprendere le spese incorse in relazione alle obbligazioni di assicurazione e di riassicurazione.

2.6.2 Reserve risk

Per il reserve risk l'impresa ha la possibilità di sviluppare due metodi per la stima del parametro undertaking specific. In entrambi $\sigma_{USP,res,s}$ si ottiene combinando il parametro market-wide e il coefficiente di variabilità stimato sui propri dati con uno dei due metodi previsti.

$$\sigma_{USP,res,s} = c \cdot \sqrt{\frac{T+1}{T-1}} \cdot \hat{\sigma} + (1-c) \cdot \sigma_{MW,res,s}$$

Il peso c , che dipende dal segmento s e dalla lunghezza T della serie storica, assume valori analoghi a quelli visti per il rischio di tariffazione.

Metodo 1

Il metodo 1 per il reserve risk coincide con quello per il rischio di tariffazione. Ciò che cambia sono il significato da attribuire alle variabili Y e X e i dati da inserire nel modello. In questo caso si ottiene che, relativamente a ogni segmento s :

- Y rappresenta la somma della best estimate a fine esercizio della riserva sinistri e dei pagamenti effettuati durante l'esercizio per i sinistri a riserva all'inizio dell'esercizio;
- X la best estimate della riserva sinistri all'inizio dell'esercizio.

Il modello è basato sulle seguenti ipotesi:

1. Ipotesi sulla media: $E(Y) = \beta X$
2. Ipotesi sulla varianza: $Var(Y) = \beta^2 \sigma^2((1-\delta)\bar{X}X + \delta X^2)$

3. Ipotesi sulla distribuzione: $\ln(Y) \sim N(\mu, \omega)$

4. La stima della massima verosimiglianza è appropriata.

In aggiunta i dati specifici necessari all'implementazione del metodo devono soddisfare i seguenti requisiti:

- essere rappresentativi del rischio di riservazione a cui l'impresa è esposta nei 12 mesi successivi;
- coprire un arco di tempo di almeno 5 esercizi consecutivi;
- essere aggiustati sulla base degli importi recuperabili da contratti di riassicurazione e da società veicolo conformi ai contratti di riassicurazione e alle società veicolo esistenti per fornire copertura nei 12 mesi successivi;
- comprendere le spese sostenute in relazione alle obbligazioni di assicurazione e di riassicurazione.

La richiesta di aggiustare i dati sulla base dei trattati riassicurativi non è solitamente agevole soddisfare, dato che questi sono usualmente disponibili al lordo della riassicurazione, e la trasformazione da pagati lordi a pagati netti risulta complessa e delicata.

La restante metodologia è analoga a quella descritta in precedenza per il rischio di tariffazione. L'impresa dovrà determinare i valori di $\hat{\delta}$ e $\hat{\gamma}$ che rendono minimo il valore della funzione di perdita:

$$L(\delta, \gamma) = \sum_{t=1}^T \pi_t \left\{ \ln \left(\frac{Y_t}{X_t} \right) + \frac{1}{2\pi_t} + \gamma - \ln(\sigma) \right\}^2 - \sum_{t=1}^T \ln(\pi_t),$$

dove

$$\pi_t = \frac{1}{\ln \left(1 + \left((1 - \delta) \bar{X} X^{-1} + \delta \right) \exp(2\gamma) \right)},$$

per quantificare il parametro σ attraverso la relazione:

$$\sigma = \exp \left[\gamma + \frac{T/2 + \sum_{t=1}^T \pi_t \ln(Y_t/X_t)}{\sum_{i=1}^T \pi_t} \right]$$

e poi individuare $\sigma_{USP, res, s}$. Il termine $\frac{Y_t}{X_t}$ rappresenta nel modello applicato al reserve risk il rapporto tra gli impegni stimati a fine esercizio e gli stessi valutati

all'inizio dell'esercizio:

$$\frac{Y_t}{X_t} = \frac{\text{Pagato}_t^{EP} + \text{Riservato}_t^{EP}}{\text{Riservato}_{t-1}},$$

in cui $\text{Pagato}_t^{EP} + \text{Riservato}_t^{EP}$ si riferiscono solamente allo sviluppo dei sinistri a riserva in $t - 1$.

Metodo 2

Il secondo metodo per determinare $\hat{\sigma}$ nell'approccio USP per il rischio di riservazione utilizza la formula di Merz-Wüthrich [54] (come i metodi 2 e 3 del QIS 5) che calcola il mean square error of prediction (MSEP) su orizzonte annuale del claim development result (CDR) della riserva sinistri.

In riferimento a un fissato segmento s il modello considera come input gli importi dei pagamenti cumulati $C_{i,j}$ relativi ai sinistri per ciascun anno di accadimento i e ciascun anno di sviluppo j . I dati sono rappresentati all'interno di un triangolo di run-off indicizzato per $i = 0, 1, 2, \dots, I$ e $j = 0, 1, 2, \dots, J$.

$C_{i,j}$ è ottenuto come:

$$C_{i,j} = \sum_{k=0}^j X_{i,k}$$

dove $X_{i,j}$ indica il costo sinistri incrementale dell'anno i all'antidurata j e l'insieme dei dati disponibili viene indicato con $D^I = \{C_{i,j}; i + j < I + 1 \text{ e } i \leq I\}$.

Prima di specificare il modello si riportano i requisiti specifici che i dati devono rispettare, indicati dal legislatore negli Atti Delegati all'allegato XVII [33].

In particolare è necessario che:

- i dati siano rappresentativi del rischio di riservazione cui l'impresa è esposta nei 12 mesi successivi;
- siano disponibili dati per almeno 5 anni di accadimento consecutivi dei sinistri e nel primo anno di accadimento siano disponibili dati per almeno 5 anni di sviluppo consecutivi;
- il numero degli anni di accadimento consecutivi per i quali siano fruibili dati non è inferiore al numero degli anni di sviluppo consecutivi, cioè $I \geq J$;

- valga il requisito di "immaterialità della coda", cioè che nel primo anno di accadimento l'importo cumulato dei pagamenti dell'ultimo anno di sviluppo per il quale sono disponibili dati comprende tutti i pagamenti effettuati nell'anno di accadimento del sinistro, a esclusione degli importi irrilevanti¹²;
- gli importi cumulati dei sinistri comprendono le spese incorse in relazione alle obbligazioni di assicurazione e di riassicurazione;
- gli importi cumulati dei sinistri sono aggiustati sulla base degli importi recuperabili da contratti di riassicurazione e da società veicolo conformi esistenti per fornire copertura nei 12 mesi successivi. Il parametro della Standard Formula relativo al reserve risk non prevede alcun aggiustamento per tener conto dell'effetto di mitigazione del rischio fornito dai trattati riassicurativi non proporzionali Excess of Loss. Per coerenza il parametro deve essere calcolato con dati già al netto della riassicurazione.

La formula di Merz-Wüthrich si basa su una struttura di tipo chain ladder a cui si aggiungono le seguenti ipotesi probabilistiche:

1. Gli importi cumulati $C_{i,j}$ di anni di accadimento diverso, con $i = 0, 1, \dots, I$ sono stocasticamente indipendenti.

Questa assunzione viene violata, ad esempio, in caso di cambiamenti legislativi o a seguito dell'inflazione. Infatti ogni fenomeno che altera il costo dei sinistri su tutto un anno di calendario e che quindi, rispetto allo schema del triangolo di run-off, manifesta i propri effetti per diagonale, va contro tale ipotesi. In questi casi spesso la tradizione attuariale suggerisce un'analisi accurata apportando le eventuali correzioni. In alternativa è

¹²Gli Atti Delegati, a tal fine, definiscono rilevante un importo di pagamento la cui mancata considerazione nel calcolo del parametro specifico d'impresa potrebbe influenzare il processo decisionale o il giudizio degli utenti (tra cui l'Autorità di Vigilanza) di tali informazioni. Un criterio utile nella pratica può essere quello di considerare immateriale la coda se il rapporto della coda sul costo ultimo sinistri risulta al più pari a una soglia prefissata, di solito l'1%:

$$\text{Tail/Incurred} = \frac{\text{Riserva}_{1,J}}{C_{1,J} + \text{Riserva}_{1,J}}.$$

possibile rimuovere alcune diagonali anche se usare solo una parte dei dati riduce inevitabilmente l'accuratezza delle stime.

2. Il processo $\{C_{i,j}\}_{j \geq 0}$ è una catena di Markov per ogni i , con $i = 0, 1, \dots, I$ ¹³.
3. Esistono delle costanti $f_j > 0$ tali che per $0 \leq i \leq I$ e $1 \leq j \leq J$:

$$E(C_{i,j}|C_{i,j-1}) = f_{j-1} C_{i,j-1}.$$

Per tutti gli anni di accadimento i il valore atteso dell'importo cumulato dei sinistri di un anno di sviluppo è proporzionale all'importo cumulato dei sinistri dell'anno di sviluppo precedente. Si nota che f_j non dipende da i , quindi fissato j tale coefficiente è costante tra i vari anni di generazione. La formula è una relazione lineare senza il termine costante.

4. Esistono delle costanti $s_j > 0$ tali che per $0 \leq i \leq I$ e $1 \leq j \leq J$:

$$Var(C_{i,j}|C_{i,j-1}) = s_{j-1}^2 C_{i,j-1}.$$

Per tutti gli anni di accadimento dei sinistri la varianza dell'importo cumulato dei sinistri di un anno di sviluppo è proporzionale all'importo cumulato dei sinistri dell'anno di sviluppo precedente. Come per l'ipotesi sul valore atteso, $s_j > 0$ non dipendono dalla generazione i .

Sotto queste assunzioni, come mostrato in [50], si ricava che:

$$\hat{f}_j = \frac{\sum_{i=0}^{I-j-1} C_{i,j+1}}{\sum_{i=0}^{I-j-1} C_{i,j}} \quad (2.26)$$

sono stimatori non distorti di f_j , per $j = 0, 1, \dots, J - 1$. Inoltre

$$\hat{s}_j^2 = \frac{1}{I - j - 1} \sum_{i=0}^{I-j-1} C_{i,j} \left(\frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}} - \hat{f}_j \right)^2 \quad (2.27)$$

sono stimatori corretti di s_j^2 , per $j = 0, 1, \dots, J - 2$. Se nel triangolo di run-off $I > J$ l'espressione di cui sopra vale anche per $j = J - 1$; in caso contrario la (2.27) non è utilizzabile e si procede per estrapolazione nel seguente modo:

$$\hat{s}_j^2 = \min \left\{ \hat{s}_{J-1}^2; \hat{s}_{J-3}^2; \frac{\hat{s}_{J-2}^4}{\hat{s}_{J-3}^2} \right\}. \quad (2.28)$$

¹³Questa ipotesi non è presente nel lavoro di Mack [50] ed è inessenziale al fine di ricavare gli stimatori dei parametri [20]. È stata in seguito aggiunta da Merz e Wüthrich.

La stima del costo ultimo per ogni anno di accadimento (ancora aperto) è ottenuta proiettando il pagato cumulato più recente, posizionato sull'ultima diagonale, attraverso le stime dei fattori di sviluppo chain ladder \hat{f}_j :

$$\hat{C}_{i,J} = C_{i,I-1} \prod_{j=I-i}^{J-1} \hat{f}_j \quad \text{per } i = I - J + 1, I - J + 2, \dots, I \quad (2.29)$$

e quindi la riserva per l'anno di accadimento i come:

$$\hat{R}_i = \hat{C}_{i,J} - C_{i,I-i} \quad \text{per } i = I - J + 1, I - J + 2, \dots, I. \quad (2.30)$$

Nell'ottica di Solvency II si vuole valutare la variabilità del run-off della riserva sinistri su orizzonte annuale in quanto l'impresa deve detenere un ammontare di capitale per contrastare possibili deviazioni negative del run-off (o claim development result) da 0.

La formula di Merz-Wüthrich, partendo dalla struttura del chain ladder e dai risultati di Mack [50], consente di quantificare l'incertezza nella previsione della stima del claim development result alla fine dell'anno. L'errore quadratico medio di previsione dell' i -esimo anno di accadimento è calcolato come:

$$\text{MSEP}_i = E \left[(C \hat{D} R_{i,(I+1)} - 0)^2 | D^I \right]$$

Il MSEP complessivo è ottenuto dall'aggregazione dei prediction error delle singole generazioni i e utilizzando gli stimatori indicati in precedenza può essere espresso in forma chiusa:

$$\text{MSEP} = \sum_{i=1}^I \hat{C}_{i,J}^2 \cdot \frac{\hat{Q}_{I-i}}{C_{i,I-i}} + \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^I \hat{C}_{i,J} \cdot \hat{C}_{k,J} \cdot \left(\frac{\hat{Q}_{I-i}}{S_{I-i}} + \sum_{j=I-i+1}^{J-1} \frac{C_{I-j,j}}{S'_j} \cdot \frac{\hat{Q}_j}{S_j} \right), \quad (2.31)$$

dove $\forall j$:

$$S_j = \sum_{i=0}^{I-j-1} C_{i,j},$$

$$S'_j = \sum_{i=0}^{I-j} C_{i,j} \quad \text{e}$$

$$\hat{Q}_j = \frac{\hat{\sigma}_j^2}{\hat{f}_j^2}.$$

Il coefficiente σ da miscelare con il parametro market-wide previsto dall'EIOPA tramite il fattore di credibilità c è pari alla formula:

$$\sigma = \frac{\sqrt{\text{MSEP}}}{\hat{R}}, \quad (2.32)$$

dove il denominatore rappresenta la stima della riserva sinistri (non scontata) fornita dal modello:

$$\hat{R} = \sum_{i=I-J+1}^I \hat{R}_i = \sum_{i=I-J+1}^I (\hat{C}_{i,J} - C_{i,I-i}).$$

Negli Atti Delegati non è mantenuto il fattore di correzione τ , presente nel QIS5, che aveva il fine di considerare la componente di model error o il fatto che le serie storiche possano non riflettere in modo adeguato il business futuro non contenuta nel MSEF.

La scelta di una metodologia basata sul chain ladder deriva probabilmente dalla notorietà e dalla diffusione di tale modello nella prassi attuariale. Tuttavia tale schema è adatto soprattutto a imprese di grandi dimensioni, che mostrano una politica di liquidazione dei sinistri generalmente più stabile nel tempo ma che verosimilmente con Solvency II utilizzeranno un modello interno per determinare il SCR. In aggiunta per imprese di piccole dimensioni avvalersi del chain ladder, basandosi esclusivamente sui propri dati interni, rappresenta una scelta incauta nella stima del proprio effettivo profilo di rischio [40].

2.7 La politica riassicurativa negli USP

La riassicurazione costituisce uno degli strumenti più importanti a disposizione delle imprese nella gestione dei rischi e nell'attuazione della proprie politiche strategiche in ambito assicurativo.

Con l'introduzione della nuova normativa Solvency II le scelte di ritenzione dei rischi hanno assunto in modo esplicito un ruolo chiave anche nella determinazione del requisito di capitale. La tipologia di politica riassicurativa e le caratteristiche delle scelte di ritenzione dei rischi influenzano inequivocabilmente il requisito finanziario a cui l'impresa deve sottostare. Il nuovo schema normativo, rispetto a Solvency I, descrive in maniera più adeguata l'effetto della riassicurazione nelle

valutazioni attuariali del rischio a cui l'impresa è esposta. Coerentemente la riassicurazione viene considerata anche in materia di USP.

In seguito si descrive l'impatto della riassicurazione a livello di USP negli Atti Delegati, prima valutando il fattore di aggiustamento per la riassicurazione non proporzionale NP_{USP} , poi illustrando gli effetti della riassicurazione sugli input dei metodi per il premium risk e per il reserve risk.

2.7.1 Il fattore di aggiustamento per la riassicurazione non proporzionale

In questo paragrafo si spiega il fattore di aggiustamento per la riassicurazione non proporzionale NP_{USP} previsto negli Atti Delegati. Il legislatore nel QIS5 consentiva alle imprese di determinare tale fattore utilizzando i propri dati già a livello di Standard Formula. Negli Atti delegati viceversa, come illustrato nel capitolo precedente, l'Autorità di Vigilanza ha fissato il fattore NP nella Standard Formula all'80% o al 100% a seconda dei rami (in quest'ultimo caso non si riconosce alcun beneficio alla compagnia per i trattati non proporzionali di tipo Excess of Loss).

Si è inserito nel sistema USP la possibilità di stimare il fattore NP basandosi sulle caratteristiche effettive della compagnia. Tuttavia il criterio scelto, nonostante alcune modifiche metodologiche, non presenta miglioramenti rispetto a quanto previsto dal QIS5.

Negli Atti Delegati è stabilito che quando l'impresa utilizza i parametri market-wide per il premium risk, questa può calcolare il fattore NP_{USP} per riflettere gli effetti sul rischio di tariffazione dei trattati riassicurativi non proporzionali di tipo Excess of Loss.

Tale fattore di aggiustamento specifico d'impresa è uguale a (tralasciando il pedice del relativo segmento s):

$$NP_{USP} = c \cdot NP' + (1 - c) \cdot NP.$$

NP_{USP} è una media ponderata tra NP_s e lo stesso indicatore stimato con i dati della compagnia, indicato con NP' . I pesi da utilizzare sono analoghi a quelli illustrati in precedenza per il rischio di tariffazione e per quello di riservazione.

I dati da utilizzare nel processo di stima sono gli importi finali pagati relativi ai sinistri coperti da contratti di assicurazione e di riassicurazione che sono stati notificati all'impresa nel segmento s negli ultimi esercizi finanziari, separatamente per ciascun sinistro coperto da contratto di assicurazione o di riassicurazione.

Il fattore NP' è stimato attraverso la formula:

$$NP' = \sqrt{\frac{\omega_1}{\omega}},$$

dove ω rappresenta il secondo momento (semplice) della distribuzione della variabile importo sinistri al lordo della riassicurazione, mentre ω_1 è l'analogo stimato in modo da considerare l'importo al netto dei trattati non proporzionali.

Se il contratto prevede una portata, NP' è stimato utilizzando la seguente formula:

$$NP' = \sqrt{\frac{\omega_1 - \omega_2 + \omega + 2(b_2 - b_1)(\mu_2 - \mu)}{\omega}},$$

dove b_1 corrisponde alla ritenzione e b_2 alla portata massima; μ rappresenta il primo momento (semplice) della distribuzione della variabile importo sinistri Y_t al lordo della riassicurazione. μ_2 , ω_1 e ω_2 riflettono le conseguenze della portata del contratto riassicurativo sui momenti del costo del sinistro e sono stimati attraverso le formule indicate nell'allegato XVII degli Atti Delegati.

Come esplica la federazione europea delle assicurazioni e delle riassicurazioni (Insurance Europe) [42], benché nella prassi assicurativa le politiche di riassicurazione possano essere molto differenti e quindi un metodo basato sulla copertura specifica può risultare appropriato, ci sono forti dubbi sulla effettiva realizzabilità della metodologia prescritta dall'EIOPA. Per compagnie di piccole o medie dimensioni l'eccessivo ammontare di calcoli coinvolti rappresenta il maggiore ostacolo per la determinazione del fattore NP_{USP} . In aggiunta, tale metodo assume che la compagnia possa stimare in modo affidabile la coda della distribuzione, operazione che sovente risulta complessa e non sempre attendibile. Infine non è chiara la ragione per cui l'Autorità di Vigilanza faccia esplicito riferimento esclusivamente ai trattati Excess of Loss e non consideri altre forme di copertura non proporzionale come ad esempio Stop Loss.

2.7.2 La riassicurazione nella stima degli USP

Nell'allegato XVII degli Atti Delegati si richiede alle imprese di utilizzare, per gli USP, dati che siano corretti per tener conto della copertura riassicurativa in essere nei 12 mesi successivi al momento della valutazione.

Tale disposizione sottolinea il ruolo primario dell'istituto della riassicurazione nella quantificazione del SCR in Solvency II ma fa emergere una serie di problematiche nella prassi gestionale.

In primo luogo il processo di adattamento e gestione dei dati può comportare notevoli difficoltà e costi. Le imprese raramente hanno a disposizione l'effettiva base informativa della politica riassicurativa passata necessaria per aggiustare i dati secondo un profilo pienamente coerente con quello dei 12 mesi successivi, come previsto dalla normativa. In tali casi la compagnia dovrà aggiustare i dati attraverso opportune stime e valutazioni che possono condurre "paradossalmente" a un aumento della variabilità dei dati dell'impresa, soprattutto in caso di una politica riassicurativa non omogenea nel tempo.

Vieppiù si rileva il rischio che l'introduzione degli aggiustamenti per considerare gli effetti della riassicurazione comprometta i requisiti di qualità informativa richiesti ai dati.

Per quanto riguarda il metodo per il premium risk l'impresa per essere conforme alla normativa dovrebbe aggiustare i propri dati secondo la politica riassicurativa dei 12 mesi successivi alla valutazione. Le serie storiche di premi e costo sinistri devono essere ricostruite come se i trattati riassicurativi in essere nei 12 mesi successivi fossero sempre stati in essere. L'analisi dovrà essere fatta generazione per generazione e i dati passati corretti eliminando l'effetto sia dei vecchi trattati estinti che di quelli ancora in essere per precedenti generazioni.

Nella realtà tale approccio incontra molte problematiche. Un'alternativa potrebbe essere quella di usare la serie storica effettiva dei loss ratio al netto della riassicurazione. Tale approssimazione, benché superi il problema dell'aggiustamento, in caso di politiche riassicurative non omogenee nel tempo induce distorsioni che possono generare un aumento della variabilità e di conseguenza della misura di rischiosità dell'impresa rispetto ai dati al lordo della riassicurazione. In tali casi, inoltre, la soluzione individuata non sarebbe

pienamente coerente con la disposizione dell'Autorità di Vigilanza.

L'impresa può anche, come alternativa che sia in grado di superare la questione dell'aggiustamento dei dati, calcolare il parametro specifico lordo $\sigma_{USP,prem}^{gross}$ per poi applicare il fattore di aggiustamento NP del segmento.

Per il reserve risk, nel caso in cui si implementi il metodo 1, l'impresa deve ricostruire con la medesima logica la serie storica delle stime degli impegni valutati all'inizio e a fine esercizio. Gli effetti dei trattati estinti relativi a generazioni passate saranno eliminati e si dovranno considerare le coperture ancora valide di generazioni precedenti.

Nel caso si scelga di usare il metodo 2, l'impresa deve ricostruire i triangoli di run-off come se i trattati riassicurativi relativi alle varie generazioni di sinistri ancora a riserva ed efficaci nei 12 mesi successivi fossero sempre stati in essere. Gli effetti dei trattati estinti vanno rimossi dal triangolo mentre saranno mantenuti i trattati ancora attivi per i sinistri di generazioni a riserva.

Proprio per le ipotesi sottese al modello di Merz-Wüthrich, nel metodo 2 del rischio di riservazione vi è il rischio che le disomogeneità nei trattati di differenti generazioni riducano la qualità della stima fornita dal metodo stesso e conducano a risultati sulla variabilità non fedeli.

Per entrambi i metodi del reserve risk valgono i commenti espressi più sopra laddove veniva approfondito il premium risk. L'approccio più coerente con la normativa risulta poco attuabile e pone problemi di natura gestionale di ricostruzione dei dati. L'approssimazione che si basa sull'uso delle osservazioni passate al netto della riassicurazione invece può inficiare la corretta rappresentazione del profilo di rischio dell'impresa.

Infine si sottolinea che aggiustare i dati passati può risultare incoerente ed erroneo qualora le caratteristiche della copertura riassicurativa valida nell'esercizio successivo non sono adatte al contesto passato in cui operava l'impresa.

Capitolo 3

Verifica delle assunzioni alla base dei metodi

La determinazione del requisito di capitale mediante USP richiede la verifica delle assunzioni alla base dei due modelli previsti dall'EIOPA per tale approccio. Questa fase è fondamentale e di primaria importanza: le ipotesi sono le fondamenta del metodo e devono essere rispettate affinché il criterio sia il più corretto possibile; in aggiunta, in tema di solvibilità tali assunzioni devono essere rispettate affinché la metodologia scelta sia adeguata a rappresentare i rischi sopportati dalla compagnia. È significativo che, nonostante ciò, il legislatore non abbia specificato in che modo e con quali criteri condurre questi accertamenti. La mancanza di un riferimento e la vasta possibilità di scelte a riguardo, facilitano l'insorgere di un calcolato impiego delle metodologie meno severe e più permissive.

Negli atti delegati inoltre non è apertamente ed esplicitamente indicato che tipo di dati inserire nel riscontro delle ipotesi teoriche. Affinché il profilo di rischio dell'impresa possa essere considerato conforme e adatto a essere raffigurato con l'approccio USP (e per essere pienamente coerente con l'impianto metodologico), le ipotesi dovrebbero essere verificate sui dati dell'impresa che vengono implementati nel modello stesso. Questa scelta però può essere problematica in quanto la serie storica disponibile è spesso limitata a poche unità statistiche. Un'alternativa è quella di considerare dei dati di mercato per verificare le assunzioni dei modelli, ad esempio considerando aziende con caratteristiche simili e poi, una volta accertate le assunzioni, utilizzare le proprie serie storiche per implementare il modello adottato.

Anche questa scelta può avere delle ripercussioni, soprattutto dal punto di vista concettuale, in quanto rappresenta una limitazione alla specificità sull'impresa che il sistema USP, per definizione, dovrebbe avere.

Nel presente capitolo si indicano le assunzioni alla base dei due metodi. Di ogni ipotesi si evidenziano i connotati e le caratteristiche maggiormente significative.

3.1 Metodo 1 per Premium risk e Reserve risk

Il metodo 1 presentato dall'EIOPA, utilizzabile per determinare il parametro USP sia del premium che del reserve risk, prevede quattro assunzioni da convalidare:

1. Relazione lineare tra $E(Y)$ e X (ipotesi sulla media);
2. Forma quadratica di $\text{Var}(Y)$ rispetto a X (ipotesi sulla varianza);
3. Lognormalità della variabile aleatoria Y (ipotesi distributiva);
4. Appropriately del metodo della massima verosimiglianza (ipotesi sulla correttezza del metodo di stima).

Per il rischio di tariffazione, coerentemente con la stima della deviazione standard unitaria specifica dell'impresa, la variabile Y_t rappresenta il costo dei sinistri ottenuto come la somma del pagato e del riservato per i sinistri accaduti e denunciati nell'esercizio t (aggregated losses). X_t è la variabile premi di competenza (earned premiums) dell'esercizio t .

I dati possono essere considerati al netto oppure al lordo dei recuperi e secondo diverse modalità di produzione: lavoro "diretto", "indiretto", "diretto e indiretto".

La scelta dipende dal tipo di parametro che si vuole di stimare. Se ad esempio l'impresa determina $\sigma_{USP,prem}^{gross}$ tutti i dati considerati (saranno) al lordo della riassicurazione.

Per il rischio di riservazione invece le ipotesi saranno verificate su Y_t che indica gli impegni stimati a fine esercizio, ottenuti come la somma del pagato e del riservato dei sinistri accaduti negli esercizi precedenti (year-end obligations) e su X_t che rappresenta gli impegni stimati all'inizio dell'esercizio (o riserva iniziale), relativi ai sinistri accaduti negli esercizi precedenti (initial outstanding). In questa circostanza

i dati dovrebbero essere aggiustati per tener conto dei trattati riassicurativi in essere nell'anno successivo, anche se tale richiesta non viene sempre soddisfatta.

3.1.1 Ipotesi su media e varianza

Per la verifica dell'ipotesi sulla relazione lineare tra $E(Y)$ e X sono possibili diversi approcci. Un'analisi grafica attraverso la rappresentazione con un diagramma a dispersione (o scatter plot) delle due variabili rappresenta un strumento spesso efficace per illustrare un comportamento lineare che lega le due grandezze. A fronte dell'immediatezza, queste analisi possono non essere esaustive ed è quindi opportuno accompagnarle con una verifica di tipo statistico.

L'opzione più indicata è un'analisi di regressione lineare della variabile dipendente Y sulla variabile indipendente X . La validità di una relazione lineare tra Y e X , individuata dalla regressione, implica l'esistenza di un valore atteso di Y condizionato al valore osservato di X_i :

$$E(Y|X) = \beta X.$$

Ciò consente di verificare se «le perdite aggregate attese in un determinato segmento e anno di accadimento dei sinistri» siano «linearmente proporzionali rispetto ai premi acquisiti in un determinato anno di accadimento dei sinistri» oppure se «la somma della migliore stima della riserva alla fine dell'esercizio finanziario per i sinistri da liquidare [...] all'inizio dell'esercizio finanziario e dei pagamenti effettuati durante l'esercizio finanziario per i sinistri da liquidare [...] all'inizio dell'esercizio finanziario» sia «linearmente proporzionale alla migliore stima della riserva per i sinistri da liquidare in un determinato segmento e in un determinato esercizio finanziario» (allegato XVII [33]).

La regressione viene eseguita direttamente sulla serie storica di osservazioni della compagnia:

$$(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = \{(X_t; Y_t); t = 1, 2, \dots, T\},$$

verificando il modello:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + \epsilon_t, \quad t = 1, 2, \dots, T, \quad (3.1)$$

in cui ϵ_t sono termini di errori indipendenti a media nulla e varianza costante.

È possibile effettuare anche una regressione lineare market-wide utilizzando i dati relativi a un campione di N imprese. In tal caso il modello è implementato sull'insieme di dati:

$$\{(\mathbf{X}, \mathbf{Y})_i; i = 1, 2, \dots, N\} = \{(X_{t,i}; Y_{t,i}); t = 1, 2, \dots, T_i, i = 1, 2, \dots, N\}.$$

La regressione può essere condotta direttamente su questo dataset. Nell'eventualità in cui questi dati provengano da una gamma di imprese tale da non ridurre eccessivamente la numerosità campionaria, le osservazioni possono essere aggregate temporalmente rispetto a ogni singola impresa considerata e in secondo luogo verificare la linearità. In questo caso il modello considerato è:

$$\bar{Y}_i = \beta_0 + \beta_1 \bar{X}_i + \epsilon_t, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (3.2)$$

in cui \bar{Y} e \bar{X} sono le medie campionarie di X e Y della i -esima compagnia calcolate sulla serie storica di dati disponibili:

$$\bar{X} = \frac{1}{T_i} \sum_{t=1}^{T_i} X_{t,i}, \quad \bar{Y} = \frac{1}{T_i} \sum_{t=1}^{T_i} Y_{t,i}.$$

Affinché l'ipotesi sia verificata è necessario valutare le statistiche che indicano la bontà di adattamento del modello ai dati e la significatività dei singoli parametri. Si vaglierà quindi il valore della statistica F relativa all'ipotesi che tutti i parametri del modello, esclusa l'intercetta (e quindi nel caso in questione β_1), siano nulli e il p-value a essa associato. In aggiunta può essere considerato il rapporto tra la varianza spiegata dalla regressione e la varianza totale mostrato dal coefficiente di determinazione R^2 . La significatività dei parametri β_0 e β_1 è misurata attraverso la statistica t di Student (il contributo informativo che porta tale analisi è assente se la forma del modello prevede un solo regressore). L'ipotesi nulla che il parametro sia pari a zero viene rifiutata se il p-value associato alla statistica t osservata è inferiore a un livello di significatività α prefissato (di solito pari a 10% nei test a due code). Nel caso specifico è importante che il coefficiente β_1 sia statisticamente significativo; in caso contrario l'impresa non potrebbe sviluppare il modello per stimare il parametro specifico. Viceversa, un parametro β_0 non significativamente diverso da zero comporterebbe solamente l'esclusione dell'intercetta dal modello¹.

¹Il modello (teoricamente) non dovrebbe prevedere il termine d'intercetta in quanto con una misura di volume nulla, siano premi o riserve, il rischio non sussiste. Inoltre per il reserve risk la relazione dovrebbe avere un coefficiente β_1 pari a 1 poichè X rappresenta una best estimate.

Dopo aver stimato i parametri è necessario verificare che siano valide le assunzioni relative agli errori alla base del modello di regressione lineare tramite opportuni metodi grafici o test statistici. L'eventuale esito negativo della diagnostica condotta sui residui rappresenta un segnale di non coerenza tra quanto ipotizzato e le osservazioni disponibili [64].

Bisogna verificare che la media degli errori non sia significativamente diversa da zero, solitamente si utilizza il test t di Student applicato ai residui del modello. La normalità della distribuzione degli errori viene controllata attraverso lo strumento grafico del Q-Q plot e con un opportuno test statistico (come quello di Shapiro-Wilk) mentre per verificare l'omoschedasticità si ricorre al test di White o a quello di Breusch-Pagan. In aggiunta, è molto utile tracciare il grafico dei residui in valore assoluto sull'ordinata verso i valori stimati con il modello sull'ascissa: la dispersione verticale dovrebbe essere costante. Anche l'assenza di correlazione seriale degli errori viene indagata affiancando a un criterio statistico (di solito il test di Durbin-Watson) un metodo grafico. È possibile tracciare il grafico dei residui in ordinata rispetto ai residui precedenti in ascissa non si dovrebbe palesare alcun tipo di comportamento o pattern.

Gli strumenti statistici indicati si rivelano tuttavia poco efficaci con campioni di piccole dimensioni.

L'assunto più importante da verificare nella diagnostica del modello è quello di linearità: la funzione che lega la variabile dipendente a quella indipendente deve essere lineare. Per esaminarla è possibile tracciare il grafico dei residui di regressione rispetto alla variabile indipendente X , la disposizione dovrebbe essere casuale. Un andamento differente, ad esempio residui crescenti al crescere della variabile indipendente, indicherebbe la presenza di una possibile non linearità. In aggiunta, attraverso il grafico dei residui in ordinata e dei valori previsti in ascissa, può essere valutata la linearità della relazione: i punti dovrebbero distribuirsi in modo simmetrico intorno alla retta $y = 0$.

È molto utile il Ramsey Regression Equation Specification Error Test, abbreviato in RESET test [61]. Stimati i parametri del modello:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + \epsilon_t, \quad t = 1, 2, \dots, T,$$

vengono calcolati i valori previsti \hat{Y} e si verifica, attraverso una statistica test F ,

se l'ipotesi nulla che i coefficienti $\gamma_1, \dots, \gamma_{k-1}$ siano tutti pari a zero possa essere rigettata. Il modello ha la forma qui sotto specificata:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + \gamma_1 \hat{Y}^2 + \dots + \gamma_{k-1} \hat{Y}^k + \epsilon_t, \quad t = 1, 2, \dots, T.$$

La scelta del valore di k è arbitraria. Ai fini della verifica per l'approccio USP può essere posto (per semplicità) pari a 2 o 3. Il test introdotto da Ramsay non informa su quale sia l'esatta forma della non-linearità da includere nel modello ma rappresenta un criterio generale per segnalare una specificazione scorretta e individuare errori nella forma funzionale lineare scelta per il modello di regressione. Risulta perciò molto utile nell'ottica della verifica delle assunzioni imposte dall'Autorità di Vigilanza. Inoltre, per avvalorare l'ipotesi di una relazione lineare, l'impresa può stimare sul dataset disponibile modelli alternativi che esprimono differenti relazioni tra Y e X , ad esempio il modello:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t^2 + \epsilon_t, \quad t = 1, 2, \dots, T$$

che delinea una relazione lineare tra Y e X^2 e mostrare, attraverso l'uso di indici di goodness-of-fit che consentono un confronto tra modelli (anche non annidati) come il BIC (Bayesian Information Criterion) o l'AIC (l'Akaike Information Criterion) che lo schema descritto dalla formula (3.1) risulti essere il migliore per rappresentare la relazione sottostante i dati tra quelli selezionati.

Di seguito sono riportati i risultati delle analisi condotte sulle serie storiche dal 1998 al 2014 dei segmenti MTPL, GTPL e Other motor di un'impresa di assicurazione del mercato italiano di medie dimensioni, con una quota di mercato rispettivamente di circa 4%, 3,5% e 7% sui tre segmenti indicati. Come riportato dai valori delle statistiche nella tabella (3.1), nei tre segmenti considerati si ritiene valida l'ipotesi di linearità tra il valore atteso di Y e X . In particolare i modelli per GTPL e Other motor per il premium risk non hanno un coefficiente significativo relativo all'intercetta².

Anche per l'ipotesi sulla varianza di Y è necessario stimare un modello lineare e verificare la bontà della relazione rispetto al quadrato di X . Per questa assunzione tuttavia non è solitamente possibile ricavare dai soli dati (X, Y) specifici dell'impresa

²Gli importi monetari sono espressi in migliaia di euro.

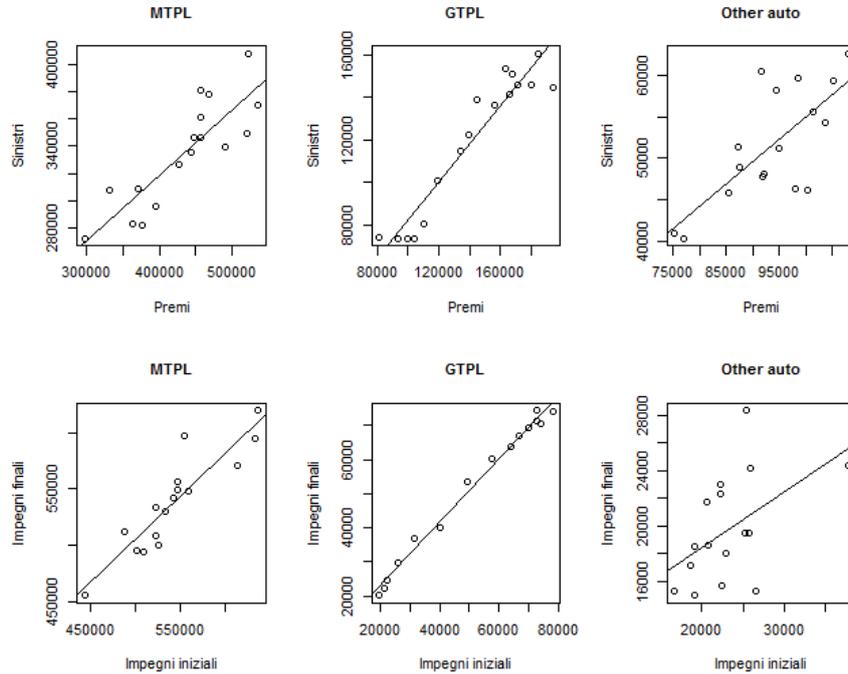


Figura 3.1: modello di regressione lineare del valore atteso di Y su X

(a) Premium risk

Motor vehicle liability				
$R^2 = 0.732$		$R^2_{adj} = 0.714$		
$F = 40.960$		p-value < 0.001		
Coefficiente	Stima	Std. Error	t	p-value
Intercetta β_0	125300	33100	3.785	0.002
Premi comp. β_1	0.483	0.076	6.355	< 0.001
Third-party liability				
$R^2 = 0.908$		$R^2_{adj} = 0.902$		
$F = 148.8$		p-value < 0.001		
Coefficiente	Stima	Std. Error	t	p-value
Intercetta β_0	-7462	10700	-0.697	0.496
Premi comp. β_1	0.860	0.0734	11.717	< 0.001
Other motor				
$R^2 = 0.524$		$R^2_{adj} = 0.492$		
$F = 16.490$		p-value = 0.001		
Coefficiente	Stima	Std. Error	t	p-value
Intercetta β_0	1540	12390	0.124	0.902
Premi comp. β_1	0.535	0.132	4.061	0.001

(b) Reserve risk

Motor vehicle liability				
$R^2 = 0.816$		$R^2_{adj} = 0.803$		
$F = 62.191$		p-value < 0.001		
Coefficiente	Stima	Std. Error	t	p-value
Intercetta β_0	122600	52910	2.317	0.036
Riserva iniz. β_1	0.765	0.097	7.886	< 0.001
Third-party liability				
$R^2 = 0.988$		$R^2_{adj} = 0.988$		
$F = 1247$		p-value < 0.001		
Coefficiente	Stima	Std. Error	t	p-value
Intercetta β_0	46110	14820	3.111	0.007
Riserva iniz. β_1	0.924	0.026	35.3	< 0.001
Other motor				
$R^2 = 0.252$		$R^2_{adj} = 0.199$		
$F = 4.733$		p-value = 0.047		
Coefficiente	Stima	Std. Error	t	p-value
Intercetta β_0	10400	4392	2.369	0.032
Riserva iniz. β_1	0.4034	0.1855	2.175	0.047

Tabella 3.1: modello di regressione lineare del valore atteso di Y su X

osservazioni ripetute e indipendenti di $\text{Var}(Y)$; si ricorre perciò a un'analisi market-wide³.

Sul campione di dati di N compagnie con caratteristiche simili alla compagnia che effettua la stima:

$$\{(\mathbf{X}, \mathbf{Y})_i; i = 1, 2, \dots, N\} = \{(X_{t,i}; Y_{t,i}); t = 1, 2, \dots, T_i, i = 1, 2, \dots, N\},$$

si tratta di vagliare il modello lineare:

$$\widehat{\text{Var}}_i(Y) = \beta_0 + \beta_1 \bar{X}_i + \beta_2 \bar{X}_i^2 + \epsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (3.3)$$

in cui: $\widehat{\text{Var}}_i(Y)$ è una stima della varianza della i -esima compagnia e $\bar{X}_i = 1/T_i \sum_{t=1}^{T_i} X_{t,i}$ è la media campionaria.

Dato che la varianza alla base del metodo prevede la struttura:

$$\text{Var}(Y) = \beta^2 \sigma^2 ((1 - \delta) \bar{X} X + \delta X^2),$$

i parametri della (3.3) devono avere la forma

$$\beta_0 = 0, \quad \beta_{1,i} = \beta^2 \sigma_i^2 (1 - \delta_i) \bar{X}_i, \quad \beta_{2,i} = \beta^2 \sigma_i^2 \delta_i, \quad i = 1, 2, \dots, N$$

e poiché \bar{X}_i coincide con i regressori del modello, sostituendo le espressioni dei parametri nella formula (3.3) si ottiene che:

$$\widehat{\text{Var}}_i(Y) = \beta^2 \sigma_i^2 \bar{X}_i^2 + \epsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (3.4)$$

Tale modello può essere semplificato approssimando il parametro σ_i^2 specifico di ogni impresa con la sua media aritmetica calcolata sul campione. Si assume che la variabilità del parametro σ_i^2 tra le compagnie può essere incorporata nella varianza del termine di errore. Indicando con β_2 il nuovo coefficiente ne deriva il modello:

$$\widehat{\text{Var}}_i(Y) \approx \beta_2 \bar{X}_i^2 + \tilde{\epsilon}_i, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (3.5)$$

Le tecniche per verificare la bontà di adattamento del modello sono analoghe a quelle sopra presentate per l'ipotesi sul valore atteso di $E(Y)$.

³È possibile evitare l'impiego dei dati di mercato utilizzando metodologie di block bootstrap. Tra queste il Moving Block Bootstrap (MMB) appare la più adeguata ai fini della verifica d'ipotesi per l'approccio USP [20].

Per calcolare $\widehat{\text{Var}}_i(Y)$ si possono considerare diversi procedimenti. Ad esempio si può adottare lo stimatore seguente proposto nel QIS5:

$$\widehat{\text{Var}}_i(Y) = \bar{X}_i \frac{1}{T_i - 1} \sum_{t=1}^{T_i} X_{t,i} (Q_{t,i} - \bar{Q}_i)^2, \quad (3.6)$$

per $i = 1, 2, \dots, N$ dove:

$$Q_{t,i} = \frac{Y_{t,i}}{X_{t,i}} \quad \text{e} \quad \bar{Q}_i = \frac{\sum_{t=1}^{T_i} Y_{t,i}}{\sum_{t=1}^{T_i} X_{t,i}}.$$

In alternativa si può scegliere di usare la stima $\hat{\sigma}$ fornita dal modello di cui si verificano le assunzioni. In questo caso la varianza di Y è stimata dall'espressione:

$$\widehat{\text{Var}}_i(Y) = \hat{\sigma}_i^2 \cdot \bar{Y}_i^2 \quad (3.7)$$

dove $\hat{\sigma}$ è ottenuta minimizzando la funzione di perdita (2.25).

Nel presente lavoro l'ipotesi di linearità della varianza prevista dall'approccio USP è stata indagata su un campione di imprese del mercato italiano per i tre segmenti MTPL, GTPL e Other auto⁴. Tutti i modelli presentano statistiche di bontà di adattamento elevate e il coefficiente β_2 è significativo, come sostenuto dall'assunzione. Al contrario, solamente per il reserve risk del segmento GTPL, l'intercetta è statisticamente diversa da zero con un livello di significatà dello 0.015.

(a) Premium risk					(b) Reserve risk				
Motor vehicle liability					Motor vehicle liability				
$R^2 = 0.809$		$R_{adj}^2 = 0.803$			$R^2 = 0.912$		$R_{adj}^2 = 0.910$		
$F = 140.2$		p-value < 0.001			$F = 340.9$		p-value < 0.001		
Coefficiente	Stima	Std. Error	t	p-value	Coefficiente	Stima	Std. Error	t	p-value
Intercetta β_0	68980	48730	1.415	0.166	Intercetta β_0	98080	73670	1.331	0.192
Premi Sq. β_2	0.037	0.003	11.839	< 0.001	Riserva Sq. β_2	0.061	0.003	18.462	< 0.001
Third-party liability					Third-party liability				
$R^2 = 0.863$		$R_{adj}^2 = 0.858$			$R^2 = 0.973$		$R_{adj}^2 = 0.972$		
$F = 195.0$		p-value < 0.001			$F = 1109$		p-value < 0.001		
Coefficiente	Stima	Std. Error	t	p-value	Coefficiente	Stima	Std. Error	t	p-value
Intercetta β_0	1315	1017	1.293	0.206	Intercetta β_0	8449	3293	2.566	0.015
Premi Sq. β_2	0.061	0.001	13.963	< 0.001	Riserva Sq. β_2	0.075	0.002	33.290	< 0.001
Other motor					Other motor				
$R^2 = 0.837$		$R_{adj}^2 = 0.832$			$R^2 = 0.971$		$R_{adj}^2 = 0.910$		
$F = 174.1$		p-value < 0.001			$F = 1133$		p-value < 0.001		
Coefficiente	Stima	Std. Error	t	p-value	Coefficiente	Stima	Std. Error	t	p-value
Intercetta β_0	233	2572	0.906	0.371	Intercetta β_0	260	153	1.702	0.097
Premi Sq. β_2	0.0276	0.002	13.195	< 0.001	Riserva Sq. β_2	0.046	0.004	33.655	< 0.001

Tabella 3.2: modelli di regressione lineare della varianza di Y

⁴Gli importi monetari sono espressi in milioni di euro.

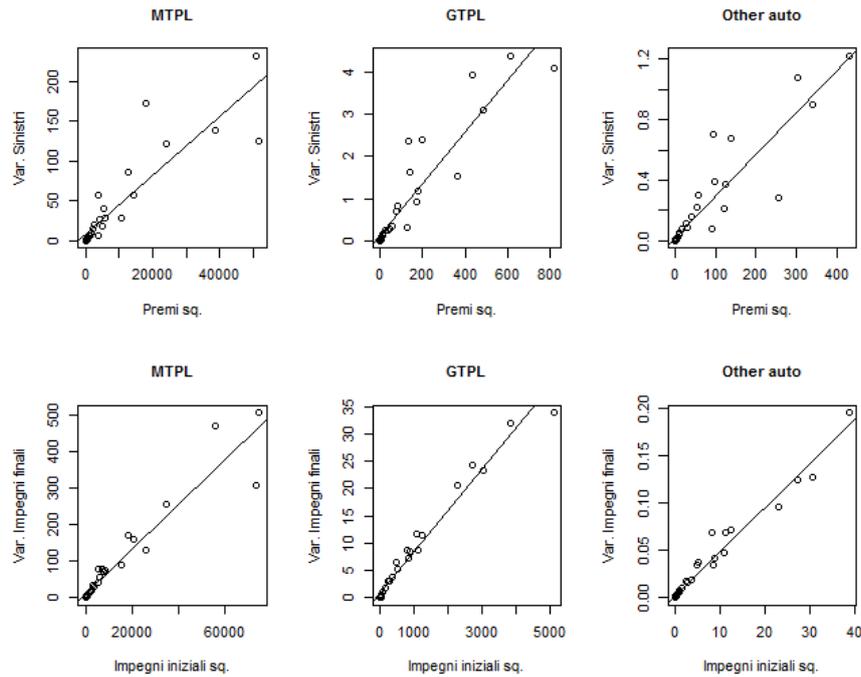


Figura 3.2: modello di regressione lineare della varianza di Y sul quadrato di X

Problemi di autocorrelazione ed eteroschedasticità

Quando si analizzano delle serie storiche, come nella verifica delle assunzioni su media e varianza, si riscontra frequentemente la presenza di correlazione seriale (o autocorrelazione) ed eteroschedasticità⁵.

La prima è tipicamente presente quando si analizza la serie storica di osservazioni della compagnia:

$$(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = \{(X_t; Y_t); t = 1, 2, \dots, T\},$$

mentre l'assenza di omoschedasticità può caratterizzare i dati di mercato:

$$\{(\mathbf{X}, \mathbf{Y})_i; i = 1, 2, \dots, N\} = \{(X_{t,i}; Y_{t,i}); t = 1, 2, \dots, T_i, i = 1, 2, \dots, N\},$$

trattandosi di osservazioni appartenenti a compagnie diverse. La presenza di questi due fenomeni non supporta le ipotesi alla base del modello di regressione standard e i valori degli estimation error possono non risultare corretti; le valutazioni di significatività delle stime dei parametri sono quindi non affidabili e sarà necessario che l'impresa corregga opportunamente la valutazione degli errori di stima [20].

La correlazione seriale e l'eteroschedasticità non sono solitamente di facile riconoscimento attraverso i risultati di stima.

⁵Si veda [20].

Entrambi i fenomeni:

- non causano la distorsione dei coefficienti stimati: si ha un incremento nella variabilità delle stime che tuttavia continuano a essere corrette. Questa osservazione è veritiera se il modello risulta essere giustamente specificato, poiché in caso contrario tale correttezza potrebbe venire meno;
- fanno sì che gli stimatori ottenuti con i minimi quadrati ordinari (OLS) pur rimanendo consistenti sotto ipotesi generali, non siano quelli di minima varianza fra gli stimatori lineari corretti;
- inducono una distorsione nella stima OLS degli standard error, inficiando la possibilità di inferenza: difatti eteroschedasticità e autocorrelazione sottostimano gli errori standard e conseguentemente sopravvalutano la significatività del relativo parametro.

Tali fenomeni possono essere contrastati considerando un metodo di stima alternativo come i minimi quadrati generalizzati (GLS) o, nello specifico, i minimi quadrati ponderati (WLS), anche se tali metodologie sono spesso di difficile implementazione e non sempre adeguate [6].

In alternativa è possibile correggere gli standard error per ottenere una maggiore accuratezza: la letteratura suggerisce di utilizzare delle stime consistenti in presenza di eteroschedasticità e autocorrelazione dette HAC (Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent) o di Newey-West⁶. Tali rimedi tuttavia sono efficaci in grandi campioni [6].

Infine si sottolinea che eteroschedasticità e autocorrelazione possono essere dovuti a un'errata specificazione originaria del modello e quindi a una possibile relazione non-lineare tra le variabili considerate.

3.1.2 Ipotesi sulla distribuzione

Il metodo richiede di verificare l'ipotesi che $\ln(Y) \sim N$. La distribuzione normale rappresenta uno dei cardini della statistica matematica e la verifica dell'assunzione di normalità è alla base di innumerevoli procedure dell'analisi statistica. In

⁶si vedano ad esempio [3] e [58].

letteratura una vasta gamma di test permettono di verificare l'ipotesi se un campione proviene da una distribuzione normale⁷.

Le metodologie più semplici sono i test di tipo grafico. Il probability plot (P-P plot) e il quantile-quantile plot (Q-Q plot) sono gli strumenti più comunemente usati per verificare l'assunzione di normalità dei dati. Altri metodi grafici diffusi includono l'istogramma, il box plot e lo stem-and-leaf plot. Nonostante possano essere utili nell'analisi della normalità, i test grafici non sono sufficienti per garantire la validità dell'assunzione testata. Inoltre, data l'esiguità dei campioni disponibili nel calcolo degli USP, questa procedura è quasi sempre priva di utilità. È consigliato perciò l'uso di metodi numerici o test di tipo algoritmico.

Esistono numerose tipologie di test algoritmici che differiscono nelle caratteristiche della distribuzione su cui si focalizzano, ad esempio i valori dell'asimmetria e della curtosi, la sua distribuzione o funzione caratteristica. Diversa è anche la modalità con cui vengono confrontate la distribuzione empirica e quella teorica, la complessità e la distribuzione della statistica utilizzata. La potenza di ogni criterio quindi dipenderà anche dalla tipologia di "non normalità" dei dati raccolti [67].

Nelle applicazioni attuariali il campione disponibile non ha spesso un'elevata numerosità e quindi i test possono risultare scarsamente potenti. I metodi possono fallire nel limitare l'errore di II tipo, accettando l'ipotesi di normalità nonostante questa sia assente⁸.

Inoltre diversi test possono produrre differenti risultati; alcuni possono rifiutare, a differenza di altri, l'assunzione di normalità. Tali risultati contrastanti mostrano l'importanza della scelta del metodo più idoneo.

Di seguito si presentano alcune delle tecniche più note che possono essere utilizzate per affrontare il problema della verifica dell'ipotesi sulla distribuzione di $\ln(Y)$.

Le tecniche che verranno illustrate fanno parte della tipologia dei test statistici sulla bontà di adattamento (goodness-of-fit test) che assumono la normalità dei dati come ipotesi nulla e il cui fine, a differenza dei test di significatività, è quello valutare evidenze a favore dell'ipotesi nulla.

Tuttavia i p-value di questi test non possono essere considerati delle misure a favore dell'ipotesi nulla e perciò questi criteri sono più propriamente dei test che indagano

⁷Si vedano ad esempio [18] e [63].

⁸Tali difficoltà nel test sulla distribuzione sono state segnalate anche dal JWG in [25].

la "non-normalità". Per questa ragione non sono decisivi nell'accettazione di H_0 , in quanto si limitano al più a fallire nel rifiutare l'ipotesi nulla⁹ [7].

Test basati sulla EDF

L'empirical distribution function (EDF) è la funzione di probabilità cumulata (o funzione di ripartizione) a gradini calcolata sul campione che stima la funzione di probabilità cumulata della popolazione¹⁰ e alcuni test di tipo numerico che valutano l'adattamento dei dati a una distribuzione teorica si rifanno a essa. L'idea alla base di tali test è quella di misurare, attraverso le statistiche EDF, la discrepanza tra la funzione di ripartizione empirica e quella teorica per valutare se un insieme di dati provenga da una determinata distribuzione.

Dato un campione $\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ di n osservazioni indipendenti e identicamente distribuite della variabile aleatoria X , l'EDF di X è definita come:

$$F_n(x) = \frac{\text{card} \{X_i : X_i \leq x\}}{n} \quad \text{con } x \in \mathbb{R}.$$

Data una funzione di ripartizione teorica continua $F(x)$, ipotizzata come l'effettiva distribuzione che ha generato il campione (in questo caso la normale), la bontà di adattamento è definita sulla base di una statistica EDF che misura la distanza tra la funzione di ripartizione $F_n(x)$ e $F(x)$. Le statistiche EDF considerano la differenza verticale tra $F_n(x)$ e $F(x)$ e possono essere divise in due gruppi: la classe delle supremum statistics (in cui la statistica EDF è basata sul concetto di estremo superiore) e la classe delle statistiche quadrate o quadratic statistics.

Basandosi su queste statistiche sono costruiti dei test di tipo algoritmico che assumono la normalità dei dati come ipotesi nulla. In questo contesto, un basso valore del p-value è associato a un basso livello di fiducia che i dati siano normali¹¹. I test basati sulla EDF più noti sono i test di Kolmogorov-Smirnov (compresa la variante di Lilliefors), di Cramér-von Mises e di Anderson-Darling.

⁹Sotto l'ipotesi nulla infatti i p-value sono distribuiti in modo uniforme tra 0 e 1.

¹⁰La EDF calcolata sul campione converge con probabilità 1 alla funzione di probabilità cumulata della popolazione da cui sono estratti i dati osservati secondo il teorema di Glivenko-Cantelli.

¹¹Nella prassi p-value osservati inferiori all'1% forniscono un forte sostegno contro H_0 , valori superiori al 10% indicano che i dati non forniscono sostegno a H_1 e infine valori compresi tra l'1 e il 10% indicano una situazione incerta.

Test di Kolmogorov-Smirnov (e di Lilliefors)

La più nota EDF supremum statistic è stata introdotta da Kolmogorov e successivamente utilizzata da Smirnov per ricavare l'omonimo test [52]. L'ipotesi nulla e l'ipotesi alternativa sono:

$$H_0 : F(x) = F_n(x) \quad \forall x, \quad -\infty < x < +\infty,$$

$$H_1 : F(x) \neq F_n(x) \quad \exists x, \quad -\infty < x < +\infty.$$

Nel test di Kolmogorov-Smirnov per verificare la forma delle distribuzioni campionarie si ricorre alla misura di distanza definita come:

$$D = \sup_{x \in \mathbb{R}} |F_n(x) - F(x)| = \max(D^+; D^-),$$

dove $D^+ = \sup_{x \in \mathbb{R}} \{F_n(x) - F(x)\}$ e $D^- = \sup_{x \in \mathbb{R}} \{F(x) - F_n(x)\}$.

La statistica EDF è definita come l'estremo superiore D della differenza in modulo tra la funzione di ripartizione empirica e quella teorica.

Tanto più i valori di D sono bassi, tanto più l'evidenza empirica pone a favore dell'ipotesi nulla. Il test confronta il valore osservato $\sqrt{n}D_n$ con il valore critico K_α della variabile aleatoria di Kolmogorov associato ad un livello di significatività α desiderato; infatti sotto H_0 si ha che $\sqrt{n}D_n$ converge, per n che tende a infinito, alla distribuzione di Kolmogorov¹².

Il test porta spesso a commettere errori di secondo tipo e si rivela poco potente poiché richiede un numero relativamente grande di osservazioni per rifiutare correttamente l'ipotesi di normalità.

Inoltre è rilevante come la distribuzione della statistica test non dipenda dalla sottostante distribuzione teorica testata. Nonostante ciò il test di Kolmogorov-Smirnov presenta alcune importanti limitazioni come il poter essere applicato solamente a funzioni di densità di probabilità.

Un altro svantaggio del test di Kolmogorov-Smirnov è la sua sansibilità a differenze nella zona centrale dei dati (attorno al valore medio), mentre non è efficace per discriminare due distribuzioni che differiscano significativamente tra loro solo nelle

¹²La funzione di ripartizione della variabile aleatoria di Kolmogorov K è data dall'espressione:

$$Pr(K \leq x) = 1 - 2 \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k-1} \exp(-2k^2x^2) = \frac{\sqrt{2\pi}}{x} \sum_{k=1}^{\infty} \exp(-(2k-1)^2\pi^2/(8x^2)).$$

code. Come evidenzia la forma della statistica per valori molto piccoli o molto grandi della variabile casuale usata, qualsiasi essa sia, molto raramente la differenza tra la funzione cumulata empirica e quella teorica sarà consistente. Per tale ragione il presente test non sembra essere consono la metodologia più consona ai fini della determinazione di un requisito di capitale il cui obiettivo è proteggere da scenari estremi.

Un altro grosso limite è costituito dal fatto che il vettore dei parametri θ di $F(x)$ deve essere completamente noto, ossia la distribuzione teorica completamente specificata. I parametri di scala o di forma spesso non sono conosciuti e vengono stimati dal campione: in questa circostanza la distribuzione della statistica test sotto l'ipotesi nulla muta e perciò la regione critica del test di Kolmogorov e Smirnov non è più valida e, in generale, dovrà essere determinata attraverso metodi simulativi.

Una possibile soluzione nella pratica assicurativa può essere quella di stimare i parametri su dati aggregati di mercato in modo da specificare la distribuzione che viene poi implementata nel test sulla serie storica specifica dell'impresa.

Quando la distribuzione sotto H_0 è la normale, $\theta = (\mu, \sigma^2)$ non è noto e viene stimato dai dati campionari, la letteratura suggerisce di utilizzare una modifica del test di Kolmogorov-Smirnov che prende il nome di test di Lilliefors [59].

Dato un campione di n osservazioni, la statistica test è definita come [49]:

$$D' = \max_{x \in \mathbb{R}} |F_n(x) - S_n(x)|,$$

dove $S_n(x)$ è la funzione di ripartizione della normale i cui parametri, stimati dai dati disponibili, sono la media e la varianza campionaria. Nonostante le statistiche siano molto simili, i valori critici sono differenti e possono condurre a diversi esiti sulla normalità dei dati [53].

Test di Cramér-von Mises e di Anderson-Darling

Nella classe delle quadratic statistics si trova la famiglia delle misure di discrepanza di Cramér-von Mises definite come:

$$Q = n \int_{-\infty}^{\infty} (F_n(x) - F(x))^2 \psi(x) dF(x),$$

dove $\psi(x)$ è un'appropriata funzione che attribuisce un peso allo scarto quadratico $(F_n(x) - F(x))^2$.

Quando $\psi(x) \equiv 1$ si ottiene la statistica di Cramér-von Mises, indicata in letteratura come W^2 . Il test associato a questa statistica [17], [72] è ritenuto uno dei più efficaci nel rivelare gli scostamenti dall'ipotesi nulla con un basso tasso di errori di II tipo. Il suo utilizzo è più adatto, all'opposto del test di Kolmogorov-Smirnov, per campioni piccoli, con $n < 25$, mentre può fallire su campioni molto grandi.

Quando la funzione peso è definita come $\psi(x) = 1/[F(x)(1 - F(x))]$, dalla statistica:

$$A^2 = n \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(F_n(x) - F(x))^2}{[F(x)(1 - F(x))]} dF(x),$$

si ricava il test di Anderson-Darling [1], le cui proprietà sono analoghe a quelle del test di Cramér-von Mises con la differenza che A^2 pone maggiore peso sulle code.

Rispetto al test di Kolmogorov-Smirnov la famiglia delle statistiche di Cramér-von Mises considerano l'intero insieme dei dati, mentre il primo è più sensibile agli scostamenti anomali.

Nel caso in cui il test d'ipotesi venga eseguito assumendo di conoscere i parametri della distribuzione teorica dell'ipotesi nulla la letteratura ha individuato alcune proprietà [18]:

- le statistiche EDF sono generalmente più potenti e indicate rispetto ad altre statistiche (come la chi-quadrato di Pearson);
- tra le statistiche EDF, W^2 e A^2 sono quelle che godono delle migliori proprietà;
- in termini di osservazioni di X , sia D , W^2 che A^2 sono maggiormente sensibili se rilevano uno scostamento nella media del campione rispetto alla media ipotizzata;
- in un'analisi di bontà di adattamento A^2 è spesso la statistica più consigliata. Questa si comporta in modo simile a W^2 ma è complessivamente più potente per testare quando $F_n(x)$ si discosta dalla distribuzione sottostante nelle code, specialmente quando sembra che si siano osservati molti valori estremi di X data $F(x)$.

Quando i parametri della distribuzione della popolazione sono sconosciuti e vengono stimati dal campione, la differenza nella potenza delle statistiche

tende ad attenuarsi. Stimare i parametri adatta la distribuzione testata al campione osservato così che la statistica possa individuare un discostamento dalla distribuzione dell'ipotesi nulla con all'incirca la stessa efficienza. Ciò nonostante, A^2 tende comunque a essere preferibile poiché pone maggiore peso alle code della distribuzione. Il test di Anderson-Darling, tra quelli basati sulla EDF, appare il più adeguato in tale tipo di indagine sulla Normalità¹³.

Nella circostanza in cui uno o più elementi del vettore dei parametri della distribuzione prevista da H_0 sono ignoti e devono essere opportunamente stimati dal campione di dati disponibile, come già affermato per il test di Kolmogorov-Smirnov, la distribuzione della statistica test sotto H_0 è differente da quella del caso in cui θ sia completamente noto. Questa dipenderà dalla distribuzione che si vuole testare, dalla dimensione campionaria, dai parametri stimati e dal metodo di stima utilizzato¹⁴.

Regression test

I regression test (insieme ai correlation test) si basano sulla prerogativa che una generica variabile $y \sim N(\mu, \sigma^2)$ può essere espressa dalla relazione $y = \mu + \sigma z$, dove $z \sim N(0, 1)$ e confrontano il valore della pendenza lineare ottenuto dal campione con quello previsto sotto l'ipotesi di normalità. Tra questa tipologia di criteri il più noto è quello di Shapiro-Wilk che si costruisce a partire dal rapporto tra due stime del parametro di scala ottenute con i minimi quadrati ponderati.

Test di Shapiro-Wilk

Il più conosciuto regression test è quello di Shapiro-Wilk [66] che si costruisce a partire dal rapporto tra due stime del parametro di scala ottenute con i minimi quadrati ponderati. Tale criterio fu originariamente ideato per campioni con meno di 50 osservazioni e fu il primo a essere in grado di rilevare divergenze dalla normalità dovute all'asimmetria o alla curtosi [5].

¹³La superiorità della potenza della statistica A^2 è confermata in letteratura da analisi condotte basandosi sia sulla teoria asintotica sia su simulazioni Monte Carlo [21], [22] e [68].

¹⁴Se si verifica la normalità, la letteratura propone di modificare le statistiche test D , A^{2*} e W^{2*} aggiustandole per la numerosità campionaria. Si veda [18].

Il test confronta la varianza campionaria e uno stimatore della varianza basato sulla combinazione lineare ottimale della statistica d'ordine di una variabile normale. La statistica test W è il rapporto tra questi due stimatori e può assumere valori compresi tra 0 e 1.

$$W = \frac{(\sum_{i=1}^n a_i x_i)^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

dove:

- \bar{x} è la media campionaria;
- $a_i = (a_1, \dots, a_n) = \frac{m^T V^{-1}}{(m^T V^{-1} V^{-1} m)^{1/2}}$ e $m = (m_1, \dots, m_n)^T$ è il vettore dei valori attesi delle statistiche d'ordine realizzazioni di variabili aleatorie indipendenti e Normali;
- V è la matrice di varianze e covarianze delle statistiche d'ordine.

Valori di W vicini a 0 portano a rigettare l'ipotesi nulla mentre un valore prossimo all'unità indica la normalità dei dati. Il p-value rappresenta quindi la probabilità che W sia minore del valore osservato¹⁵. È importante notare che la distribuzione di W è fortemente asimmetrica e valori di W vicini a 0.9 possono portare a non considerare la normalità.

Il test di Shapiro-Wilk è uno dei più potenti per la verifica dell'assunzione di normalità in campioni piccoli e spesso è scelto per queste sue proprietà [53]; tuttavia può essere poco affidabile in presenza di valori ripetuti nei dati osservati [20].

Test sui momenti

Un'altra tipologia di test per la verifica della normalità sono quelli basati sui momenti che nascono dal tentativo di individuare eventuali discostamenti dalla distribuzione normale attraverso i momenti campionari.

I test sui momenti esprimono spesso una potenza ridotta faticando a discriminare comportamenti diversi da quelli normali su campioni di piccole dimensioni.

Il criterio più diffuso è quello di Jarque-Bera [62].

¹⁵La statistica W può essere interpretata come il quadrato del coefficiente di correlazione in un Q-Q plot [20].

Test di Jarque-Bera

Il test di Jarque-Bera [46] stabilisce contemporaneamente se due momenti, l'asimmetria e la curtosi, stimati sul campione sono coerenti con l'ipotesi di normalità. La statistica test si rappresenta attraverso la seguente forma:

$$JB = n \left(\frac{s}{6} + \frac{(k-3)^2}{24} \right),$$

dove s e k sono, rispettivamente, asimmetria e curtosi campionarie.

L'ipotesi nulla è un'ipotesi congiunta che pone asimmetria ed eccesso di curtosi nulle. La statistica JB , sotto H_0 ha distribuzione asintotica χ^2 con due gradi di libertà e viene usata per testare se il campione è stato effettivamente estratto da una popolazione di dati distribuiti come una variabile casuale normale [8]. H_0 viene rigettata per valori grandi di JB che indicano un allontanamento significativo dalla situazione di normalità (in cui l'indice di asimmetria è nullo e la curtosi è pari a 3). Il p-value indica quindi la probabilità che la statistica JB sia maggiore del valore osservato.

Il test di Jarque-Bera, utilizzato anche dal JWG [25] è maggiormente indicato per analisi market-wide o quando si hanno a disposizione molti dati ($n \gg 100$) mentre non è appropriato per piccoli campioni. In generale la distribuzione della statistica test JB converge molto lentamente a quella χ^2 e soprattutto con una ridotta numerosità campionaria le proprietà asintotiche non sono rispettate e l'approssimazione risulta incauta e instabile.

La distribuzione del p-value inoltre tende a sbilanciarsi su valori bassi (distribuzione unimodale con asimmetria positiva) e tale caratteristica può generare alti tassi di errori di I tipo (cioè il rifiuto inappropriato dell'ipotesi nulla)¹⁶. A seguito di tali considerazioni il test di Jarque-Bera non appare il più idoneo per la verifica delle assunzioni dell'approccio USP [20].

¹⁶Gel e Gastwirth [47] hanno proposto una modifica al test di Jarque-Bera che, al posto del momento centrale di second'ordine, usa un metodo di stima robusto nel calcolo dell'asimmetria e della curtosi. Questo test non viene trattato nel presente lavoro.

Test grafici

Tra i test grafici i probability plot sono le tecniche più diffuse per comparare due dataset di cui spesso uno empirico e uno teorico [38]. Molto difficilmente tali metodologie permettono di giungere a una conclusione sull'assunzione esaminata, quindi è consigliabile il loro utilizzo esclusivamente a supporto dei più rigorosi test di tipo numerico-algoritmico.

P-P plot

Dato un campione di n osservazioni indipendenti e identicamente distribuite della variabile aleatoria X e costruito il campione ordinato $\{X_{n,n} \leq X_{n-1,n} \leq \dots \leq X_{1,n}\}$, vale che $X_{k,n} \leq x$ se e solo se $\sum_{i=1}^n \mathbf{I}_{\{X_i > x\}} < k$ ¹⁷. L'EDF assume perciò i valori:

$$F_n(X_{k,n}) = \frac{n - k + 1}{n}, \quad k = 1, 2, \dots, n.$$

Il probability-probability plot (o percent-percent plot) è il grafico costruito sul campione ordinato delle n osservazioni di X :

$$\left\{ \left(F_n(X_{k,n}), \frac{n - k + 1}{n + 1} \right), \quad k = 1, 2, \dots, n \right\},$$

per il teorema di Glivenko-Cantelli, se X ha funzione di ripartizione F il grafico dovrebbe avere andamento un approssimativamente lineare.

Q-Q plot

Il quantile-quantile plot è l'analogo grafico riferito ai quantili:

$$\left\{ \left((X_{k,n}), F^{-1} \left(\frac{n - k + b_k}{n + a_k} \right) \right), \quad k = 1, 2, \dots, n \right\},$$

con a_k e b_k scelti al fine di considerare la discontinuità "empirica" della distribuzione¹⁸. Anche per il Q-Q plot, se $X \sim F$ il grafico dovrebbe risultare approssimativamente lineare.

¹⁷ $\mathbf{I}_{\{X_i > x\}}$ è una funzione che vale 1 se $X_i > x$, 0 se $X_i \leq x$. $\sum_{i=1}^n \mathbf{I}_{\{X_i > x\}} < k$ è analoga alla funzione di sopravvivenza calcolata in x .

¹⁸ Usualmente si pongono entrambi pari a 1 oppure $a_k \equiv 0$ e $b_k \equiv 0.5$.

Analisi della potenza

La potenza di un test statistico esprime la sua propensione a individuare la non veridicità dell'ipotesi nulla quando questa è effettivamente falsa. Tale quantità è il complemento a 1 dell'errore di secondo tipo, indicato convenzionalmente con la lettera greca β . Si richiede di solito che il valore di $1 - \beta$ non sia inferiore all'80% [20]. Nella stima dei parametri USP la scelta di criteri statistici efficaci è fondamentale per la corretta implementazione del metodo. È necessario infatti che l'impresa utilizzi test che siano in grado di riconoscere se i propri dati si discostano dall'ipotesi di lognormalità.

Per tale ragione è stata condotta un'analisi per verificare la capacità di discriminare la distribuzione dei logaritmi di Y . Si sono considerate differenti distribuzioni per la variabile aleatoria Y e si è controllato quale test riuscisse a distinguere l'effettiva non normalità dei logaritmi di Y , concentrandosi su campioni di numerosità contenuta. In primo luogo si è scelta una lognormale di parametri $\mu = 4.4$ e $\omega = 0.1$. Tali valori sono stati ottenuti con il metodo della massima verosimiglianza sulla serie storica dei dati di mercato italiani RCA dei loss ratio (lavoro diretto) dal 2010 al 2014. Questa opzione corrisponde al caso in cui l'ipotesi nulla sia vera.

In secondo luogo si sono considerate le seguenti distribuzioni per la variabile aleatoria Y :

- gamma con parametro di forma pari a 2 e parametro di scala pari a 40. Anche questi sono stati stimati con il medesimo metodo sullo stesso campione di dati;
- Weibull di parametri di forma e scala 5 e 89 rispettivamente;
- Pareto con parametro di forma pari a 4 e parametro di scala pari a 70.

I momenti e le caratteristiche principali delle quattro distribuzioni sopra elencate sono riportati nella tabella 3.3. Le ultime due distribuzioni rappresentano opzioni con un maggiore grado di rischio: esse hanno percentili di livello 99.5% maggiori rispetto alla distribuzione lognormale e comportano un requisito di capitale (unitario) maggiore.

Dalle quattro distribuzioni si sono generati 100000 campioni casuali

$$\{Y_1, Y_2, \dots, Y_n\}_i, \quad i = 1, 2, \dots, 100000$$

	Lognormale	Gamma	Weibull	Pareto
Media	81.45	80	81.71	80.1
CoV	0.1	0.158	0.22	12
Asimmetria	0.3	0.3	-0.25	7
Curtosi	0.16	0.16	-3	
percentile 99.5%	105.31	116.32	124.22	193.24

Tabella 3.3: caratteristiche delle distribuzioni utilizzate nell'analisi

di numerosità $n = 5, 10, 15, 20$ e 100 . Di ogni osservazione campionaria è stato calcolato il logaritmo e successivamente sui campioni

$$\{\ln(Y_1), \ln(Y_2), \dots, \ln(Y_n)\}_i, \quad i = 1, 2, \dots, 100000$$

si sono condotti i test statistici di Jarque Bera, di Shapiro-Wilk, di Lilliefors, di Cramér-von Mises e di Anderson-Darling.

Nella tabella 3.4 sono indicati, per i diversi test al variare del livello di significatività α e di n , i tassi di rifiuto dell'ipotesi nulla di normalità, ossia il numero di casi in cui si è osservata una statistica test con un p-value associato non superiore ad α . I risultati sono stati ottenuti dalla distribuzione empirica dei p-value¹⁹.

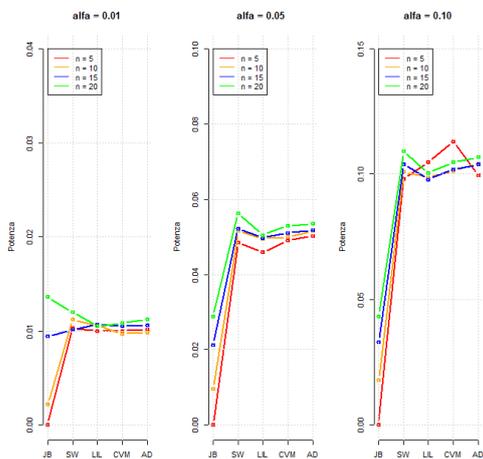
α	JB			SW			LIL			CVM			AD		
	0.01	0.05	0.1	0.01	0.05	0.1	0.01	0.05	0.1	0.01	0.05	0.1	0.01	0.05	0.1
n = 5	0.0%	0.0%	0.0%	1.0%	4.9%	9.8%	1.0%	4.6%	10.4%	0.9%	4.9%	9.9%	1.0%	5.0%	9.9%
n = 10	0.2%	0.9%	1.6%	1.1%	5.0%	9.9%	1.0%	5.0%	9.8%	0.9%	5.0%	10.0%	0.9%	5.0%	10.0%
n = 15	0.8%	1.8%	2.9%	0.9%	5.0%	9.9%	1.0%	4.8%	9.5%	1.0%	4.9%	9.9%	1.0%	5.0%	9.9%
n = 20	1.2%	2.4%	3.7%	0.9%	5.0%	10.2%	1.0%	4.8%	9.7%	1.0%	5.1%	10.0%	1.0%	5.1%	10.0%
n = 100	1.9%	4.2%	6.6%	1.0%	5.0%	10.0%	1.0%	5.1%	10.4%	1.0%	4.9%	10.0%	1.0%	4.9%	10.0%

Tabella 3.4: tasso di rifiuto per distribuzione lognormale

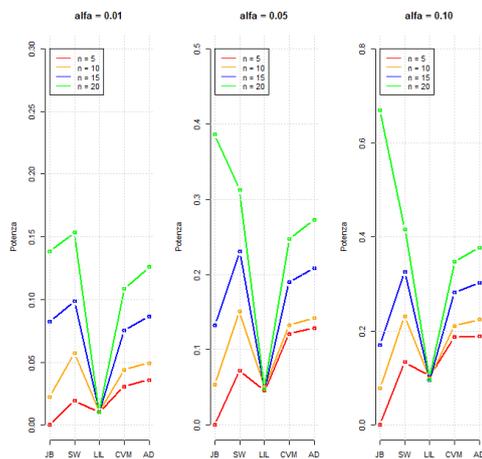
Quando Y è lognormale (cioè H_0 è vera) il tasso di rifiuto rappresenta la percentuale di errori di I tipo. Il p-value in questo caso si distribuisce in modo uniforme da 0 a 1 e i risultati empirici prodotti dall'analisi mostrano come il tasso di rifiuto assuma coerentemente valori prossimi ad α . I p-value della statistica di Jarque-Bera convergono più lentamente alla distribuzione uniforme tra le cinque considerate.

Per le altre distribuzioni i logaritmi di Y non sono normali e la frequenza di rifiuto dell'ipotesi nulla denota la potenza del test. I grafici 3.3(a), 3.3(b) e 3.3(c) ne propongono i valori ottenuti nell'esperimento al variare della numerosità n e del livello di significatività α per le distribuzioni gamma, Weibull e Pareto. Nella figura 3.3(d) si rileva il valore medio di $1 - \beta$ calcolato sulle tre distribuzioni considerate.

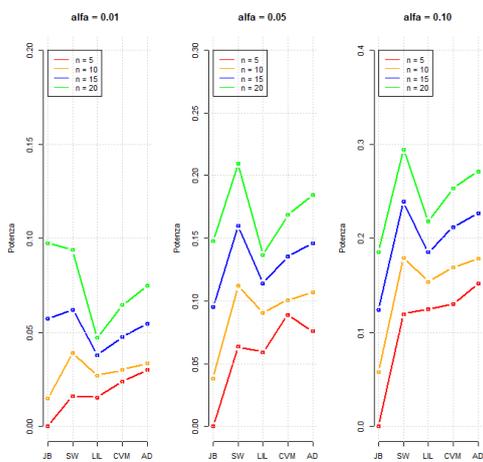
¹⁹Il p-value rappresenta la probabilità di osservare valori della statistica test pari o più estremi di quello osservato, supposta vera l'ipotesi nulla.



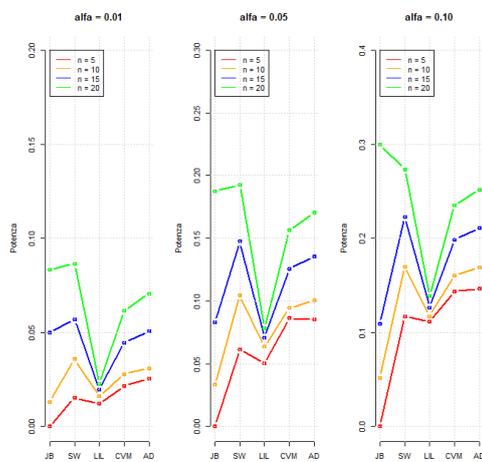
(a) Gamma



(b) Weibull



(c) Pareto



(d) Potenza media

Figura 3.3: potenza dei test al variare della numerosità campionaria n e del livello di significatività α

Nei campioni di numerosità 5, 10, 15 e 20 la potenza assume valori moderati e inferiori all'80%. In particolare:

- quando i dati provengono dalla distribuzione gamma la frequenza di rifiuti di H_0 rimane sempre al di sotto del 15%;
- quando il campione è generato dalla distribuzione Weibull, il test di Lilliefors ha ottenuto i risultati peggiori. In aggiunta il comportamento non mostra variazioni significative al crescere di n e la statistica di Jarque-Bera ha la potenza più elevata sui campioni di 20 osservazioni;
- nel caso di distribuzione di Pareto la statistica con il minor numero di errori di secondo tipo è quella di Shapiro-Wilk;
- il test di Shapiro-Wilk insieme a quello di Anderson-Darling mostrano, in generale, una potenza media più elevata.

(a) $\alpha = 0.01$					(b) $\alpha = 0.05$				
JB	SW	LIL	CVM	AD	JB	SW	LIL	CVM	AD
Gamma					Gamma				
3.78%	2.48%	1.58%	1.69%	1.85%	7.45%	8.59%	6.68%	7.10%	7.30%
Weibull					Weibull				
77.76%	85.50%	1.02%	68.11%	75.24%	88.79%	94.25%	5.10%	84.91%	89.04%
Pareto					Pareto				
57.14%	57.43%	27.33%	39.67%	45.60%	70.10%	74.25%	49.98%	60.75%	65.7%
Potenza media					Potenza media				
46.22%	48.47%	9.98%	36.49%	40.89%	55.45%	59.03%	20.58%	50.91%	54.01%

(c) $\alpha = 0.1$				
JB	SW	LIL	CVM	AD
Gamma				
10.95%	14.87%	12.91%	12.8%	13.387%
Weibull				
93.45%	96.70%	10.41%	90.47%	93.45%
Pareto				
77.13%	81.21%	62.67%	70.83%	75.0%
Potenza media				
60.51%	64.26%	28.67%	58.04%	60.63%

Tabella 3.5: potenza dei test con numerosità campionaria $n = 100$ al variare della distribuzione e del livello di significatività α

Se si esaminano i campioni di numerosità pari a 100 la potenza dei test resta contenuta per la gamma mentre per la Weibull e per la Pareto si raggiungono valori più elevati e in alcuni casi superiori all'80%. Il test statistico di Lilliefors risulta ancora il meno adeguato. Mediamente, la statistica con un comportamento

preferibile risulta quella di Shapiro-Wilk insieme a quella di Anderson-Darling in linea con quanto affermato dalla letteratura.

La figura 3.4 mostra le distribuzioni empiriche dei p-value calcolati dalla statistica di Shapiro-Wilk.

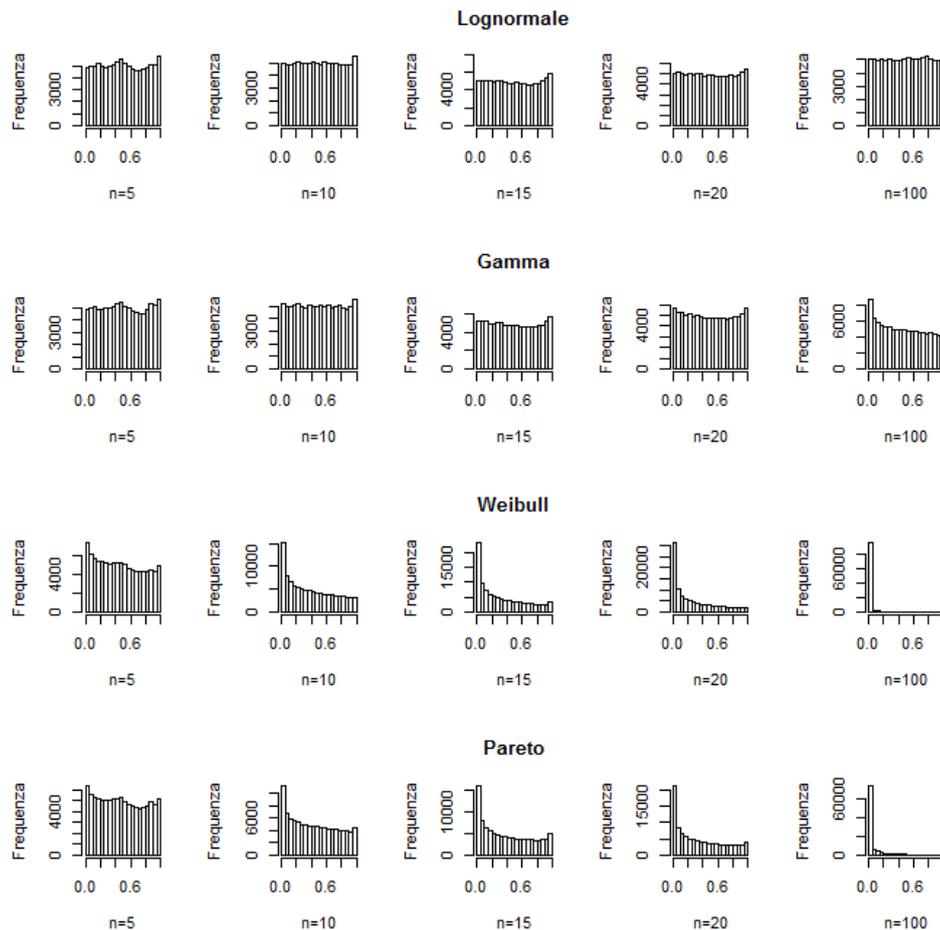


Figura 3.4: test di Shapiro-Wilk, distribuzione di frequenza del p-value al variare della numerosità campionaria n

La scarsa potenza che hanno palesato i test di normalità segnalano che l'ipotesi sulla distribuzione di $\ln(Y)$, richiesta per l'utilizzo del metodo 1 degli USP, nella realtà verrà quasi sempre convalidata.

Tale esito è dovuto anche al fatto che la trasformazione logaritmica riduce la variabilità dei dati, rendendo più problematico per le statistiche test identificare comportamenti "non normali" del campione esaminato.

Per l'Autorità di Vigilanza tale risultato non è accettabile. Difatti anche imprese di assicurazione i cui rischi seguono distribuzioni più rischiose (come la Weibull e

la Pareto nell'esempio considerato) potranno utilizzare una metodologia calibrata sull'ipotesi di lognormalità.

3.1.3 Appropriately del metodo della massima verosimiglianza

L'adeguatezza del metodo di stima della massima verosimiglianza può essere avvalorata mostrando la convergenza della procedura numerica di minimizzazione. Per testare l'univocità del punto di minimo ottenuto nell'intervallo di ottimizzazione D è possibile studiare empiricamente la funzione di perdita $L(\gamma, \delta)$ rispetto una griglia di valori di γ e δ . Per restringere il dominio D a D^* :

$$D^* = \{0 \leq \delta \leq 1, \gamma_{min} \leq \gamma \leq \gamma_{max}\},$$

si possono scegliere dei valori di γ_{min} e γ_{max} in linea con la realtà assicurativa e rifacendosi alla loro definizione [20]. Infatti, poiché $\gamma = \ln(\sigma/\beta)$ e $\beta = E(Y/X)$, si possono assumere $\beta \approx 1$ e $\sigma \in [0.005; 1]$, da cui:

$$\gamma_{min} = \ln(0.005), \quad \gamma_{max} = \ln(1) = 0.$$

Affinché il metodo della massima verosimiglianza sia considerato appropriato, il grafico di $L(\gamma, \delta)$ su D^* deve evidenziare una superficie di perdita la cui forma è regolare e il cui minimo esiste ed è ben individuabile dalla procedura di minimizzazione numerica. Infatti più la superficie di perdita diminuisce velocemente all'allontanarsi dalle stime individuate $\hat{\gamma}$ e $\hat{\delta}$, maggiore sarà la precisione del processo di stima di massima verosimiglianza e difficilmente i valori reali saranno distanti da quelli stimati. Viceversa se la superficie è piatta diverse combinazioni di valori dei parametri $\hat{\gamma}$ e $\hat{\delta}$ possono generare lo stesso dataset di osservazioni. In questo caso la stima puntuale MLE potrebbe risultare di scarso valore.

Le immagini seguenti mostrano, prima per il premium risk e poi per il reserve risk, degli esempi di funzione di perdita calcolata su dati dal 1998 al 2014 per i segmenti MTPL, GTPL e Other auto e dal 2005 al 2014 per il segmento Credit di un'impresa del mercato italiano di medie dimensioni. Sotto la superficie di perdita è riportato il grafico con le curve di livello che evidenzia le combinazioni dei parametri per cui la funzione assume il valore minimo.

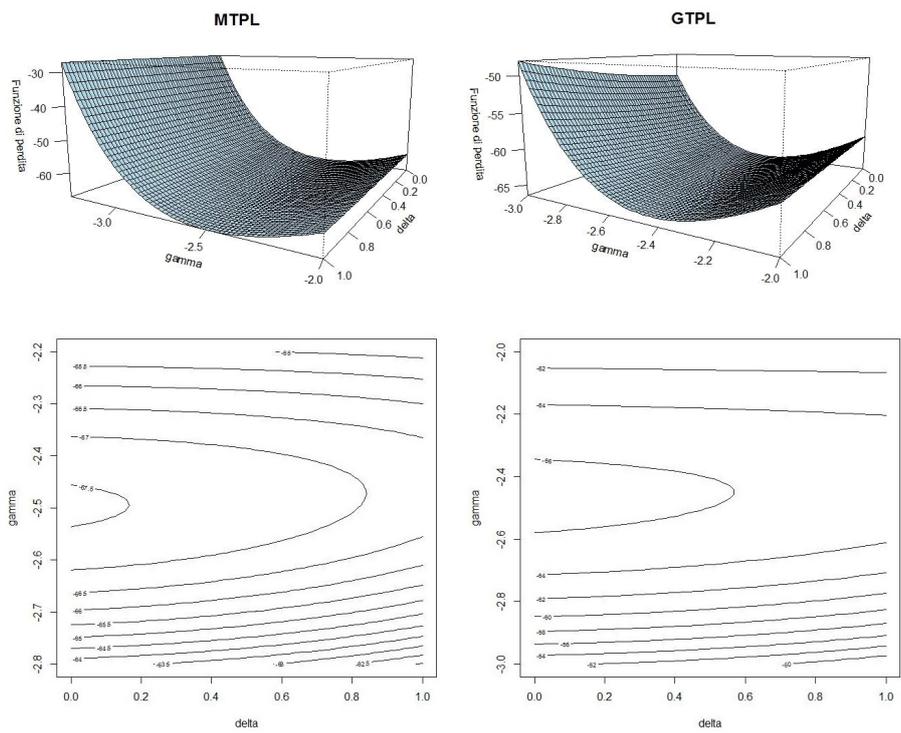


Figura 3.5: loss function e curve di livello per MTPL e GTPL premium risk

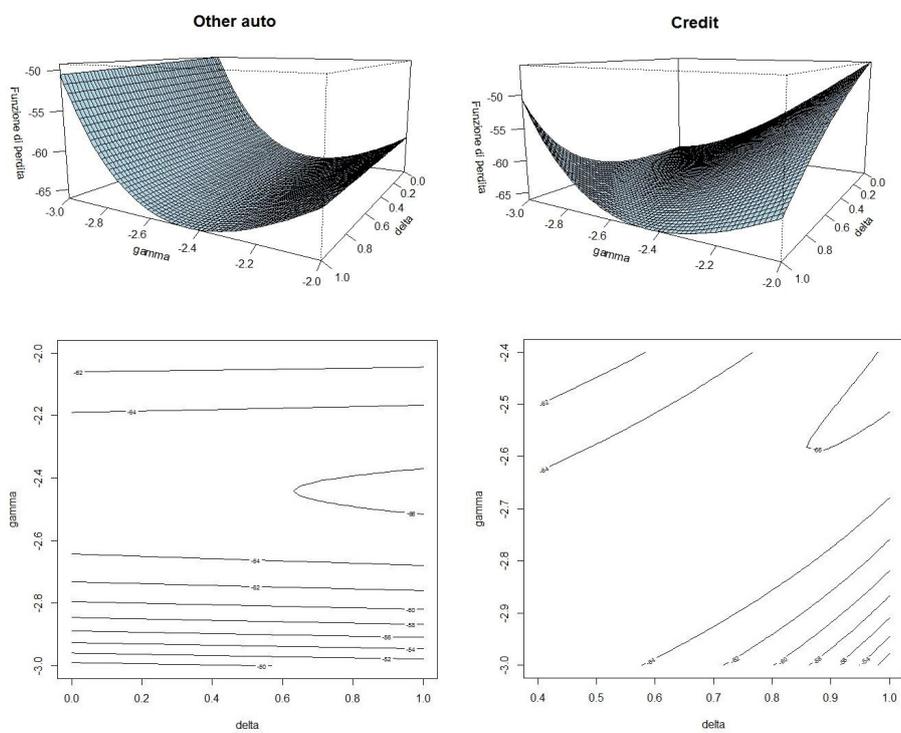


Figura 3.6: loss function e curve di livello per Other auto e Credit premium risk

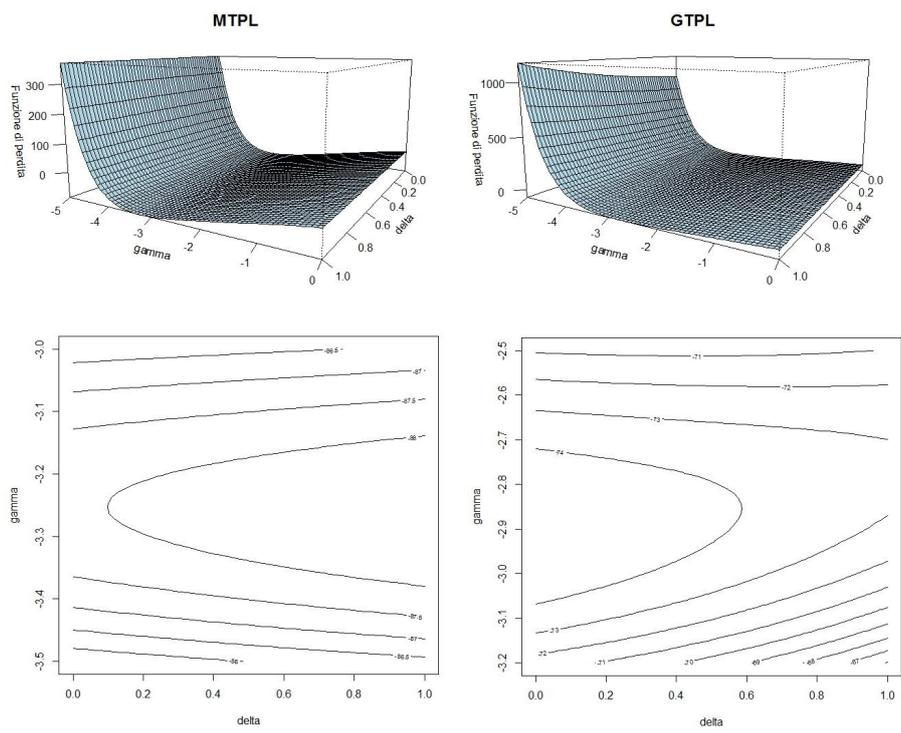


Figura 3.7: loss function e curve di livello per MTPL e GTPL reserve risk

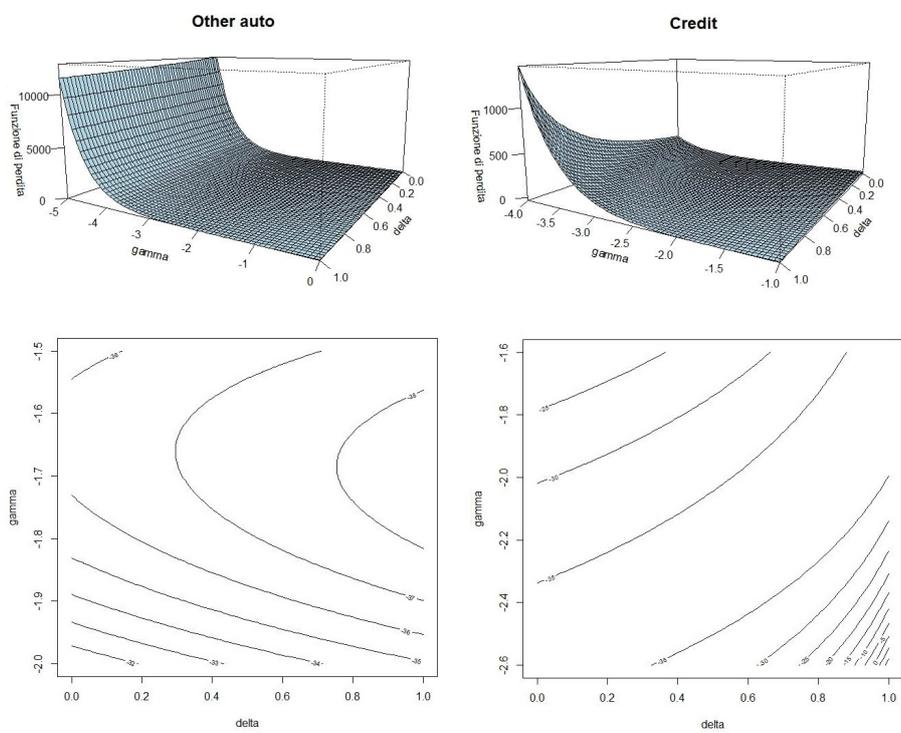


Figura 3.8: loss function e curve di livello per Other auto e Credit reserve risk

Nei segmenti MTPL e GTPL, per il premium risk, la stima del parametro delta è prossima allo 0. Ciò suggerisce una varianza dei sinistri con maggior peso della componente proporzionale ai premi di competenza. Viceversa nei segmenti Other auto e Credit la stima MLE del parametro delta propende verso vicini all'unità. Come si può notare la loss function manifesta, in tutti i segmenti analizzati, un comportamento regolare. Tuttavia nell'intorno del punto di minimo la superficie ha un andamento tendenzialmente piatto e di conseguenza la stima puntuale $\hat{\gamma}$ e $\hat{\delta}$ potrebbe essere compromessa poiché altre combinazioni di valori dei parametri potrebbero aver determinato la serie storica dell'impresa.

La loss function del rischio di riservazione esibisce una forma regolare con un minimo globale nell'intervallo considerato. Bisogna prestare attenzione alle situazioni in cui, come nel segmento Credit (figura 3.8), le curve di livello indicano un'ampia regione di piano, nell'esempio quella delimitata dai valori di delta compresi tra 0 e 1 e di gamma tra -2.6 e -1.8 (circa) dove la loss function ha una forma distesa senza variazioni significative e in cui giace il punto di minimo.

Per tale ragione affiancare alle tecniche numeriche un'analisi di tipo grafico per poter restringere l'area in cui inizializzare la ricerca del minimo della loss function può risultare utile.

3.2 Metodo 2 per Reserve risk

Per poter stimare il parametro USP per il reserve risk l'impresa interessata deve verificare le assunzioni alla base del metodo che utilizza il MSEP calcolato con la formula di Merz-Wüthrich²⁰. Tale formula riprende la struttura del chain ladder e quindi le ipotesi da verificare sono quelle alla base di quest'ultimo procedimento di stima della riserva sinistri²¹.

²⁰Oltre alle assunzioni alla base del modello l'impresa deve attenersi al requisito di "immaterialità della coda". Nel capitolo precedente è indicato un criterio per appurare questa prerogativa.

²¹L'Autorità di Vigilanza non ha incluso negli Atti Delegati, tra le assunzioni da verificare alla base del metodo 2 per il reserve risk, l'ipotesi di Markovianità. Tale ipotesi tecnica, non contenuta nel lavoro di Mack sul "distribution free chain ladder" e poi introdotta da Merz e Wüthrich, risulta marginale [20] e sarebbe molto difficile da verificare, data la scarsità di metodologie adeguate proposte dalla letteratura statistico-matematica [14].

- Ipotesi di indipendenza: i pagamenti cumulati $C_{i,j}$ (e gli incrementali $I_{i,j}$) di anni di accadimento i diversi sono stocasticamente indipendenti.
- Ipotesi sulla media condizionata: per ogni anno di generazione i e in ogni anno di sviluppo j di un fissato i , esiste una costante $f_j > 0$ tale per cui:

$$E(C_{i,j}|C_{i,j-1}) = f_{j-1} C_{i,j-1}$$

con $0 \leq i \leq I$ e $1 \leq j \leq J$.

- Ipotesi sulla varianza condizionata: per ogni anno di generazione i e in ogni anno di sviluppo j di un fissato i , esiste una costante $s_j > 0$ tale per cui:

$$Var(C_{i,j}|C_{i,j-1}) = s_{j-1}^2 C_{i,j-1}$$

con $0 \leq i \leq I$ e $1 \leq j \leq J$.

Le ipotesi su media e varianza condizionata possono essere riformulate in un'unica ipotesi unificata. Infatti definito con

$$B_0 = \{C_{0,0}, C_{0,1}, \dots, C_{0,I}\}$$

l'insieme di tutti i pagati del primo anno di generazione è possibile formulare l'ipotesi times series:

- esistono delle costanti positive f_j e s_j tali che, per $0 \leq i \leq I$ e $1 \leq j \leq J$:

$$C_{i,j} = f_{j-1} C_{i,j-1} + \sqrt{s_{j-1}^2 C_{i,j-1}} \epsilon_{i,j}, \quad (3.8)$$

dove $\epsilon_{i,j}$ sono delle variabili aleatorie identicamente distribuite e condizionatamente indipendenti, dato B_0 , con $E(\epsilon_{i,j}|B_0) = 0$ e $E(\epsilon_{i,j}^2|B_0) = 1$.

Questo approccio, indicato per brevità nel presente scritto come "time series model", caratterizza il cosiddetto time series chain ladder (TSCL) [9]. La formalizzazione di Buchwalder, Bühlmann, Merz e Wüthrich è vista come un'estensione distribuzionale del modello di Mack [50] e coincide con il modello studiato da Murphy (si veda il weighted average development factor model in [57]). La relazione ricorsiva definita dall'ipotesi time series può generare valori negativi per i pagamenti cumulati.

Nonostante ciò potrebbe essere evitato ridefinendo in modo opportuno la variabile $\epsilon_{i,j}$, il modello viene tenuto con questa incoerenza teorica poiché il problema risulta irrilevante nelle applicazioni pratiche [20]. Il time series model è molto utile per simulare triangoli di run-off e per derivare l'estimation error condizionato.

Accertare le ipotesi sopracitate è fondamentale per valutare la bontà delle stime fornite dal chain ladder poiché la struttura da questo postulata rappresenta un riferimento teorico mai pienamente verificato nella realtà assicurativa. Tali assunzioni tuttavia non sono direttamente verificabili ma solamente le loro implicazioni possono essere vagliate ed esaminate [69].

3.2.1 Ipotesi su media e varianza condizionate

Le ipotesi su media e varianza condizionate possono essere verificate con diversi approcci. Una soluzione è analizzare la bontà delle stime dei parametri f_0, f_1, \dots, f_{j-1} e $s_0^2, s_1^2, \dots, s_{j-1}^2$ definiti dalla formula (3.8). Fissati due anni di sviluppo consecutivi, viene definito un modello di regressione lineare pesato della variabile $C_{i,j}$ sulla variabile $C_{i,j-1}$ date le osservazioni $\{C_{0,j-1}, C_{1,j-1}, \dots, C_{I-j+1,j-1}\}$ e $\{C_{0,j}, C_{1,j}, \dots, C_{I-j,j}\}$ con $1 \leq j \leq J$.

Quindi, per ogni coppia di antidurate di interesse, si ha una regressione del tipo:

$$y_{i,j} = f_{j-1} x_{i,j-1} + \frac{s_{j-1}}{\sqrt{w_{i,j-1}}} \epsilon_{i,j}, \quad i = 0, 1, \dots, I, \quad (3.9)$$

dove $y_{i,j} = C_{i,j}$, $x_{i,j-1} = C_{i,j-1}$ e $w_{i,j-1} = 1/C_{i,j-1}$.

Il coefficiente f_{j-1} , stimato col metodo dei minimi quadrati ponderati, coincide con lo stimatore \hat{f}_{j-1} del chain ladder (2.26) e l'espressione di \hat{s}_{j-1}^2 è quella dello stimatore indicato da Mack e fornito dalla formula (2.27).

I tradizionali test di ipotesi sui parametri e di bontà di adattamento, già indicati per il modello 1, possono essere utilizzati per stabilire la significatività delle stime e l'aderenza del modello ai dati, fornendo un'indicazione sulla conformità sia dell'ipotesi sulla media condizionata che dell'ipotesi sulla varianza condizionata.

Solitamente l'impresa non avrà dati a sufficienza per effettuare tutte le J regressioni richieste; spostandosi infatti su antidurate maggiori si hanno sempre meno osservazioni. Bisogna quindi considerare con attenzione il numero minimo di osservazioni per poter condurre un'analisi di regressione significativa.

i/j	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2003	34098	104090	111804	114275	115551	116969	118119	118726	119223	119728	120177	121065
2004	34832	105223	112708	115551	116664	117751	118349	118758	119184	119835	120496	
2005	38727	107864	115622	118230	118991	119606	120021	120433	120674	121085		
2006	35230	105728	112770	116080	116698	117368	118069	118854	119357			
2007	35503	103195	111119	114235	115341	116211	116990	117949				
2008	39020	99859	108939	111817	113133	114177	115870					
2009	35409	95281	106759	110235	112401	114369						
2010	32765	96380	105186	108723	110024							
2011	30517	81654	92331	95837								
2012	32732	85107	92226									
2013	30895	88014										
2014	30393											

Tabella 3.6: triangolo di run-off degli importi pagati (cumulati)

j	\hat{f}_{j-1}	p-value	\hat{s}_{j-1}^2	R^2	$R_{\alpha dj}^2$	F	p-value
1	2.824	< 0.001	1068	0.996	0.996	2834	< 0.001
2	1.086	< 0.001	43.34	0.999	0.999	2681	< 0.001
3	1.028	< 0.001	2.904	0.999	0.999	2182	< 0.001
4	1.010	< 0.001	2.128	0.999	0.999	161900	< 0.001
5	1.009	< 0.001	2.071	0.999	0.999	47120	< 0.001
6	1.008	< 0.001	1.947	0.999	0.999	87850	< 0.001
7	1.005	< 0.001	0.504	0.999	0.999	91050	< 0.001

Tabella 3.7: test sui parametri e bontà di adattamento del time series model per $1 \leq j \leq 7$

Le tabelle 3.6 e 3.7 riportano un triangolo di run-off di un'impresa di piccole dimensioni del mercato italiano e i test di significatività sui parametri dei modelli di regressione della formula (3.9). Le figure 3.9 e 3.10 mostrano le tecniche di diagnostica grafica per le medesime regressioni.

Un'altra possibilità per verificare l'assunzione sulla media condizionata è quella di verificare la significatività del fattore di sviluppo f'_{j-1} che viene applicato al pagamento cumulato $C_{i,j-1}$ per quantificare il valore atteso del pagamento incrementale $I_{i,j}$ [69]. Si mostra facilmente che f'_{j-1} è direttamente collegato al fattore di sviluppo f_{j-1} tra due pagamenti cumulati successivi. Vale infatti che:

$$E(C_{i,j}|C_{i,j-1}) = f_{j-1} \cdot C_{i,j-1},$$

$$E(C_{i,j}|C_{i,j-1}) - C_{i,j-1} = f_{j-1} \cdot C_{i,j-1} - C_{i,j-1},$$

$$E(C_{i,j} - C_{i,j-1}|C_{i,j-1}) = (f_{j-1} - 1) \cdot C_{i,j-1},$$

da cui

$$E(I_{i,j}|C_{i,j-1}) = f'_{j-1} \cdot C_{i,j-1}.$$

La scelta di tale fattore di sviluppo risiede solamente nella maggiore comodità di un suo utilizzo all'interno dei test che verificano la significatività dei parametri

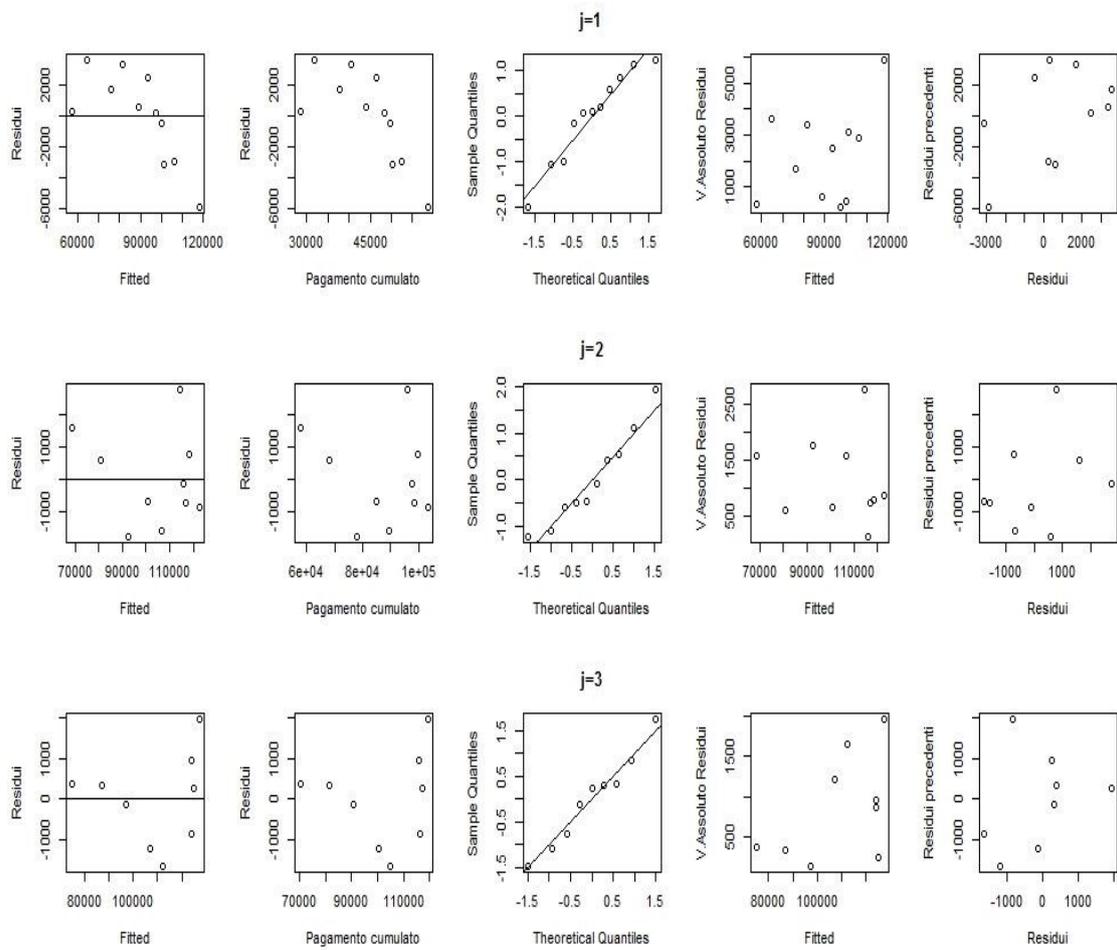


Figura 3.9: diagnostica dei modelli time series ($1 \leq j \leq 3$)

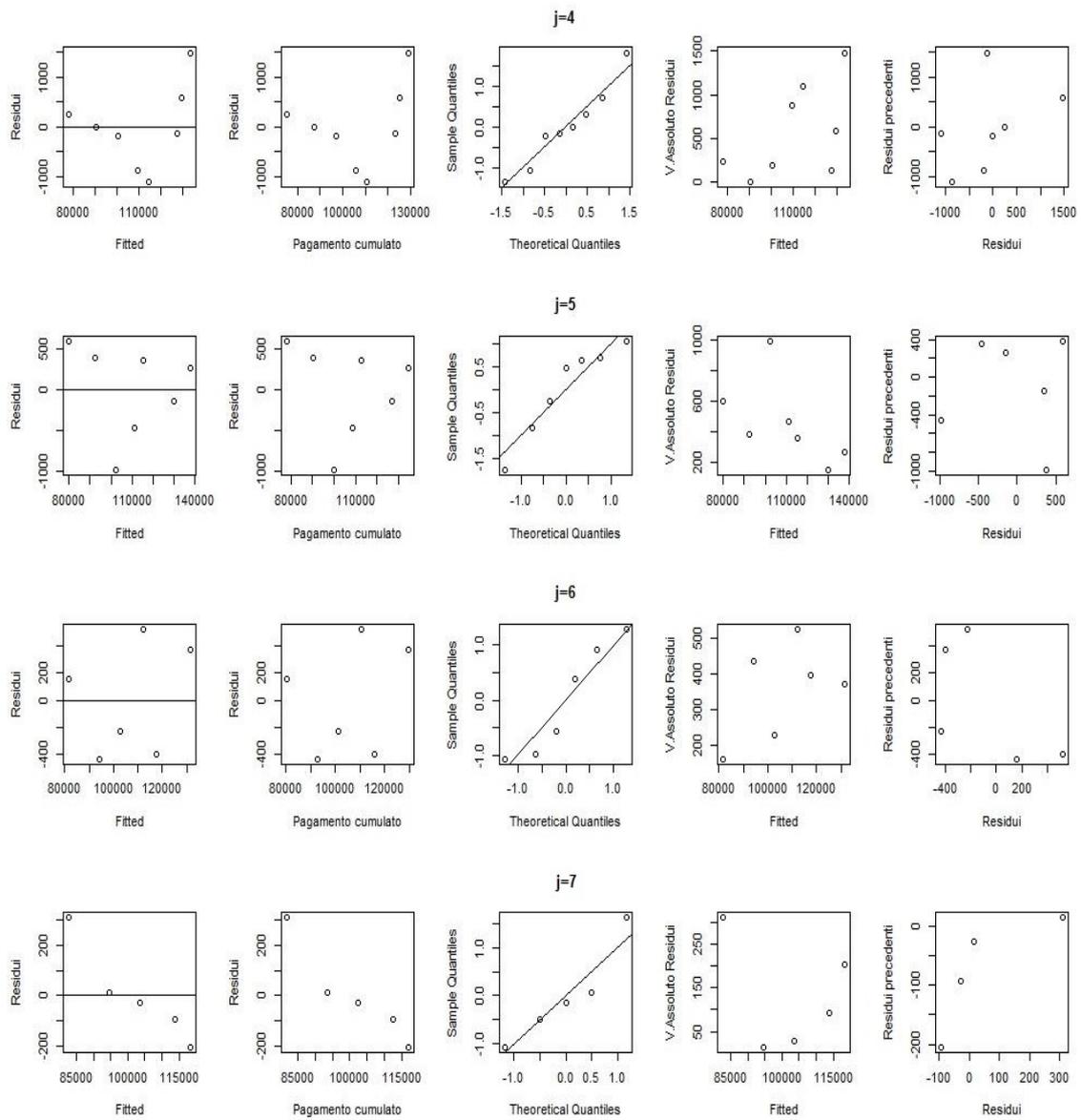


Figura 3.10: diagnostica dei modelli time series ($4 \leq j \leq 7$)

nelle regressioni. In aggiunta l'impresa intenzionata a mostrare la veridicità delle ipotesi dovrebbe dimostrare la superiorità del chain ladder, rispetto ad altri schemi, a rappresentare la specifica realtà di sviluppo dei pagamenti. Ad esempio si potrebbero considerare modelli che stimano il pagamento dell'antidurata considerando anche un termine costante oppure che, come il Bornhuetter-Ferguson, applicano una percentuale alla stima del costo ultimo. Queste opzioni saranno confrontate con il chain ladder attraverso gli indici di goodness-of-fit (come il BIC o l'AIC) e nel caso in cui le alternative diano una migliore spiegazione ai dati osservati allora l'ipotesi sulla media condizionata dovrà essere messa in discussione²².

3.2.2 Ipotesi di indipendenza

Il metodo 2 per la stima del parametro USP per il reserve risk richiede di verificare opportunamente l'indipendenza tra anni di accadimento differenti. Dato un triangolo di run-off, l'ipotesi asserisce che $\{C_{i,0}, C_{i,1}, \dots, C_{i,I-i}\}$ e $\{C_{k,0}, C_{k,1}, \dots, C_{k,I-k}\}$ sono indipendenti $\forall i \neq k$ con $0 \leq i \leq I$ e $0 \leq k \leq I$.

Di seguito si riportano due possibili metodi per testare sui dati disponibili tale assunzione.

Test sui residui del time series model

Un possibile metodo, proposto da Merz e Wütrich in [55], consiste nel testare l'indipendenza dei residui ricavati dal time series model e considerati in funzione dell'anno di generazione i . Al variare di questi ultimi i residui dovrebbero essere disposti in maniera casuale e non mostrare evidenti trend.

Partendo dal modello (3.8), dividendo per $C_{i,j-1}$ si considerano i fattori di sviluppo individuali $F_{i,j}$:

$$F_{i,j-1} = \frac{C_{i,j}}{C_{i,j-1}} = f_{j-1} + \frac{s_{j-1}}{\sqrt{C_{i,j-1}}} \epsilon_{i,j}. \quad (3.10)$$

²²Modelli differenti hanno un diverso numero di parametri e il confronto non può avvenire solamente comparando la significatività delle statistiche dei parametri ma utilizzando indici di goodness-of-fit quali il BIC e l'AIC oppure il SEE (sum of squared errors) corretto per il numero di parametri.

Se vale l'ipotesi di indipendenza alla base del modello allora le variabili aleatorie definite come:

$$\epsilon_{i,j} = \frac{F_{i,j-1} - f_{j-1}}{\sqrt{C_{i,j-1}^{-1} s_{j-1}^2}}$$

sono anch'esse indipendenti. Per cui, per accertare l'assunzione alla base del metodo, si può esaminare l'indipendenza dei residui osservabili sul triangolo di run-off, ottenuti sostituendo gli stimatori di f_j e s_j :

$$\hat{\epsilon}_{i,j} = \frac{F_{i,j-1} - \hat{f}_{j-1}}{\sqrt{C_{i,j-1}^{-1} \hat{s}_{j-1}^2}}, \quad (3.11)$$

per $j = 1, 2, \dots, J$ e $i = 0, 1, \dots, I - j$ ²³.

Per accertare questo presupposto è opportuno eseguire un'analisi di tipo grafico sui residui relativi ad anni di accadimento diversi. Se vale l'ipotesi di indipendenza dall'analisi grafica non dovrebbe emergere alcuna tendenza nei residui al variare dell'anno di accadimento²⁴.

È importante notare che i residui $\hat{\epsilon}_{i,j}$ non rispettano alcune caratteristiche proprie di $\epsilon_{i,j}$ e presentano perciò problematiche, evidenziate in [20] e [55], che alterano i risultati delle analisi effettuate su di essi.

In particolare i test di indipendenza condotti sui residui sono distorti da fenomeni di dipendenza spuria, generati dall'uso degli stimatori chain ladder \hat{f}_j . Tali stimatori inducono, per costruzione, una correlazione negativa (i pagamenti cumulati che figurano a numeratore di \hat{f}_{j-1} compaiono anche nel denominatore di \hat{f}_j). Se si considerano le combinazioni lineari per colonna dei residui $\hat{\epsilon}_{i,j}$ con coefficienti

²³La formula (3.11) può essere espressa nella forma:

$$\hat{\epsilon}_{i,j} = \frac{C_{i,j} - \hat{C}_{j-1}^{TS}}{\sqrt{C_{i,j-1}^{-1} \hat{s}_{j-1}^2}},$$

in cui $\hat{C}_{j-1}^{TS} = \hat{f}_{j-1} C_{i,j-1}$ è il valore stimato dal time series model.

²⁴In [20] si precisa che «l'assenza di trend può anche essere verificata con un'analisi di regressione, effettuata per development year oppure sull'intero campione dei residui». In questo caso bisogna porre attenzione al numero minimo significativo di osservazioni fatte per la verifica dell'ipotesi sulla media e sulla varianza condizionata. L'analisi dei residui dovrà essere effettuata solo per le antidurate con un numero di osservazioni considerato sufficiente.

$\sqrt{C_{i,j-1}}$ si ricava che valgono le seguenti relazioni:

$$\sum_{i=0}^{I-j} \sqrt{C_{i,j-1}} \hat{\epsilon}_{i,j} = 0, \quad j = 1, 2, \dots, J. \quad (3.12)$$

Da ciò viene evidenziato che esistono correlazioni negative tra i residui osservati.

Da ultimo si riportano due caratteristiche proprie dei residui osservati. Dalla formula (3.12) segue che questi non hanno media nulla. Infatti:

$$\sum_{j=1}^J \sum_{i=0}^{I-j} \sqrt{C_{i,j-1}} \hat{\epsilon}_{i,j} = 0,$$

e quindi:

$$\frac{1}{n^{\hat{\epsilon}}} \sum_{j=1}^J \sum_{i=0}^{I-j} \hat{\epsilon}_{i,j} \neq 0.$$

La distribuzione empirica dei residui osservati ha varianza minore del valore unitario teorico (come mostrato in [55]).

Test sui residui di Pearson

Oltre ai residui del time series model è possibile convalidare l'indipendenza considerando i residui di Pearson²⁵. Questi sono definiti come:

$$\epsilon_{i,j}^P = \frac{X_{i,j} - X_{i,j}^{fit}}{\sqrt{X_{i,j}^{fit}}}, \quad (3.13)$$

con $j = 0, 1, \dots, J$ e $i = 0, 1, \dots, I$. Dove $X_{i,j}^{fit}$ è il pagato incrementale stimato ottenuto a partire dall'ultima diagonale osservata con metodo "retrogrado".

I valori teorici di $\epsilon_{i,j}^P$ non sono osservabili e sono sostituiti dai valori stimati $\hat{\epsilon}_{i,j}^P$, definiti come:

$$\hat{\epsilon}_{i,j}^P = \frac{X_{i,j} - \hat{X}_{i,j}^{fit}}{\sqrt{\hat{X}_{i,j}^{fit}}}, \quad (3.14)$$

con $j = 0, 1, \dots, J$ e $i = 0, 1, \dots, I - j$.

L'algoritmo di calcolo da effettuare per ottenere $\hat{\epsilon}_{i,j}^P$ è il seguente:

1. Calcolare i fattori di sviluppo \hat{f}_j dai dati cumulati mediante il metodo chain ladder;

²⁵In questa analisi i residui di Pearson non sono aggiustati per il numero di gradi di libertà (come avviene solitamente) in quanto è una correzione ininfluenza ai fini del test di indipendenza.

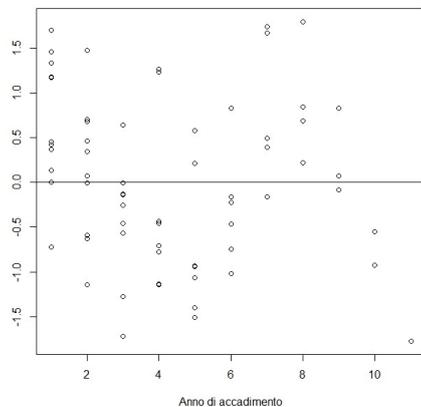
2. Ottenere, in modo ricorsivo a ritroso, i dati cumulati $C_{i,j}^{fit}$ mediante i fattori di sviluppo ricavati nello step precedente:

$$C_{i,j}^{fit} = C_{i,j+1} / \hat{f}_j;$$

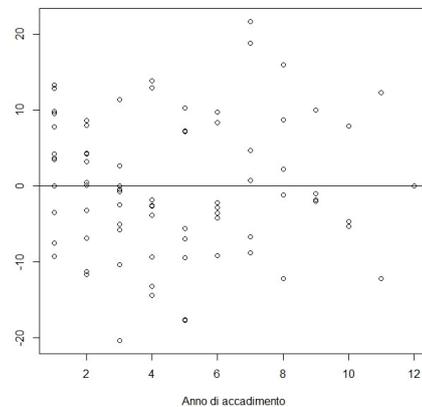
3. Calcolare i conseguenti valori incrementali $X_{i,j}^{fit}$ nel triangolo;
4. Calcolare secondo la formula (3.13) i residui di Pearson.

Verral ed England [70] [71] hanno osservato come i valori fitted $C_{i,j}^{fit}$ abbiano una qualità teorica superiore ai valori fitted del tipo \hat{C}_{j-1}^{TS} ricavati dal time series model e siano più adatti per costruire i residui di un modello ricorsivo come il chain ladder. La numerosità dei residui di Pearson n^P , pari a $J(I - J) + (J + 1)(J + 2)/2$, è superiore a quella dei residui time series; inoltre il quadrato dei primi ha dimensione monetaria, a differenza dei secondi che sono numeri puri.

Anche i residui di Pearson osservati sono affetti da correlazione spuria, tuttavia l'utilizzo di una produttrice di \hat{f}_j , anziché di un singolo stimatore, dovrebbe indurre legami di correlazione più contenuti [20].



(a) Residui time series



(b) Residui di Pearson

Figura 3.11: metodo 2: assunzione di indipendenza condotta sui residui del triangolo 3.6

Le metodologie appena presentate sono sufficienti per asserire la validità dell'ipotesi di indipendenza. Esistono comunque altre prove che l'impresa può eseguire per controllare e supportare l'efficacia del metodo. In particolare l'ipotesi di indipendenza comporta due implicazioni che possono essere testate direttamente a partire dai dati disponibili e osservati dall'impresa:

- assenza di correlazione tra colonne nel triangolo dei fattori di sviluppo individuali $F_{i,j}$;
- assenza di "effetti diagonali" nel triangolo dei pagati incrementali.

Mack suggerisce di analizzare la prima implicazione con un semplice test di significatività delle correlazioni tra colonne adiacenti nel triangolo dei fattori di sviluppo individuali [69]. Il coefficiente di correlazione campionaria si ottiene dividendo la covarianza campionaria per il prodotto delle deviazioni standard campionarie delle prime $I - j$ righe di entrambe le colonne.

La statistica test

$$T = r \cdot \left[\frac{I - j - 2}{1 - r^2} \right]^{1/2},$$

dove

$$r = \text{Corr}(F_{i,j-1}; F_{i,j}) = \frac{\text{Cov}(F_{i,j-1}; F_{i,j})}{\sigma_{F_{i,j-1}} \cdot \sigma_{F_{i,j}}}.$$

si distribuisce come una t di Student con $I - j - 2$ gradi di libertà. Perciò il coefficiente di correlazione verrà considerato significativamente diverso da zero, con livelllo di significatività α (di solito il 10%), se T è maggiore della statistica t a livello $1 - \alpha$ con $I - j - 2$ gradi di libertà [56].

L'assenza di effetti diagonali nel triangolo dei pagati incrementali può essere agevolmente testata attraverso una regressione con variabili indicatrici (o dummy) per le diagonali del triangolo che, secondo l'implicazione delle ipotesi di Mack, non dovrebbero risultare significative [69].

L'ufficio attuariale a conoscenza delle informazioni e delle motivazioni alla base di possibili cambiamenti nella compagnia o nel mercato che possono aver generato effetti sulle diagonali del triangolo. Le variabili indicatrici sulle diagonali possono essere usate per misurare tali fenomeni e la conoscenza operativa della compagnia contribuisce in modo più incisivo a determinare come correggere e usare gli effetti diagonali anche ai fini del calcolo del requisito di capitale. La tabella 3.8 mostra come implementare, a partire dal triangolo dei pagamenti incrementali (ricavato dalla tabella 3.6), l'analisi appena introdotta della regressione con dummy diagonali per individuare effetti di tipo additivo.

A partire dal triangolo dei pagamenti incrementali si vuole ottenere una matrice di dati su cui condurre una regressione multipla: nella prima colonna della

(a) Importi pagati incrementali

	0	1	2	3	4
2010	34098	35840	24478	9442	6232
2011	34832	36535	24836	9620	
2012	38727	40586	27601		
2013	35230	36952			
2014	35503				

(b) Matrice di regressione

$I_{i,j} \quad j=1,\dots,4$	$C_{i,0}$	$C_{i,1}$	$C_{i,2}$	$C_{i,3}$	Dummy 1	Dummy 2	Dummy 3
35840	34098	0	0	0	0	0	0
36535	34832	0	0	0	1	0	0
40586	38727	0	0	0	0	1	0
36952	35230	0	0	0	0	0	1
24478	0	69938	0	0	1	0	0
24836	0	71368	0	0	0	1	0
27601	0	79312	0	0	0	0	1
9442	0	0	94417	0	0	1	0
9620	0	0	96203	0	0	0	1
6232	0	0	0	103858	0	0	1

Tabella 3.8: schema regressione per individuare effetti diagonali

tabella 3.8(b), che rappresenta la variabile dipendente, si sono inseriti i pagamenti incrementali contenuti in 3.8(a), esclusa la prima antidurata. Dalla seconda alla quinta colonna si sono elencati gli importi cumulati delle rispettive antidurate. Le ultime tre colonne sono le variabili indicatrici per le quattro diagonali del triangolo (di cui non si considera l'antidurata 0).

(a) Bontà di adattamento

R^2	R^2_{adj}	F	p-value
0.999	0.999	82234	< 0.001

(b) Significatività dei parametri

	$\hat{\beta}_j$	S.E.	t-stat	p-value
Intercetta	320.642	465.800	0.688	0.562
$C_{i,0}$	1.042	0.014	76.709	< 0.001
$C_{i,1}$	0.345	0.007	51.567	< 0.001
$C_{i,2}$	0.098	0.005	18.430	0.003
$C_{i,3}$	0.058	0.005	11.782	0.007
Dummy 1	-27.934	65.349	-0.427	0.711
Dummy 2	-97.334	73.435	-1.325	0.316
Dummy 3	-85.311	76.554	-1.114	0.381

Tabella 3.9: significatività della regressione con effetti diagonali

Queste variabili dovrebbero risultare non significative se le assunzioni di Mack sono valide. In caso contrario, rappresentano degli effetti additivi diagonali presenti nel pattern di sviluppo dei sinistri.

Capitolo 4

Calcolo del Solvency Capital

Requirement con Undertaking-specific parameters

Nel presente capitolo vengono stimati gli undertaking-specific parameters per il premium risk e per il reserve risk.

È di fondamentale importanza analizzare come tali rischi vengano valutati con i parametri specifici d'impresa rispetto alla Standard Formula. Il sottomodulo premium & reserve risk impegna infatti la maggior parte del requisito di capitale per l'attività non-life [24].

Per l'analisi svolta si è considerata un'impresa di medio-piccole dimensioni operante dal 2003 nel ramo RCA che, nella normativa Solvency II, rientra nel segmento MTPL.

Si assume che tutti i dati necessari per il calcolo dei parametri specifici siano completi, accurati, appropriati e rispettino i criteri aggiuntivi richiesti dal legislatore. Le perdite aggregate sono rettificate per eliminare l'effetto dei sinistri catastrofici e racchiudono le spese incorse in relazione a obbligazioni di tipo assicurativo o riassicurativo.

L'esecuzione dei metodi richiede:

- per il rischio di tariffazione, la stima del costo ultimo dei sinistri e i premi di competenza. A seconda del fattore di rischio standard che l'impresa sceglie

di sostituire tali dati saranno lordi o aggiustati per considerare la copertura riassicurativa;

- per il rischio di riservazione, nel caso in cui l'impresa adoperi il metodo 1, l'evoluzione degli impegni valutati all'inizio e a fine esercizio. Quando si impiega il metodo 2 sono necessari gli importi dei sinistri pagati suddivisi per anno di accadimento e antidurata; i dati utilizzati dovrebbero essere corretti per gli effetti dei trattati riassicurativi poiché non è previsto il coefficiente NP^1 .

Tali operazioni di revisione dei dati prescritte dall'Autorità di Vigilanza sono, come già evidenziato, di difficile attuazione; per l'analisi condotta si è adottata la soluzione (confacente alla prassi assicurativa) di impiegare direttamente dati al netto della riassicurazione.

4.1 Gli importi pagati e gli importi riservati

Il triangolo di run-off degli importi pagati $I_{i,j}$ è ottenuto a partire dal numero dei sinistri pagati $np_{i,j}$ e dal costo medio del pagato $cmp_{i,j}$ per ogni anno di accadimento i e anno di sviluppo j , con $2003 \leq i \leq 2014$ e $0 \leq j \leq 11$. I valori di $np_{i,j}$ sono indicati nella tabella 4.1.

i/j	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2003	34433	13796	1589	568	278	151	104	55	30	31	18	19
2004	35475	13717	1500	547	209	133	51	44	27	20	16	
2005	37004	13820	1526	436	193	72	46	29	17	17		
2006	37038	13631	1462	500	163	79	63	40	26			
2007	36846	13416	1563	422	181	106	81	42				
2008	39174	12600	1592	559	273	175	155					
2009	37492	12282	2056	739	390	287						
2010	34187	12245	1938	761	295							
2011	31308	10743	1908	638								
2012	30357	10117	1611									
2013	30718	11081										
2014	30589											

Tabella 4.1: numero di sinistri pagati

Il costo medio del pagato, indicato nella tabella 4.2, è ipotizzato crescente sia rispetto all'anno di calendario $i + j$ per effetto dell'inflazione sinistri, sia rispetto all'anno di sviluppo j^2 .

¹Nel presente lavoro, per completezza, si sono vagliate entrambe le tipologie di dati.

²Nella realtà assicurativa difatti si rileva questo aspetto: i sinistri liquidati più velocemente sono

i/j	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2003	826	2120	7842	9054	9811	15560	12863	22650	31872	27370	16018	33054
2004	901	2632	8956	10715	13758	18112	18054	24458	27471	22781	28884	
2005	1021	2903	8482	13824	15548	17571	27467	38828	53753	33245		
2006	1091	3265	10508	11189	15976	24959	33831	29913	33458			
2007	1197	3391	9810	12971	13964	27203	16027	26902				
2008	1284	3812	11208	12578	14405	15545	14654					
2009	1323	4070	9515	13588	14721	11542						
2010	1358	4058	10775	10772	15969							
2011	1543	4594	9595	13828								
2012	1732	5002	11548									
2013	1908	4850										
2014	1973											

Tabella 4.2: costo medio dei sinistri pagati

Le somme pagate $I_{i,j}$ sono ottenute secondo la relazione

$$I = \sum_{k=1}^{np} Z_k,$$

simulando per ogni coppia i, j tale che $i + j \leq 2014$ (le celle del triangolo superiore) $n_{i,j}$ sinistri estratti da una distribuzione lognormale, che descrive la variabile aleatoria costo del singolo sinistro $\tilde{Z}_{i,j}$ ³.

I parametri di tale distribuzione $\mu_{i,j}$ e $\omega_{i,j}$ sono calibrati sulla base dei valori del costo medio indicati nella tabella 4.2 attraverso le relazioni:

$$\mu_{i,j} = \ln(E(Z_{i,j})) - \ln(CoV_j^2 + 1)/2,$$

$$\omega_{i,j} = \sqrt{\ln(CoV_j^2 + 1)}.$$

Dove CoV_j indica il coefficiente di variabilità e assume i valori segnalati nella tabella 4.3⁴.

Le realizzazioni di tutti i singoli sinistri sono necessarie per poter cogliere gli effetti dei trattati riassicurativi che agiscono sulla severity del sinistro. Tali informazioni non sono direttamente ottenibili dal triangolo di run-off degli importi pagati (incrementali o cumulati).

quelli di importo minore relativi a danni alle cose; i sinistri per danni a persone che hanno invece un costo più elevato richiedono un processo di liquidazione più lungo. Nel 2012, secondo i dati ANIA, il costo medio per danni a cose era di circa 1000 €, mentre quello per danni a persone 15000 €.

³Per semplicità si sono esclusi elementi contrattuali quali scoperti, franchigie (assolute e relative) e massimali.

⁴L'andamento del coefficiente di variabilità delle somme pagate per i sinistri non ha un comportamento specifico e dipende dalle caratteristiche sia dell'impresa che dei rami considerati. Nel presente lavoro sono stati scelti scelti valori crescenti fino alla terza antidurata e successivamente decrescenti.

j	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$CoV(Z_j)$	0.50	3.00	6.00	8.00	7.00	5.00	3.50	3.00	2.50	2.00	1.50	1.00

Tabella 4.3: coefficiente di variabilità del costo sinistri (pagato) per antidurata

Da tale simulazione si ottengono gli importi pagati incrementali lordi mostrati nella tabella 4.4 (i valori monetari in seguito saranno espressi in migliaia di euro).

i/j	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2003	28533	29108	10198	4776	2798	1802	1399	977	824	743	205	642
2004	32045	35693	14487	6990	2908	1661	754	1394	1365	549	707	
2005	37882	39678	13380	5325	2263	1962	1248	569	723	757		
2006	40314	45157	17681	6645	1795	1227	2747	1547	1562			
2007	44154	44450	11823	5253	2214	1913	976	636				
2008	50434	48287	17834	4219	4874	4366	1755					
2009	49447	49450	18475	8573	5075	2498						
2010	46257	50675	22260	7411	6620							
2011	48270	49634	15468	9922								
2012	52345	51385	17235									
2013	58759	53259										
2014	60495											

Tabella 4.4: importi pagati lordi (incrementali)

Il triangolo di sviluppo contenente gli importi (lordi) che l'impresa riserva $R_{i,j}$ è ricostruito con una logica analoga a quella appena esposta.

$$R = \sum_{k=1}^{nr} Z_k^r,$$

dove $nr_{i,j}$ indica il numero di sinistri che la compagnia riserva a bilancio e $Z_{i,j}^r$ l'ammontare accantonato per singolo sinistro. Il valore atteso $E(Z_{i,j}^r)$ corrisponde al costo medio del riservato della tabella 4.6 e i coefficienti di variabilità adoperati sono quelli mostrati nella tabella 4.7⁵.

È importante notare che la variabile aleatoria \tilde{Z}^r si riferisce a sinistri riservati e che quindi vengono liquidati in anni differenti. Per soddisfare la definizione di best estimate prevista dalla direttiva Solvency II, i singoli importi dovrebbero perciò essere opportunamente attualizzati alla data di valutazione.

Nel presente lavoro tuttavia sono state mantenute delle riserve sinistri valutate a costo ultimo, in linea con i bilanci locali della precedente normativa. Per tale ragione i dati non colgono l'importante effetto generato dall'utilizzo di curve di tassi d'interesse risk-free per attualizzare somme pagate in anni differenti.

⁵Il vettore dei coefficienti di variabilità degli importi riservati è stato ottenuto come una media dei CoV degli importi pagati, ponderati per il numero rispettivo dei sinistri liquidati.

i/j	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2003	19508	4038	1374	727	445	289	180	125	98	71	54	36
2004	18794	3310	1114	529	318	185	148	105	80	58	43	
2005	18099	2854	838	395	196	139	97	73	69	51		
2006	17565	2732	875	395	250	178	123	89	66			
2007	17207	2642	869	474	318	216	141	102				
2008	16775	3170	1310	758	476	296	145					
2009	17413	4396	1900	1056	615	325						
2010	17714	4325	1885	1006	685							
2011	15417	3872	1807	1050								
2012	14126	3751	1895									
2013	15481	3931										
2014	15178											

Tabella 4.5: numero di sinistri riservati

i/j	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2003	2899	6663	9392	10771	13936	15739	21174	25560	28478	28098	33205	29557
2004	3370	7767	11219	14735	19145	23133	25344	27774	27988	30308	41592	
2005	3699	8935	15547	20702	29363	33287	37165	34785	26127	36226		
2006	4143	9740	15613	24546	29435	34090	33290	34410	29016			
2007	4436	11127	18416	23026	27619	29179	37245	27796				
2008	4977	11697	15116	18723	23392	27600	33875					
2009	5291	10163	13668	16506	19569	23739						
2010	5479	11054	14144	17487	18020							
2011	6140	11600	14893	17825								
2012	7422	13054	15562									
2013	7252	12191										
2014	7104											

Tabella 4.6: costo medio dei sinistri riservati

j	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$CoV(Z_j^r)$	3.4	3.5	3.65	3.8	4	4.15	4.4	4.8	5.4	6.1	7	7

Tabella 4.7: coefficiente di variabilità del costo sinistri (riservato) per antidurata

Fissato un anno di generazione i la somma di $nr_{i,j}$ e $np_{i,j}$ non è necessariamente costante al variare di j ; tali differenze colgono l'effetto di eventuali sinistri IBNR, chiusi senza seguito e riaperti.

i/j	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2003	57396	26868	10948	5735	6199	5006	3772	3166	2143	2164	2173	1194
2004	61608	30067	11479	8359	6703	6496	3173	3038	2353	1336	1747	
2005	66305	31763	12294	6811	5578	4890	3907	2119	2008	2064		
2006	72469	28921	16315	6833	8054	5047	7163	2791	2093			
2007	78796	30340	15457	10413	6870	6361	6118	2429				
2008	80415	49917	19170	13293	9780	7381	4673					
2009	97628	46489	26247	16712	13388	6103						
2010	96416	54388	34137	15729	12396							
2011	95394	48260	28119	18159								
2012	101060	53185	31093									
2013	107247	43820										
2014	104146											

Tabella 4.8: importi riservati lordi

Gli importi riservati lordi $R_{i,j}$ sono presentati nella tabella 4.8.

Le informazioni ottenute sono essenziali qualora l'impresa decida di stimare i parametri specifici lordi. È necessario tuttavia considerare anche gli importi pagati e riservati al netto delle somme recuperate in virtù delle coperture riassicurative.

La politica riassicurativa valutata prevede⁶:

- dal 2003 al 2007 un trattato non proporzionale Excess of Loss con priorità L pari a 300000 €;
- dal 2008 al 2011 una copertura Excess of Loss con priorità L pari a 500000 € e un trattato Quota Share con ritenzione $\alpha = 0.80$;
- dal 2012 al 2014 un trattato proporzionale Quota Share con percentuale di ritenzione $\alpha = 0.70$.

L'introduzione del trattato proporzionale Quota Share comporta che il costo del singolo sinistro diviene:

$$\tilde{Z}_{i,j}^{QS} = \alpha_i \cdot \tilde{Z}_{i,j},$$

e il valore atteso:

$$E(\tilde{Z}_{i,j}^{QS}) = \alpha_i \cdot E(\tilde{Z}_{i,j}).$$

⁶Si ipotizza che i contratti di riassicurazione considerati soddisfino le condizioni dell'art. 218.2 Atti Delegati [33].

Il trattato Excess of Loss implica che per il costo del singolo sinistro vale la relazione:

$$\tilde{Z}_{i,j}^{XL} = \min(L_i; \tilde{Z}_{i,j}),$$

e per il valore atteso:

$$E(\tilde{Z}_{i,j}^{XL}) = \int_0^{L_i} z dF_{Z_{i,j}}(z) + \int_{L_i}^{\infty} L_i dF_{Z_{i,j}}(z) = \int_0^{L_i} z dF_{Z_{i,j}}(z) + L_i [1 - F_{Z_{i,j}}(L_i)],$$

dove $F_{Z_{i,j}}(z)$ è la funzione di ripartizione della variabile aleatoria $\tilde{Z}_{i,j}$.

Per i sinistri delle generazioni in cui è valida la copertura combinata di Excess of Loss e Quota Share si ha che:

$$\tilde{Z}_{i,j}^{XL+QS} = \alpha_i \cdot \min(L_i; \tilde{Z}_{i,j}),$$

e che:

$$E(\tilde{Z}_{i,j}^{XL+QS}) = \alpha_i \cdot E(\tilde{Z}_{i,j}^{XL}).$$

Le tabelle 4.9 e 4.10 mostrano i triangoli di run-off degli importi pagati e di quelli riservati al netto delle somme recuperate dai trattati riassicurativi.

i/j	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2003	28533	29108	10167	3985	2456	1802	1342	977	824	743	205	642
2004	32045	35693	12532	6178	2482	1661	754	1267	1355	549	707	
2005	37882	39678	12371	5187	2108	1438	1248	569	695	653		
2006	40314	45046	16078	5633	1795	1227	2442	1280	797			
2007	44154	44425	11558	4548	1945	1876	976	636				
2008	40347	38629	13517	3375	3762	2680	1404					
2009	39557	39560	14258	6858	4060	1999						
2010	37006	40472	17330	5241	3734							
2011	38616	39577	12374	6467								
2012	36641	35970	12065									
2013	41132	37281										
2014	42346											

Tabella 4.9: importi pagati netti (incrementali)

Quando determina i parametri specifici netti, come specificato anche nelle guidelines dell'EIOPA, l'impresa dovrebbe tener conto solamente dei contratti riassicurativi che saranno validi nei 12 mesi successivi alla data di valutazione e correggere opportunamente le osservazioni passate per considerare gli effetti di tale copertura riassicurativa. Nell'esempio esaminato gli importi riservati non dovrebbero essere modificati in quanto tutti i trattati produrranno effetti sul rischio di riservazione dell'anno successivo; viceversa, per il rischio di tariffazione, i dati dovrebbero essere depurati dai risultati delle coperture valide per le generazioni dal 2003 al 2011, non coinvolte nel rischio di tariffazione futuro.

i/j	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2003	56363	25149	10624	5598	6079	4726	3537	3166	2143	2164	2132	1098
2004	61426	25077	10529	7798	6375	4261	3173	2976	2242	1336	1747	
2005	66240	25530	11430	6547	4767	4336	3520	2119	2008	2064		
2006	71109	23993	12649	6451	6219	4390	5672	2705	2038			
2007	75566	27151	12638	9437	6763	5960	4851	2429				
2008	64332	26564	14372	9750	7663	5905	3739					
2009	77323	32729	19188	13223	9723	4882						
2010	76836	39757	19030	12149	9707							
2011	76013	34433	19898	14226								
2012	70742	37230	21765									
2013	75073	30674										
2014	72902											

Tabella 4.10: importi riservati netti

Nel presente lavoro si sono utilizzati gli importi netti senza aggiustamenti, soluzione più frequente nella prassi assicurativa.

4.2 I premi di competenza

La serie storica dei premi di competenza raccolti dall'impresa nel segmento MTPL è stata costruita ipotizzando una politica di pricing in cui il calcolo del premio equo avviene attraverso il seguente approccio teorico⁷:

$$P_i = E(\tilde{X}_i) = \sum_{j=0}^T E(\tilde{N}_{i,j}) \cdot E(\tilde{Z}_{i,j}).$$

Il premio equo P_i coincide con il valore atteso del risarcimento globale a carico dell'assicuratore per i sinistri di generazione i . Per ricavare i premi di competenza B_i al premio equo è stato applicato un caricamento di sicurezza λ del 4% (costante negli anni) e un caricamento per spese C^{sp} pari al 18% dei premi di competenza⁸:

$$B_i = P_i(1 + \lambda) + C_i^{sp} = P_i(1 + \lambda) + c^{sp} B_i.$$

Poiché nella realtà l'impresa non conosce i parametri effettivi della distribuzione dei rischi ma deve utilizzare una stima o stabilire un'ipotesi a priori, utilizzare in questa

⁷Le metodologie di calcolo del premio equo sono usualmente divise in empiriche e teoriche. Il primo criterio è fondato sull'osservazione di un opportuno portafoglio di contratti assicurativi registrando i sinistri accaduti, i relativi danni e i risarcimenti; il secondo è basato sull'individuazione di un modello per la descrizione della base tecnica del rischio nell'ambito di un portafoglio omogeneo [15].

⁸Tale valore del caricamento per spese è conforme ai dati italiani relativi al ramo RCA [4].

fase dei costi medi e dei numeri di sinistri pagati impiegati per quantificare $I_{i,j}$ e $R_{i,j}$ costituirebbe un'incoerenza e sottostimerebbe l'incertezza che le compagnie affrontano durante il pricing. L'aleatorietà che caratterizza il processo valutativo comprende sia la componente intrinseca di variabilità dei fenomeni stimati (process risk) che l'incertezza relativa al parametro ipotizzato per descrivere, a priori, il fenomeno (parameter risk) [37].

Per questa ragione, nel ricostruire la serie storica dei premi di competenza, i parametri di ogni coppia i, j , sono stati disturbati attraverso fattori moltiplicativi⁹. I premi di competenza trattenuti dall'impresa sono pari alla differenza tra i premi lordi e quelli ceduti al riassicuratore

I premi ceduti quando sui sinistri agisce solamente il trattato Quota Share sono ripartiti in modo proporzionale secondo la relazione:

$$B_i^{RE(QS)} = (1 - \alpha_i) \cdot B_i = (1 - \alpha_i) [P_i(1 + \lambda) + c^{sp} B_i].$$

È importante notare che le commissioni per spese C_i^{RE} che il riassicuratore riconosce all'impresa non sono colte dalla logica degli USP. Tali commissioni vengono di solito calibrate come una percentuale c^{RE} , detta commission rate, del premio di competenza ceduto al riassicuratore: $C_i^{RE} = c^{RE} B_i^{RE}$.

I premi che l'impresa cede per il trattato Excess of Loss non sono determinati in modo proporzionale ma dipendono dal pricing del riassicuratore. Nel presente lavoro si è ipotizzato che quest'ultimo adoperi la stessa metodologia e le stesse basi tecniche di cui si serve l'impresa cedente. Ciò implica che:

$$\begin{aligned} B_i^{RE(XL)} &= P_i^{RE}(1 + \lambda^{RE}) = E(\tilde{X}_i^{RE})(1 + \lambda^{RE}), \\ E(\tilde{X}_i^{RE}) &= \sum_{j=0}^T E(\tilde{N}_{i,j}) \cdot E(\tilde{Z}_{i,j}^{RE})(1 + r_{j+1})^{-(j+0.5)}, \\ E(\tilde{Z}_{i,j}^{RE}) &= \int_{L_i}^{\infty} (z - L_i) dF_{Z_{i,j}}(z) = \int_{L_i}^{\infty} [1 - F_{z_{i,j}}(z)] dz. \end{aligned}$$

λ^{RE} è la quota di caricamento di sicurezza richiesta dal riassicuratore, posto pari al 30%. Solitamente contratti non proporzionali, come l'Excess of Loss qui considerato, non hanno alcun commission rate ($c^{RE} = 0$).

⁹Tali fattori di disturbo sono stati estratti da una variabile aleatoria gamma con valore atteso unitario e deviazione standard pari all'8% per il costo medio e al 3% per il numero atteso di sinistri pagati.

Quando agiscono entrambi i trattati il premio netto trattenuto dall'impresa è pari a:

$$B_i^{net(XL+QS)} = B_i - B_i^{RE(XL)} - B_i^{RE(QS|XL)} = \alpha \left[B_i - B_i^{RE(XL)} \right] = \alpha B_i^{net(XL)},$$

dove:

- $B_i^{net(XL)}$ è il premio al netto dell'importo dovuto al riassicuratore esclusivamente per il trattato non proporzionale;
- $B_i^{RE(XL)}$ è la frazione di premio ceduto al riassicuratore considerando esclusivamente gli impegni dallo stesso assunti per il trattato non proporzionale;
- $B_i^{RE(QS|XL)}$ è la frazione di premio che spetta al riassicuratore per il trattato Quota Share sui rischi al netto della copertura Excess of Loss.

Il premio di competenza ceduto può essere di conseguenza scomposto come segue:

$$B_i^{RE(QS+XL)} = B_i^{RE(XL)} + (1 - \alpha) B_i^{net(XL)}.$$

i	Premi lordi	Premi netti	Costo ultimo lordo	Costo ultimo netto	Loss ratio lordo	Loss ratio netto
2003	121219	114841	85929	84897	0.71	0.74
2004	122620	116224	93653	93472	0.76	0.80
2005	171176	158899	104187	104121	0.61	0.66
2006	182047	168976	112784	111424	0.62	0.66
2007	184140	171725	122950	119720	0.67	0.70
2008	169040	129780	130849	104679	0.77	0.81
2009	185105	142544	147074	116880	0.79	0.82
2010	170763	132604	142673	113841	0.84	0.86
2011	182791	140765	143664	114629	0.79	0.81
2012	182372	127660	153404	107383	0.84	0.84
2013	181948	127364	166007	116205	0.91	0.91
2014	218388	152872	164641	115249	0.75	0.75

Tabella 4.11: premi di competenza, costo ultimo e loss ratio (attesi)

La tabella 4.11 palesa le serie storiche dei premi di competenza lordi B_i e di quelli netti B_i^{net} ottenuti mediante il procedimento sopra illustrato e contiene le informazioni necessarie per espletare il calcolo con il metodo 1 dei parametri specifici per i rischi di tariffazione e di riservazione.

Il costo ultimo da inserire all'interno del metodo per il premium risk, somma del pagato e del riservato, è stato ottenuto dal triangolo degli importi pagati e da quello degli importi riservati (lordi o netti a seconda che si scelga di stimare il parametro che consideri o meno la copertura riassicurativa).

Le stima degli impegni valutati a inizio e a fine esercizio, richiesti per lo svolgimento del modello 1 reserve risk sono mostrati nella tabella 4.12. Si utilizzano:

- la riserva sinistri stimata all'inizio dell'esercizio;
- la somma della riserva sinistri valutata alla fine dell'esercizio e dei pagamenti incrementali effettuati per i sinistri ancora da liquidare all'inizio dell'esercizio.

Le variabili esaminate e la struttura del metodo colgono il run-off della riserva sinistri e il rischio che si verifichi un eccessivo disavanzo dell'accantonamento rispetto agli impegni stimati alla fine dell'esercizio.

<i>i</i>	Impegni iniz.	Impegni fin.	Impegni iniz.	Impegni fin.
	lordi	lordi	netti	netti
2004	57396	53736	56363	50299
2005	88476	82030	86576	71401
2006	107320	97956	101940	83314
2007	121447	111546	112766	98602
2008	134569	130348	124867	114896
2009	145589	176107	121780	116437
2010	185681	190712	135542	146865
2011	191772	229866	150268	176972
2012	210327	258097	164499	185016
2013	230108	264458	163250	195873
2014	239476	251542	173010	188736

Tabella 4.12: impegni valutati all'inizio e a fine esercizio



Figura 4.1: serie storiche dei loss ratio (attesi) e dei run-off ratio

La figura 4.1 mostra le serie storiche dei loss ratio (attesi) e dei run-off ratio al lordo e al netto della riassicurazione.

Il risultati di avere loss ratio (attesi) netti siano meno vantaggiosi di quelli lordi dipende dalla basi tecniche della politica di pricing che il riassicuratore ha utilizzato. Tale circostanza rappresenta comunque uno scenario del tutto possibile se si

considera che la riassicurazione da un lato contiene i rischi a cui l'impresa è esposta, dall'altro irrimediabilmente ne riduce il rendimento atteso.

Per i sinistri della prima generazione non si hanno informazioni sullo sviluppo della riserva in quanto si è ipotizzato che l'impresa abbia iniziato a operare nel segmento MTPL proprio nel 2003. La profondità della serie storica risulta inferiore a quella del metodo 2 penalizzando, in termini di credibilità, la stima del parametro ottenuta con questo modello.

Infine il modello 2 per il reserve risk si serve del triangolo di run-off degli importi pagati (tabelle 4.4 e 4.9).

4.3 Risultati dei metodi USP

La stima del parametro specifico $\hat{\sigma}$ ottenuta sostituendo in (2.24) i valori di $\hat{\delta}$ e $\hat{\gamma}$ che minimizzano la funzione di perdita (2.25) sono indicati nella tabella 4.13.

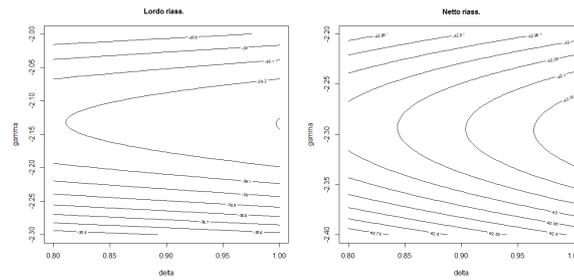
La figura 4.2 mostra il comportamento della superficie di perdita. Per il premium risk, sia lordo che netto riass, il minimo è collocato in corrispondenza di $\gamma = 1$; per il reserve risk, in corrispondenza di $\gamma = 0$.

Premium risk				Reserve risk			
MTPL				MTPL			
	$\hat{\delta}$	$\hat{\gamma}$	$\hat{\sigma}$		$\hat{\delta}$	$\hat{\gamma}$	$\hat{\sigma}$
Lordo	1	-2.13	8.93%	Lordo	0	-2.22	11.65%
Netto	1	-2.30	7.82%	Netto	0	-2.02	13.62%
MW			10.00%	MW			9.00%

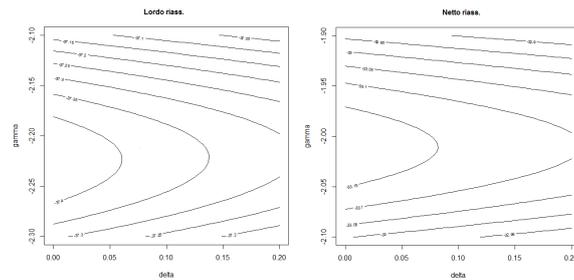
Tabella 4.13: risultati del metodo 1 USP

Il metodo 1 per il rischio di tariffazione lordo produce una stima della variabilità specifica dell'impresa di circa un punto percentuale inferiore al valore market-wide; viceversa per il rischio di riservazione si ottiene un valore di circa due punti percentuali superiori al riferimento di mercato indicato nella Standard Formula. Quanto ottenuto evidenzia come il risultato dell'utilizzo dei dati specifici della compagnia non comporti necessariamente un risparmio in termini di variabilità unitaria.

Non è possibile stabilire l'esito dei metodi USP a priori; sono infatti le informazioni contenute nei dati dell'impresa, combinate con la struttura metodologica usata,



(a) Premium risk



(b) Reserve risk

Figura 4.2: curve di livello delle loss function del metodo 1 USP al lordo e al netto della riassicurazione

a determinare l'eccesso o il difetto del parametro stimato rispetto al benchmark market-wide.

I valori al netto della riassicurazione palesano esiti differenti: se per il rischio di tariffazione si è ottenuta una riduzione del parametro specifico, per il rischio di riservazione si ha un aumento di circa due punti percentuali di variabilità. Questo risultato è significativo alla luce del fatto che la serie storica dei run-off ratio netti mostra globalmente un andamento vantaggioso rispetto ai dati lordi, mentre accade il contrario per i loss-ratio.

Ciò esibisce come il metodo 1 sembri essere più adatto a cogliere la volatilità della serie storica piuttosto che il livello su cui questa si è effettivamente collocata. Tale connotato rappresenta una lacuna dato che loss-ratio contenuti e run-off delle riserve sinistri favorevoli sono primari e importanti elementi nella valutazione della solvibilità e rischiosità di un'impresa assicurativa.

I risultati del metodo 2 per il reserve risk sono indicati nella tabella 4.14¹⁰. La

¹⁰La riserva a denominatore della formula (2.32), per coerenza con il MSEF posto a numeratore, è ottenuta senza l'attualizzazione dei flussi di cassa futuri stimati con il chain ladder. Il calcolo del

Reserve risk			
MTPL			
	Riserva	MSEP	$\hat{\sigma}$
Lordo	225100	8696	3.86%
Netto	154695	6128	3.96%
MW			9.00%

Tabella 4.14: risultati del metodo 2 USP

stima prodotta da questo secondo metodo comporta una notevole riduzione del parametro di variabilità e si discosta sensibilmente (più di 7 punti percentuali) dal valore originato dall'altra metodologia USP.

Questa circostanza deriva dal fatto che i due metodi si basano su logiche completamente differenti e utilizzano input difformi: la serie storica del run-off del riservato il primo, il triangolo degli importi pagati il secondo.

Nel caso in cui l'impresa non sia in grado di provare all'Autorità di Vigilanza che una metodologia valuti in modo più fedele il proprio profilo di rischio, la stessa dovrebbe utilizzare il metodo che produce un requisito di capitale più prudente.

Anche nel metodo 2, i dati al netto della riassicurazione producono un aumento, seppur contenuto, della stima di σ .

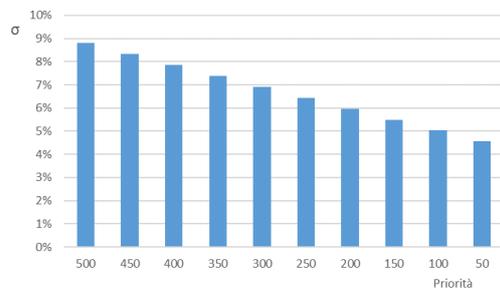
Utilizzare gli importi netti in un procedimento che si poggia sulla formula di Merz-Wüthrich che valuta la bontà delle stime prodotte dal chain ladder, come già precedentemente sottolineato, può comportare un aumento della variabilità dei dati che genera un incremento nel fattore di rischiosità specifico σ .

In aggiunta si deve considerare che il chain ladder appartiene ai loss development methods e, per determinare le passività future, proietta l'esperienza passata della compagnia. Alla base delle stime vi è quindi una forte ipotesi di uniformità nel tempo della politica di liquidazione dei sinistri ma se la politica riassicurativa è instabile negli anni, tale assunzione viene compromessa e non è coerente confrontare pagamenti di generazioni differenti.

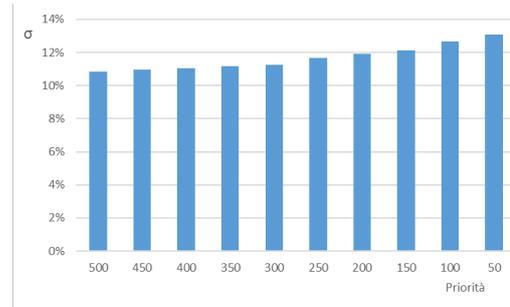
Le problematiche esposte sottolineano come servirsi incautamente di tale metodo determini importanti effetti sulla calibrazione dei parametri specifici della compagnia e quindi sulla quantificazione del SCR. Una politica di ritenzione dei rischi come quella considerata nel presente lavoro rappresenta una circostanza

MSEP attraverso la formula di Merz-Wüthrich è stato eseguito con il pacchetto "ChainLadder" del software statistico R.

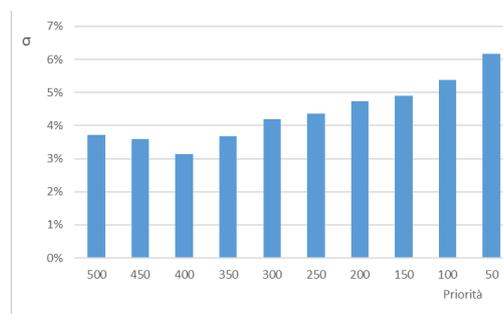
lontana dalla realtà assicurativa in cui le imprese si servono di forme più complesse di copertura che variano da generazione a generazione e che vengono modificate nel corso degli anni. Nella situazione appena descritta non solo si rischierebbe un incremento della volatilità specifica dell'impresa ma si utilizzerebbe anche un triangolo di run-off con valori incoerenti tra una riga e l'altra.



(a) Metodo 1: premium risk



(b) Metodo 1: reserve risk



(c) Metodo 2: reserve risk

Figura 4.3: parametro specifico netto al variare della priorità

La figura 4.3 mostra i diversi valori assunti dai parametri specifici netti al variare della priorità (il cui importo è indicato in migliaia di euro) nel caso in cui la compagnia decida di stipulare lo stesso trattato Excess of Loss per tutte le generazioni.

Solamente per il premium risk si osserva un andamento decrescente del coefficiente di variabilità specifico al diminuire dei rischi trattenuti dall'impresa. Viceversa, per il reserve risk metodo 1, più si abbassa la soglia di ritenzione della priorità più il parametro viene incrementato (anche se con una tendenza inferiore a quella palesata dal fattore specifico del rischio di tariffazione). Il metodo 2 genera un comportamento non monotono: da un valore di circa 3.7% prima σ decresce, poi

aumenta fino a raggiungere il valore di 6.17% in corrispondenza di una priorità di 50000 €.

Quando si esamina una compagnia di maggiori dimensioni che, a parità delle altre caratteristiche, presenta un volume di business triplo rispetto a quello finora considerato, i due metodi producono le stime di σ riportate nelle tabelle 4.15 e 4.16.

Premium risk				Reserve risk			
MTPL				MTPL			
	$\hat{\delta}$	$\hat{\gamma}$	$\hat{\sigma}$		$\hat{\delta}$	$\hat{\gamma}$	$\hat{\sigma}$
Lordo	1	-2.20	7.47%	Lordo	0	-2.47	9.06%
Netto	1	-2.31	6.88%	Netto	0	-2.24	10.88%

Tabella 4.15: risultati del metodo 1 USP per una compagnia assicurativa di maggiori dimensioni

Reserve risk			
MTPL			
	Riserva	MSEP	$\hat{\sigma}$
Lordo	675694	2074	3.07%
Netto	460354	6128	3.18%

Tabella 4.16: risultati del metodo 2 USP per una compagnia assicurativa di maggiori dimensioni

Un volume maggiore garantisce una variabilità relativa più contenuta; si evidenzia infatti un risparmio in termini di fattori di rischio specifici per entrambi i metodi. I dati al netto della riassicurazione producono un incremento della stima di σ per il rischio di riservazione, mentre si ottiene una diminuzione nel rischio di tariffazione. Riprendendo l'analisi della compagnia iniziale, i parametri specifici d'impresa σ_{USP} del segmento MTPL sono ottenuti applicando la formula

$$\sigma_{USP} = c \cdot \sqrt{\frac{T+1}{T-1}} \cdot \hat{\sigma} + (1-c) \cdot \sigma_{MW}.$$

La profondità della serie storica è di 12 anni per il rischio di tariffazione e per rischio di riservazione quando si considera il metodo 2, viceversa per il reserve risk metodo 1 è di 11 anni; pertanto valgono i fattori di credibilità c del segmento MTPL di seguito riportati.

T	11	12
c	81%	87%

USP			
MTPL			
Premium	σ_{USP}	Reserve	σ_{USP}
Lordo	9.75%	Lordo (M1)	12.04%
Netto	8.70%	Netto (M1)	13.79%
		Lordo (M2)	4.82%
		Netto (M2)	4.92%

Tabella 4.17: undertaking-specific parameters

Il fattore di aggiustamento NP_s previsto per il premium risk per il segmento MTPL, permetterebbe all'impresa di ridurre il parametro specifico lordo a un valore netto di 7.8% e il fattore standard market-wide da 10% all'8%. Entrambi sarebbero inferiori al coefficiente specifico stimato direttamente sui dati netti.

Tale risultato evidenzia come il valore di NP_s stabilito dall'Autorità di Vigilanza, sovrastimi l'effetto di mitigazione del rischio della politica riassicurativa dell'impresa e induca quest'ultima a un arbitrario ricorso a discrezionalità nell'uso degli USP scegliendoli solamente per quelle aree in cui tale procedura riduce il requisito di capitale.

MTPL		
	Netto (M1)	Netto (M1 + M2)
σ	10.67%	5.95%
Volume	414510	307567

Tabella 4.18: σ premium & reserve risk

La tabella 4.18 restituisce i valori del coefficiente di variabilità unitaria netto del segmento MTPL per il sottomodulo premium & reserve risk.

Come esposto nel primo capitolo del presente lavoro, tali valori sono stati ottenuti attraverso la relazione:

$$\sigma_s = \frac{\sqrt{(\sigma_{prem,s} V_{prem,s})^2 + 2 \cdot 0.5 \cdot \sigma_{prem,s} \sigma_{res,s} V_{prem,s} V_{res,s} + (\sigma_{res,s} V_{res,s})^2}}{V_{prem,s} + V_{res,s}},$$

dove vengono considerate come misure di volume i premi netti raccolti negli ultimi 12 mesi e la stima della riserva sinistri netti¹¹.

La compagnia definirà il parametro σ_{nl} complessivo del sottomodulo premium & reserve risk aggregando il coefficiente σ_{MTPL} con quelli relativi agli altri segmenti in cui questa opera. Infine il SCR è determinato attraverso la relazione (1.12) moltiplicando il parametro ottenuto per la misura di volume complessiva dei rischi considerati.

¹¹Rispetto a $V_{prem,s}$ si è ipotizzato $P_s < P_{last,s}$ e $FP_{existing,s} = FP_{future,s} = 0$.

4.4 Verifica delle assunzioni

Il metodo 1 richiede di verificare la linearità tra il valore atteso dei sinistri e i premi di competenza per il rischio di tariffazione e tra il valore atteso degli impegni stimati a inizio e fine esercizio, per il rischio di riservazione. Per verificare tale ipotesi si sono valutate le statistiche che indicano la bontà di adattamento del modello ai dati e la significatività dei parametri di un modello di regressione lineare.

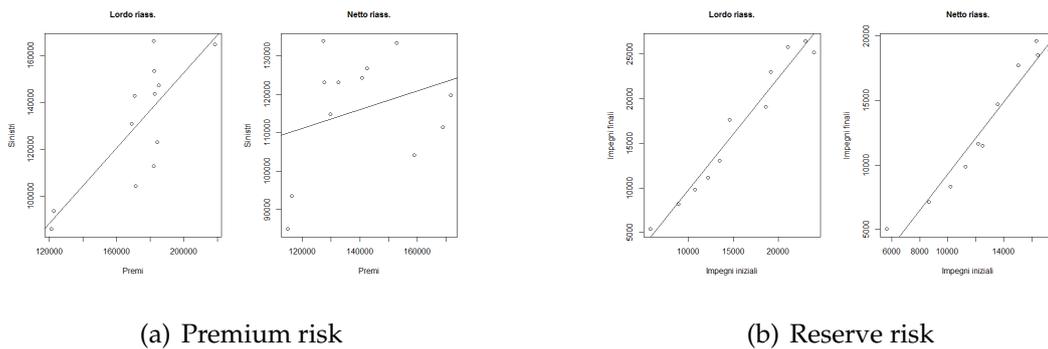


Figura 4.4: modello di regressione lineare del valore atteso

(a) Premium risk					(b) Reserve risk				
Lordo riass.					Lordo riass.				
$R^2 = 0.640$		$R^2_{adj} = 0.604$			$R^2 = 0.960$		$R^2_{adj} = 0.955$		
$F = 17.81$		p-value = 0.001			$F = 216.3$		p-value < 0.001		
Coefficiente	Stima	Std. Error	t	p-value	Coefficiente	Stima	Std. Error	t	p-value
Intercetta β_0	-7823	33169	-0.236	0.818	Intercetta β_0	-2705	1412	-1.916	0.087
Premi β_1	0.802	0.190	4.221	0.001	Impegni iniz. β_1	1.252	0.085	14.707	< 0.001
Netto riass.					Netto riass.				
$R^2 = 0.093$		$R^2_{adj} = 0.002$			$R^2 = 0.9506$		$R^2_{adj} = 0.9451$		
$F = 1.032$		p-value = 0.334			$F = 173$		p-value < 0.001		
Coefficiente	Stima	Std. Error	t	p-value	Coefficiente	Stima	Std. Error	t	p-value
Intercetta β_0	8192	3390	2.417	0.036	Intercetta β_0	-4716	1394	-3.383	0.008
Premi β_1	0.243	0.239	1.016	0.334	Impegni iniz. β_1	1.400	0.010	13.15	< 0.001

Tabella 4.19: assunzione di linearità del valore atteso

Le problematiche maggiori sorgono per il premium risk: da una prima analisi grafica emerge come la relazione sottostante le due variabili non abbia una precisa tendenza lineare, a differenza di quanto palesato dal reserve risk (figura 4.4(b)).

Le statistiche confermano che per i dati netti del premium risk sembra non reggere l'assunzione di linearità: dalla tabella 4.19 si evince come il coefficiente β_1 non risulti statisticamente significativo ($t = 1.016$, $p = 0.334$) e il modello non spieghi opportunamente la variabilità dei dati ($R^2 = 0.093$; $F = 1.032$, $p = 0.334$). Il modello

sui dati al lordi, a fronte di un parametro significativo, non mostra un indice di bontà di adattamento elevato; l'indicatore R^2 risulta infatti pari a 0.64%.

Il reserve risk rispetta l'assunzione per entrambe le tipologie di dati.

(a) Premium risk			(b) Reserve risk		
Lordo riass.			Lordo riass.		
Test	stat.	p-value	Test	stat.	p-value
Breusch-Pagan	0.503	0.477	Breusch-Pagan	3.131	0.07
Durbin-Watson	0.931	0.008	Durbin-Watson	1.894	0.283
Breusch-Godfrey	3.674	0.055	Breusch-Godfrey	0.059	0.80
Shapiro-Wilk	0.944	0.561	Shapiro-Wilk	0.921	0.330
t (Student)	< 0.001	> 0.999	t (Student)	< 0.001	> 0.999
Netto riass.			Netto riass.		
Test	stat.	p-value	Test	stat.	p-value
Breusch-Pagan	2.583	0.108	Breusch-Pagan	1.933	0.164
Durbin-Watson	0.182	< 0.001	Durbin-Watson	1.155	0.02
Breusch-Godfrey	7.329	0.006	Breusch-Godfrey	0.913	0.339
Shapiro-Wilk	0.933	0.420	Shapiro-Wilk	0.897	0.174
t (Student)	< 0.001	> 0.999	t (Student)	< 0.001	> 0.999

Tabella 4.20: diagnostiche dei residui del modello di regressione lineare del valore atteso

(a) Premium risk			(b) Reserve risk		
Lordo riass.			Lordo riass.		
Test	stat.	p-value	Test	stat.	p-value
RESET	0.033	0.971	RESET	1.769	0.238
Netto riass.			Netto riass.		
Test	stat.	p-value	Test	stat.	p-value
RESET	11.083	0.004	RESET	3.170	0.104

Tabella 4.21: RESET Test di Ramsey sul modello di regressione lineare del valore atteso

Le tabelle 4.20 e 4.21 completano l'analisi. È interessante notare come il test di Durbin-Watson e quello di Breusch-Godfrey, che indagano la presenza di correlazione seriale nei residui (e quindi non inclusa nella struttura del modello), producono risultati non sempre concordanti. Anche l'esito della diagnostica sui residui e del test RESET di Ramsey sostengono la validità della relazione lineare sul reserve risk.

La figura 4.5 mostra i grafici di diagnostica condotti sui residui del modello di regressione lineare del valore atteso. Vista l'esiguità del campione questo tipo di analisi risulta sempre utile e in alcuni casi funzionale delle procedure statistico-numeriche.

Il secondo presupposto da accertare del metodo 1 riguarda la forma della relazione tra la varianza della variabile "di rischio" e la rispettiva misura di volume al quadrato. Anche in questo caso la relazione dovrebbe essere lineare e per appurarlo è necessario stimare un modello di regressione lineare e verificarne le proprietà; ricorrendo a un'analisi market-wide si sono considerate le serie storiche dal 2003 al 2014 di un campione di 16 compagnie di medio-piccole dimensioni del mercato italiano, operanti nel segmento MTPL.

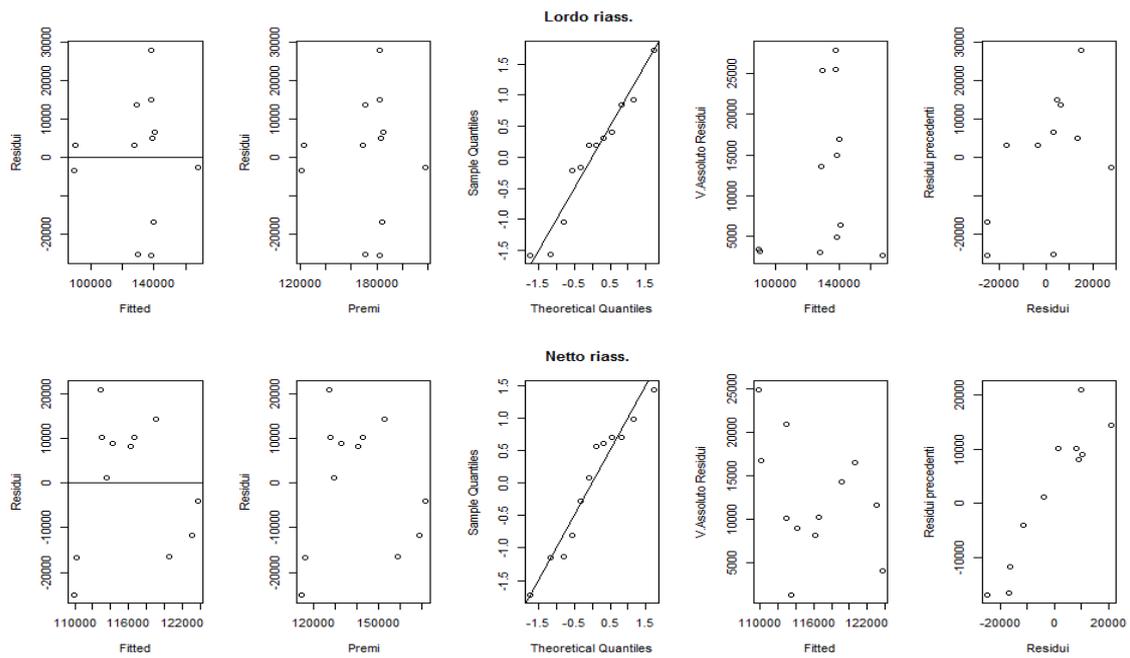
(a) Premium risk					(b) Reserve risk				
Lordo riass.					Lordo riass.				
$R^2 = 0.936$		$R^2_{adj} = 0.932$			$R^2 = 0.967$		$R^2_{adj} = 0.964$		
$F = 206.9$		p-value = 0.001			$F = 406.9$		p-value < 0.001		
Coefficiente	Stima	Std. Error	t	p-value	Coefficiente	Stima	Std. Error	t	p-value
Intercetta β_0	1102	1251	0.881	0.393	Intercetta β_0	2237	1534	1.458	0.167
Premi sq. β_1	0.078	0.005	14.383	< 0.001	Impegni iniz. Sq. β_2	0.085	0.004	20.172	< 0.001
Netto riass.					Netto riass.				
$R^2 = 0.857$		$R^2_{adj} = 0.847$			$R^2 = 0.914$		$R^2_{adj} = 0.908$		
$F = 84.04$		p-value < 0.001			$F = 150.6$		p-value < 0.001		
Coefficiente	Stima	Std. Error	t	p-value	Coefficiente	Stima	Std. Error	t	p-value
Intercetta β_0	1227	1815	0.676	0.051	Intercetta β_0	-1581	2304	-0.686	0.504
Premi sq. β_1	0.080	0.008	9.167	< 0.001	Impegni iniz. Sq. β_2	0.107	0.009	12.272	< 0.001

Tabella 4.22: assunzione di linearità della varianza

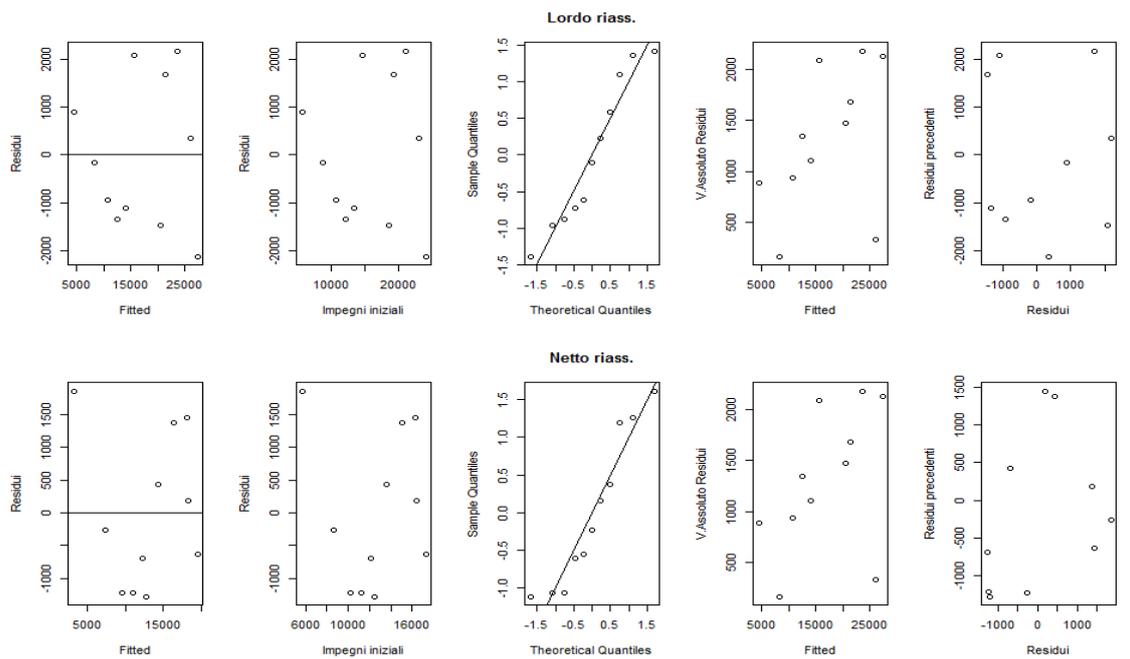
Lo stimatore della varianza della singola impresa utilizzato è quello proposto nel QIS5 e ottenuto con la formula (3.6).

(a) Premium risk			(b) Reserve risk		
Lordo riass.			Lordo riass.		
Test	stat.	p-value	Test	stat.	p-value
Breusch-Pagan	3.073	0.08	Breusch-Pagan	3.2845	0.07
Durbin-Watson	2.291	0.702	Durbin-Watson	1.2673	0.04
Breusch-Godfrey	0.345	0.557	Breusch-Godfrey	0.915	0.338
Shapiro-Wilk	0.819	0.004	Shapiro-Wilk	0.976	0.925
t (Student)	< 0.001	> 0.999	t (Student)	< 0.001	> 0.999
Netto riass.			Netto riass.		
Test	stat.	p-value	Test	stat.	p-value
Breusch-Pagan	7.574	0.006	Breusch-Pagan	1.071	0.300
Durbin-Watson	2.383	0.761	Durbin-Watson	1.483	0.082
Breusch-Godfrey	0.856	0.354	Breusch-Godfrey	0.803	0.369
Shapiro-Wilk	0.935	0.293	Shapiro-Wilk	0.877	0.035
t (Student)	< 0.001	> 0.999	t (Student)	< 0.001	> 0.999

Tabella 4.23: diagnostiche dei residui del modello di regressione lineare della varianza



(a) Premium risk



(b) Reserve risk

Figura 4.5: diagnostica del modello di regressione lineare del valore atteso

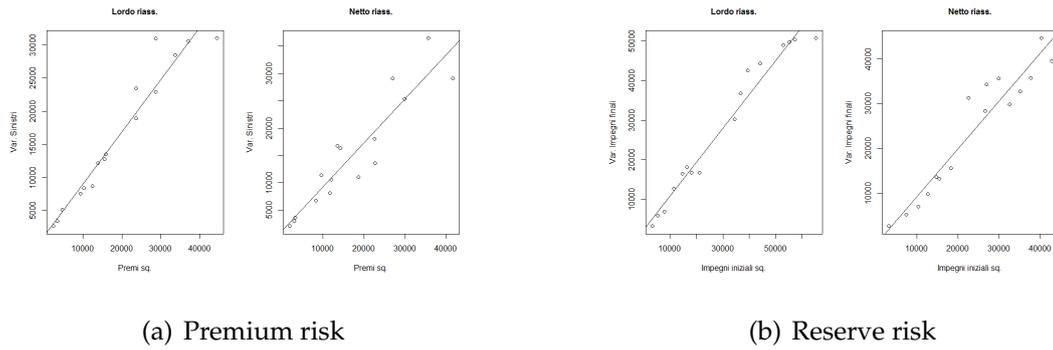


Figura 4.6: modello di regressione lineare della varianza

(a) Premium risk			(b) Reserve risk		
Lordo riass.			Lordo riass.		
Test	stat.	p-value	Test	stat.	p-value
RESET	6.262	0.014	RESET	3.153	0.079
Netto riass.			Netto riass.		
Test	stat.	p-value	Test	stat.	p-value
RESET	0.420	0.666	RESET	1.866	0.197

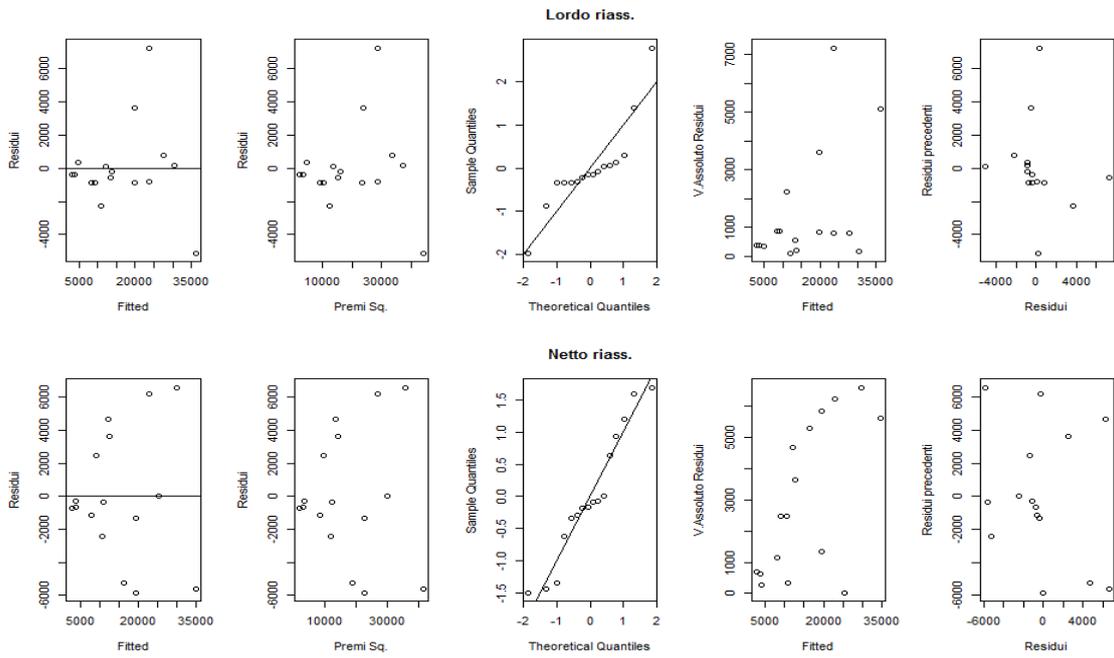
Tabella 4.24: RESET Test di Ramsey sul modello di regressione lineare della varianza

I risultati dell'analisi sull'assunzione di linearità della varianza sono riportati nelle tabelle 4.22, 4.23 e 4.24 e in base a quanto emerso sembra che tale ipotesi non sia validata esclusivamente per il premium risk lordo. In riferimento ai dati lordi si evidenzia che, nel reserve risk, i due test sull'autocorrelazione dei residui producono esiti contrastanti.

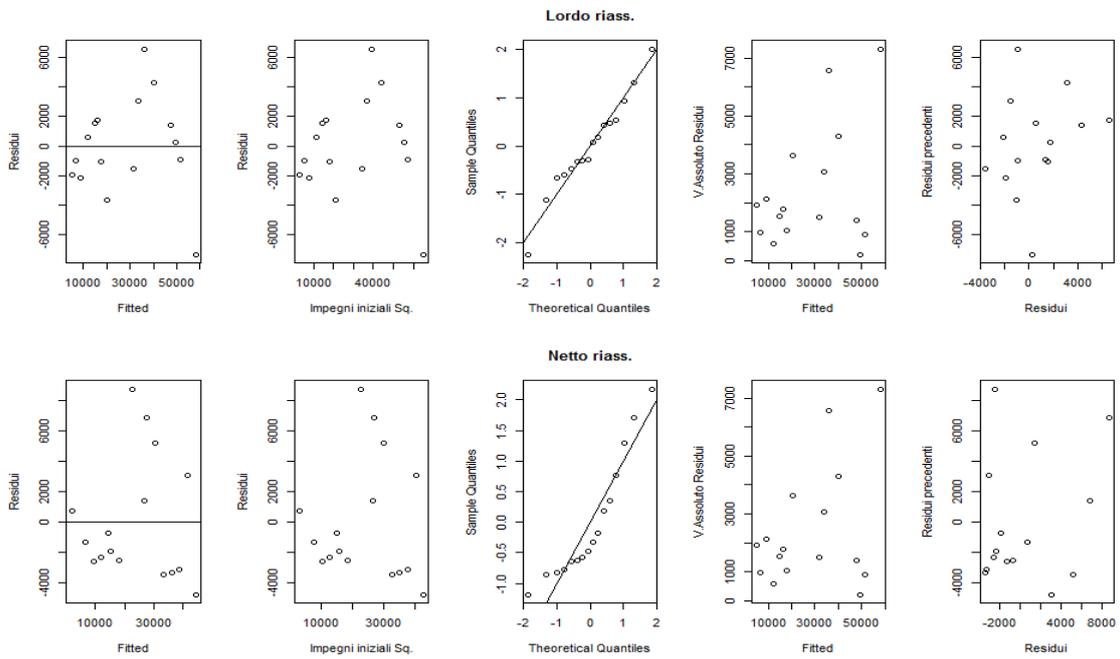
La terza ipotesi del metodo 1 riguarda l'assunzione di lognormalità del costo dei sinistri e degli impegni a fine esercizio. I due test di bontà di adattamento selezionati sono quello di Shapiro-Wilk e quello di Anderson-Darling. L'ipotesi nulla di normalità dei logaritmi non viene rigettata in nessuna circostanza, come esibito dalla tabella 4.25.

(a) Premium risk			(b) Reserve risk		
Lordo riass.			Lordo riass.		
Test	stat.	p-value	Test	stat.	p-value
Shapiro-Wilk	0.928	0.359	Shapiro-Wilk	0.343	0.4191
Anderson-Darling	0.343	0.424	Anderson-Darling	0.369	0.358
Netto riass.			Netto riass.		
Test	stat.	p-value	Test	stat.	p-value
Shapiro-Wilk	0.883	0.098	Shapiro-Wilk	0.914	0.272
Anderson-Darling	0.576	0.105	Anderson-Darling	0.920	0.320

Tabella 4.25: verifica dell'assunzione di lognormalità



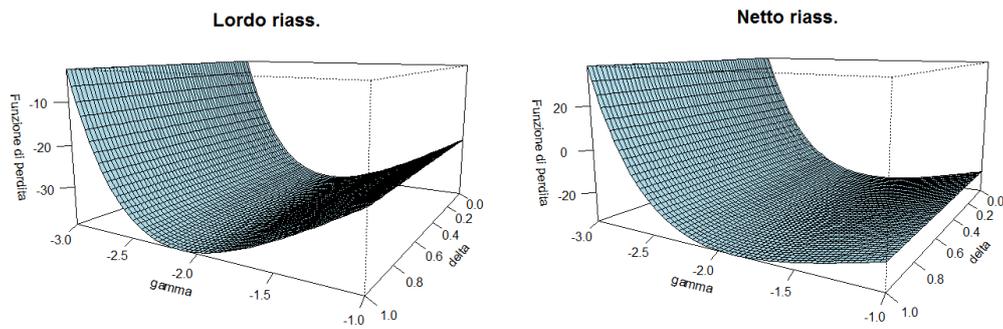
(a) Premium risk



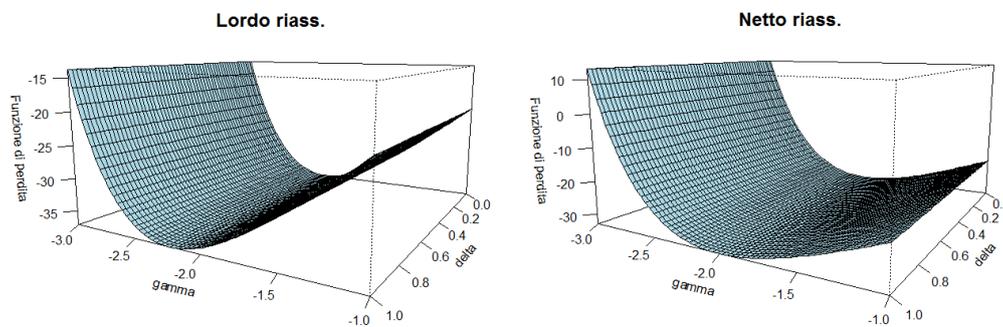
(b) Reserve risk

Figura 4.7: diagnostica del modello di regressione lineare della varianza

Quarto presupposto del metodo 1 che la compagnia deve accertare è l'idoneità del metodo di stima della massima verosimiglianza; ciò può essere verificato mostrando la regolarità della superficie della funzione di perdita e riconoscendo la regione in cui è contenuto il punto di minimo.



(a) Premium risk



(b) Reserve risk

Figura 4.8: loss function del metodo 1, adeguatezza del metodo della massima verosimiglianza

La figura 4.8 riproduce il comportamento della criterion function rispetto alle combinazioni di γ e δ . I grafici 4.2 riportati in precedenza indicano le curve di livello della funzione obiettivo nella regione in cui è localizzato il minimo.

La funzione di perdita è sufficientemente regolare, tuttavia ha un andamento disteso nella regione in cui il punto di minimo è localizzato. Per questa ragione è consigliabile accompagnare la procedura numerica con un'analisi grafica per riconoscere un'area conveniente dove inizializzare il processo di minimizzazione. Per quanto concerne il metodo 2 è necessario innanzitutto verificare il requisito di immaterialità della coda del triangolo di run-off degli importi pagati. Un criterio è quello di constatare che il rapporto tail/incurred non risulti superiore a una soglia prefissata.

	Lordo riass.	Netto Riass.
Riserva _{1,11}	1194	1098
$C_{1,j}$	82005	80783
Tail/Incurred	1.43%	1.34%

Tabella 4.26: requisito di immaterialità della coda del triangolo di run-off

Adottando una misura di tolleranza pari all'1.5% il requisito di immaterialità risulta rispettato (contrariamente lo si rigetta contrariamente se la si abbassa all'1%).

Il metodo 2 richiede successivamente di accertare i presupposti su cui poggia il chain ladder.

L'ipotesi di media e varianza condizionate è stata esaminata utilizzando le diagnostiche specifiche del time series model (3.9) eseguito sulle coppie di antidurate adiacenti del triangolo degli importi pagati cumulati. I risultati sono indicati nella tabella 4.27 e nelle figure 4.10, 4.11, 4.12 e 4.13. Si è scelto di vagliare nel modello solamente gli importi $C_{i,j}$ contenuti nelle antidurate $j \leq 7$ per avere a disposizione almeno 5 osservazioni.

Infine la verifica delle ipotesi del metodo 2 prevede di controllare l'indipendenza dei pagamenti cumulati di anni di accadimento diversi.

Per tale convalida sono stati calcolati i residui time series, ottenuti dal modello (3.9), e quelli di Pearson, ricavati dalla formula (3.14); successivamente sono stati rappresentati graficamente rispetto all'anno di accadimento per verificare l'assenza di trend o tendenze particolari.

La figura 4.9 non mostra la presenza di andamenti tali da dover rifiutare l'ipotesi di indipendenza.

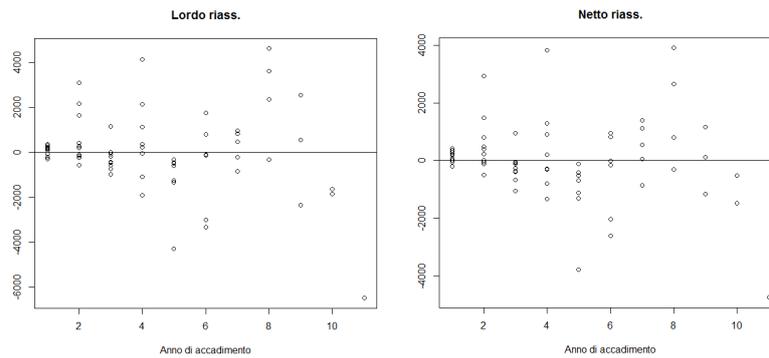
(a) Lordo riass.

j	\hat{f}_{j-1}	p-value	\hat{s}_{j-1}^2	R^2	R_{adj}^2	F	p-value
1	2.017	<0.001	203.7	0.999	0.998	9753	<0.001
2	1.181	<0.001	71.55	0.999	0.999	1705	<0.001
3	1.184	<0.001	27.20	0.999	0.999	1404	<0.001
4	1.061	<0.001	16.65	0.999	0.999	4160	<0.001
5	1.030	<0.001	6.348	0.999	0.999	7037	<0.001
6	1.021	<0.001	3.971	0.999	0.999	8471	<0.001
7	1.014	<0.001	1.970	0.999	0.999	1029	<0.001

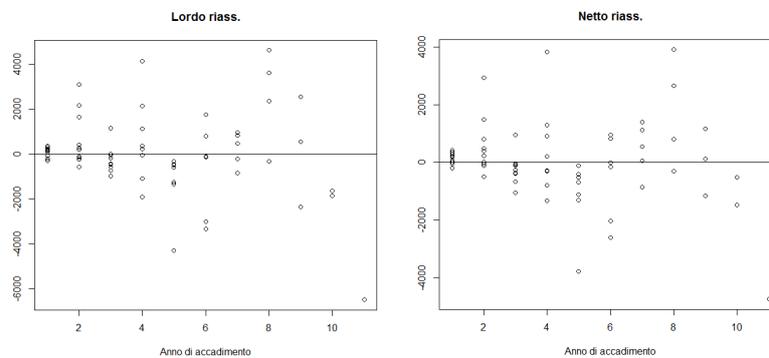
(b) Netto riass.

j	\hat{f}_{j-1}	p-value	\hat{s}_{j-1}^2	R^2	R_{adj}^2	F	p-value
1	2.022	<0.001	165.9	0.999	0.998	10260	<0.001
2	1.173	<0.001	47.61	0.999	0.999	22070	<0.001
3	1.174	<0.001	15.90	0.999	0.999	17940	<0.001
4	1.057	<0.001	9.138	0.999	0.999	51030	<0.001
5	1.028	<0.001	2.775	0.999	0.999	74050	<0.001
6	1.018	<0.001	2.842	0.999	0.999	17970	<0.001
7	1.013	<0.001	1.458	0.999	0.999	14100	<0.001

Tabella 4.27: test sui parametri e bontà di adattamento del time series model per $1 \leq j \leq 7$



(a) Residui time series



(b) Residui di Pearson

Figura 4.9: assunzione di indipendenza del metodo 2

Lordo riass.

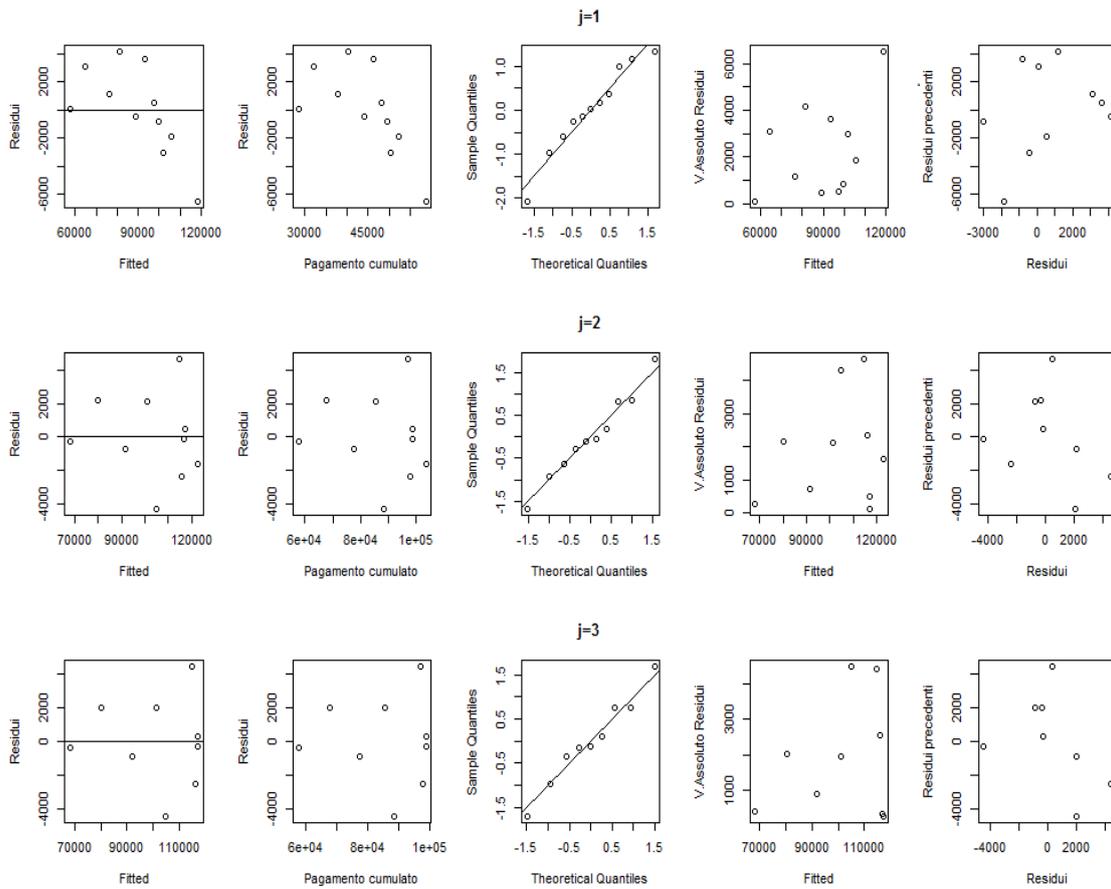


Figura 4.10: diagnostica dei modelli di regressione time series sul triangolo degli importi lordi ($1 \leq j \leq 3$)

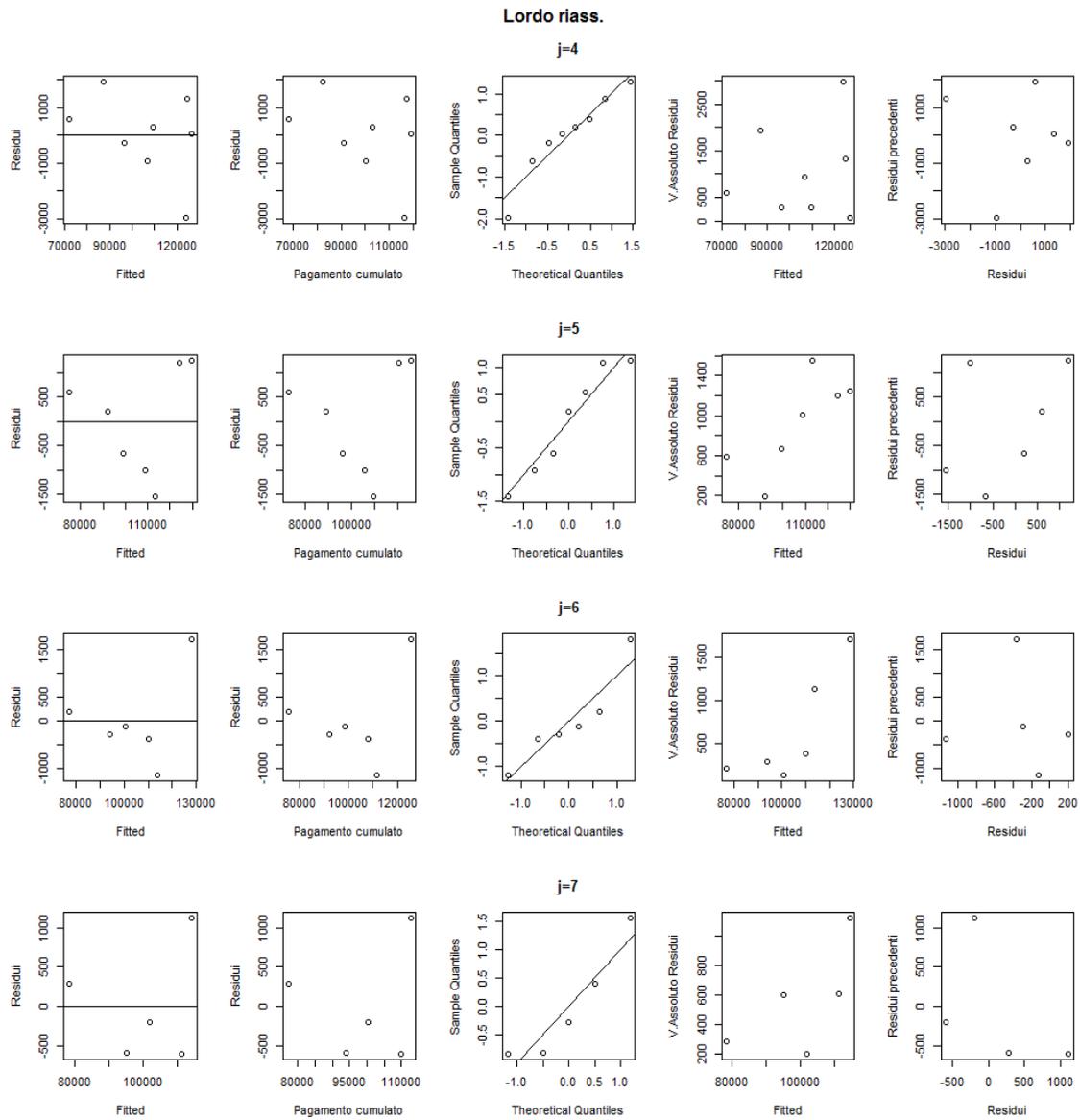


Figura 4.11: diagnostica dei modelli di regressione time series sul triangolo degli importi lordi ($4 \leq j \leq 7$)

Netto riass.

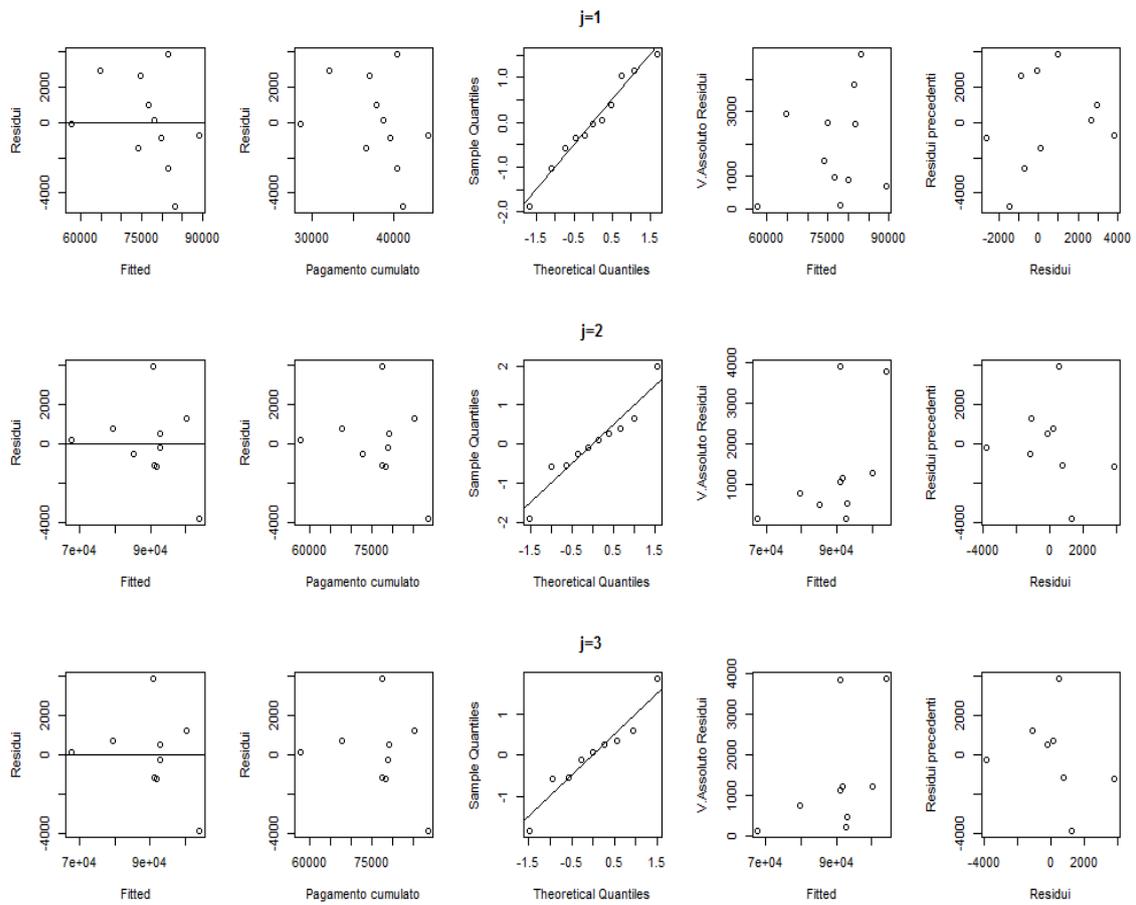


Figura 4.12: diagnostica dei modelli di regressione time series sul triangolo degli importi netti ($1 \leq j \leq 3$)

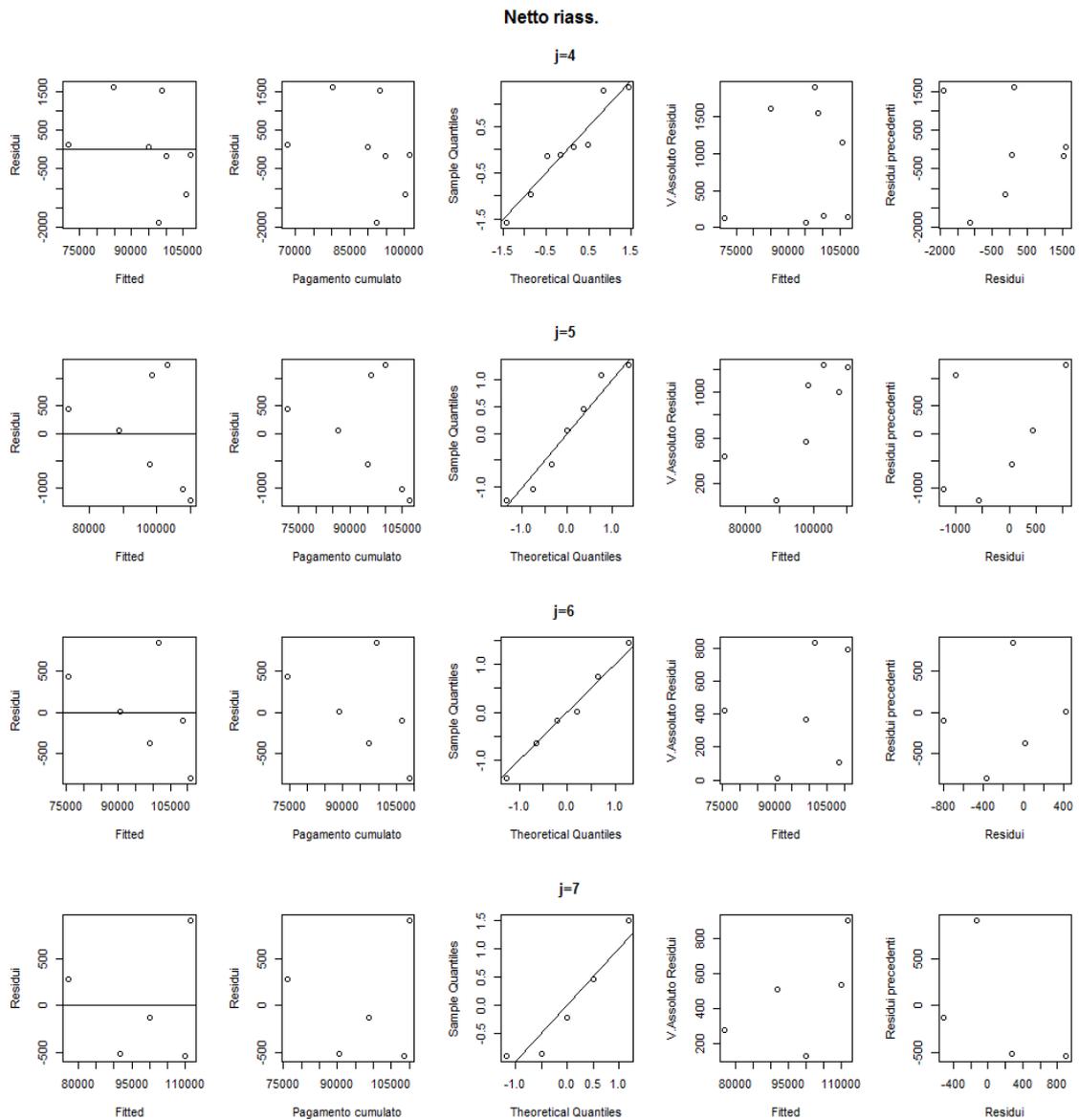


Figura 4.13: diagnostica dei modelli di regressione time series sul triangolo degli importi netti ($4 \leq j \leq 7$)

Considerazioni conclusive

L'introduzione della direttiva Solvency II sollecita le imprese di assicurazione ad avvalersi di nuove e più accurate tecniche di valutazione dei rischi per determinare il requisito di capitale.

Questo lavoro ha esaminato la disciplina degli undertaking-specific parameters i quali rappresentano uno dei possibili criteri per stimare il profilo di rischio di un'impresa assicurativa. I parametri specifici qui presi in considerazione sono le deviazioni standard unitarie relative al premium risk e al reserve risk del modulo non-life underwriting risk della Standard Formula prescritto dagli Atti Delegati.

Quanto emerso ha consentito di approfondire da una prospettiva sia teorica che pratica gli aspetti salienti della disciplina.

Dei dati

La qualità dei dati che l'impresa utilizza come input dei metodi standardizzati per determinare gli USP, rappresenta un primo snodo di sostanziale interesse al quale l'Autorità di Vigilanza ha rivolto una scrupolosa attenzione.

Tale premura trova giustificazione nel fatto che, nello schema USP, i dati costituiscono l'elemento di specificità che, immesso nei metodi standardizzati, permette all'impresa di fornire una rappresentazione del proprio profilo di rischio più accurata rispetto ai risultati attesi dalla Standard Formula.

Il legislatore ha necessariamente individuato più stringenti requisiti da rispettare affinché la ratio delle metodologie in cui verranno inseriti non venga inficiata da risultati falsati.

È inoltre prevista la possibilità che le imprese di assicurazione utilizzino nella procedura di stima degli USP dati esterni, tema sul quale tuttavia pare leggere

nelle disposizioni legislative una certa ritrosia, tanto che si auspica da più parti l'emanazione di ulteriori chiarimenti e precisazioni.

Se da una parte si richiede all'impresa di accertare che i dati esterni derivino da imprese di assicurazione il cui profilo operativo e di rischio sia analogo a quello della compagnia che intende utilizzarlo e in aggiunta che l'impresa verifichi l'esistenza di sufficienti prove statistiche attestanti «*un elevato livello di somiglianza tra le distribuzioni di probabilità sottostanti [...] e le distribuzioni di probabilità sottostanti ai dati esterni (sic)*» (art. 19, [33]), dall'altra risultano particolarmente carenti nel testo legislativo i criteri e le procedure da impiegare per osservare tali prescrizioni.

Inoltre quanto normato negli Atti Delegati può apparire contraddittorio: verosimilmente ricorrerà a fonti esterne un'impresa sprovvista di copiosa dotazione di dati, ma dare una risposta esaustiva al prescritto "*elevato livello di somiglianza*" necessita l'uso di metodologie statistiche appropriate poco attuabili in assenza di input adeguati.

Va accennato come i dati esterni possano avere un ruolo risolutivo nell'approvazione degli USP se si considera che essi possono essere implementati nel processo di verifica delle assunzioni alla base dei metodi per stimare i parametri specifici.

Considerate le aree di indeterminatezza degli Atti Delegati, è inevitabile attendersi come le funzioni più delicate transiteranno sull'Autorità di Vigilanza. Questa dovrà infatti gestire un gran numero di informazioni spesso eterogenee, controllare accuratamente che il profilo di rischio dell'impresa sia conforme a buone regole di vigilanza prudenziale e verificare che le imprese istanti non abbiano utilizzato i dati esterni esclusivamente per ottenere una favorevole riduzione dell'oneroso vincolo patrimoniale previsto.

L'insufficiente chiarezza del legislatore è deleteria: non solo ostacola il buon esito dell'attività di vigilanza prudenziale ma comporta un notevole sforzo aggiuntivo per le imprese. È prevedibile un eccessivo allungamento del processo di approvazione degli USP che potrà disincentivare le imprese dall'utilizzare tale metodo di calcolo del SCR.

Delle norme

Solvency II oltre a innovare notevolmente le modalità di gestione del rischio delle compagnie europee favorisce una più intensa collaborazione tra i vari organismi di vigilanza e tra questi e le imprese di assicurazione.

Non sfugge tuttavia che tale scenario, se non correlato a indiscussa autorevolezza degli Agenti regolatori e degli Organismi di vigilanza possa essere soggetto a derive consociativistiche laddove preminenza del mercato, libera concorrenza e tutela dei consumatori segneranno la loro intrinseca vacuità lessicale.

Delle assunzioni

L'analisi condotta nel terzo capitolo ha approfondito la verifica dei presupposti che sono alla base dei metodi per la stima degli USP.

Il legislatore ha stabilito che l'impresa, per poter calcolare il SCR attraverso gli undertaking-specific parameters, deve prima accertare le ipotesi dei metodi utilizzati per stimare tali parametri. Nonostante tale fase sia decisiva affinché la metodologia scelta risulti adeguata a rappresentare i rischi sopportati dalla compagnia, il legislatore (anche in questa occasione) non è stato in grado di specificare modalità e criteri con cui condurre tali accertamenti.

La mancanza di riferimenti puntuali e l'ampia possibilità di opzioni a riguardo, possono indurre un arbitrario utilizzo di quei criteri che vengono ritenuti più permissivi. A ciò si aggiunga il fatto che negli Atti Delegati non è individuato il tipo di dati da inserire nel riscontro delle ipotesi teoriche e non si è esclusa la possibilità di utilizzo di dati esterni.

I risultati delle analisi condotte sulla verifica delle assunzioni preliminari ai metodi hanno evidenziato come le maggiori problematicità siano dovute all'esigua numerosità dei campioni disponibili per tali indagini. Questa circostanza riduce gli strumenti a disposizione dell'impresa e compromette l'efficacia delle metodologie statistico-numeriche.

La verifica delle ipotesi del metodo 1 ha palesato le maggiori criticità nell'accertamento della normalità dei logaritmi della "variabile di rischio". L'ipotesi è fondamentale poggiando su di essa l'intera procedura di stima.

Le metodologie numeriche considerate si sono rivelate di scarsa potenza e non sono in grado di discriminare la "non-normalità" dei logaritmi delle serie storiche. I test non hanno saputo riconoscere campioni provenienti da distribuzioni "più rischiose" della lognormale.

Tale esito è dovuto alla limitatezza delle serie storiche disponibili unitamente al fatto che la trasformazione logaritmica che si applica al campione riduce la variabilità dei dati, rendendo più problematico per le statistiche test identificare comportamenti "non normali".

Per l'Autorità di Vigilanza tale risultato potrebbe non risultare accettabile. Difatti anche imprese di assicurazione i cui rischi seguono distribuzioni più rischiose (come la Weibull e la Pareto nell'esempio considerato) potranno utilizzare una metodologia calibrata sull'ipotesi di lognormalità.

Rispetto alle ipotesi del metodo 1, si è osservato che, nonostante la superficie di verosimiglianza presenti una forma regolare, questa spesso esibisce intorno al punto minimo regioni piatte e uniformi che compromettono la finezza del metodo della massima verosimiglianza.

Si sottolinea come il metodo 2 abbia palesato invece minori criticità nella verifica delle ipotesi.

Sintesi finale

Con l'introduzione di Solvency II la tipologia di politica riassicurativa e le scelte di ritenzione dei rischi influenzano inequivocabilmente il requisito finanziario a cui l'impresa deve sottostare; questa condotta viene mantenuta anche in materia di USP. Nell'allegato XVII degli Atti Delegati si richiede alle imprese di utilizzare, per gli USP, dati che siano corretti per tener conto della copertura riassicurativa in essere nei 12 mesi successivi alla data della valutazione.

Tale disposizione sottolinea il ruolo primario dell'istituto della riassicurazione nella quantificazione del SCR in Solvency II ma fa emergere nella prassi gestionale una serie di complicanze.

Poiché non sfuggono i notevoli oneri e costi per gestione e processo di adattamento dei dati, le imprese raramente avranno a disposizione l'effettiva base informativa necessaria per correggerli secondo un profilo del tutto coerente con quello dei 12

mesi successivi. In tale situazione la compagnia dovrà aggiustare i dati attraverso stime e valutazioni che potranno comprometterne la qualità informativa.

Una possibile soluzione che viene adottata nella prassi è utilizzare direttamente le serie storiche al netto della riassicurazione. Tale opzione, benché superi il problema dell'aggiustamento, mostra talune lacune e incoerenze. Se la politica riassicurativa adottata dall'impresa non è omogenea nel tempo, il profilo di rischio descritto dai dati netti potrebbe essere discostarsi da quello effettivo dei 12 mesi prossimi dell'impresa. Inoltre la soluzione individuata non sarebbe pienamente coerente con le disposizioni dell'Autorità di Vigilanza.

Nell'analisi condotta nel quarto capitolo si è evidenziato come l'utilizzo di dati al netto della riassicurazione produca una stima della variabilità unitaria dell'impresa superiore a quella che si ottiene utilizzando i dati lordi. Ciò è dovuto al fatto che il metodo 1 sembra essere più adatto a cogliere la volatilità della serie storica piuttosto che il livello su cui questa si è effettivamente collocata.

Non avere loss-ratio contenuti e run-off delle riserve sinistri favorevoli sono evidenti segnali di non corrette politiche di tariffazione e di riservazione dei sinistri, presupposti essenziali nella gestione assicurativa.

Il metodo 2 si basa sulla formula di Merz-Wüthrich che misura il MSEP del CDR a un anno e valuta la bontà della stima della riserva sinistri attraverso il metodo chain ladder. Alla base di quest'ultimo vi è una forte ipotesi di uniformità nel tempo della politica di liquidazione dei sinistri.

Utilizzare importi netti comporta non solo la possibilità che l'omogeneità nello sviluppo dei pagamenti dei sinistri venga compromesso dalle somme recuperate dai trattati riassicurativi ma anche che, nel caso di una politica riassicurativa disomogenea negli anni, il metodo confronti importi di generazioni differenti e incoerenti.

Non di rado può verificarsi che l'applicazione del metodo 2 sui dati netti determini un aumento della stima della rischiosità dell'impresa e di conseguenza del requisito di capitale unitario da accantonare.

Pare doveroso infine considerare che l'omogenea gestione della politica liquidativa dei sinistri caratterizza più sovente l'attività delle grandi compagnie, le stesse che, per dimensioni organizzative e risorse strutturali, più agevolmente

utilizzeranno un modello interno e non ricorreranno agli USP.

L'analisi della metodologia prevista negli Atti Delegati per determinare il parametro specifico d'impresa per il fattore di aggiustamento per la riassicurazione non proporzionale rappresenta certamente un elemento di significativo interesse e oggetto di possibili sviluppi futuri. Come affermato dalla federazione europea delle assicurazioni e delle riassicurazioni (Insurance Europe) [42], forti dubbi sono sorti sulla effettiva realizzabilità della metodologia prescritta dall'EIOPA, benché nella prassi assicurativa le politiche di riassicurazione possano essere molto differenti e quindi un metodo basato sulla copertura specifica potrebbe risultare appropriato. Per operatori di medio-piccole dimensioni l'eccessivo ammontare di calcoli coinvolti rappresenta il maggiore ostacolo per la determinazione del fattore NP_{USP} . In aggiunta, tale metodo assume che la compagnia possa stimare in modo affidabile la coda della distribuzione, procedura che risulta complessa e non sempre attendibile. Vieppiù non è chiara la ragione per cui l'Autorità di Vigilanza faccia esplicito riferimento esclusivamente ai trattati Excess of Loss e non consideri altre forme di copertura non proporzionale come ad esempio i trattati Stop Loss.

The future is un(der)written

In conclusione si ritiene possano essere elencati alcuni aspetti che non sono stati considerati nel presente lavoro al fine di completare l'analisi dell'approccio USP.

Ad esempio:

- Il parametro specifico d'impresa che, nel sottomodulo del rischio di revisione per l'assicurazione ramo vita, coglie l'incremento dell'importo delle prestazioni delle rendite.
- Possibili peculiarità presenti nei parametri specifici d'impresa previsti per il sottomodulo premium & reserve risk per l'assicurazione malattia NSLT.

Infine un ulteriore sviluppo futuro che arricchisce l'analisi effettuata nel presente scritto potrebbe approfondire il tema delle metodologie da utilizzare per verificare le assunzioni alla base dei metodi USP, concentrandosi nell'individuare quali siano le più adatte ed efficaci su campioni di esigua numerosità.

Concludiamo ricordando che la direttiva Solvency II rimarca la primaria importanza della funzione attuariale. La disciplina attuariale è indispensabile per contribuire all'efficace compimento e alla diffusa comprensione del sistema di gestione dei rischi e al conseguente calcolo dei requisiti patrimoniali dell'impresa di assicurazione. Fondamentale è il suo ruolo anche nel processo che riguarda i parametri specifici d'impresa, dalla valutazione della qualità dei dati da inserire nei modelli alla corretta stima e rappresentazione del profilo di rischio dell'impresa. Tali funzioni devono necessariamente innestarsi in una sempre più avanzata capacità delle Università e degli Istituti di ricerca di elaborare modelli teorici avanzati e formare professionisti preparati ad affrontare complessità ed eterogeneità dei mercati globalizzati.

Bibliografia

- [1] Anderson T.W., Darling D.A. (1954). "A test of goodness of fit", Journal of the American statistical Association, pp. 765-769.
- [2] Anderson T.W. (2010). "Anderson-Darling Tests of Goodness-of-fit", Stanford University, febbraio 2010.
- [3] Andrews D.W.K., (1991). "Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix Estimation", Econometrica, 59, pp. 817-858.
- [4] ANIA (2013). "Fact-pack mercato Danni", Associazione Nazionale fra le Imprese Assicuratrici, seminario di Matematica attuariale del dott. S. Desantis, Università Cattolica del Sacro Cuore, Milano, settembre 2013.
- [5] Arshad M., Rasool M.T. e Ahmad M.I. (2003). "Anderson Darling and Modified Anderson Darling Tests for Generalized Pareto Distribution", Pakistan Journal of Applied Sciences, 3(2), pp. 85-88.
- [6] Barbieri L. (2010). "Econometria, cap. 5 & 6", Università Cattolica del Sacro Cuore, Milano.
- [7] Blocker C., Conway J., Demortier L., Heinrich J., Junk T., Lyons L. e Punzi G. (2006). "Simple Facts about P-Values", CDF Statistics Committee, public 8023, gennaio 2006.
- [8] Bowman K. e Shenton L. (1975). "Omnibus test contours for departures from normality based on $\sqrt{b_1}$ and $\sqrt{b_2}$ ", Biometrika, 62(2), pp. 243-250.
- [9] Buchwalder M., Bühlmann H., Merz M. e Wütrich M. (2006). "The Mean Square Error of Prediction in the Chain Ladder Reserving Method (Mack and Murphy Revisited)", ASTIN bulletin, 36(2), pp. 521-542.

- [10] CEIOPS (2009). "CEIOPS' Advice for Level 2 Implementing Measures on Solvency II: Technical Provisions - Article 86 f Standards for Data Quality", ottobre 2009 (<https://eiopa.europa.eu/Pages/SearchResults.aspx?k=filename:ceiops-l2-final-advice-on-tp-standard-for-data-quality.pdf>).
- [11] CEIOPS (2009). "CEIOPS' Advice for Level 2 Implementing Measures on Solvency II: SCR Standard Formula - Article 111 Non-Life Underwriting Risk", ottobre 2009 (<https://eiopa.europa.eu/CEIOPS-Archive/Documents/Advices/CEIOPS-L2-Final-Advice-SCR-Non-Life-Underwriting-Risk.pdf>).
- [12] CEIOPS (2010). "CEIOPS' Advice for Level 2 Implementing Measures on Solvency II: SCR Standard Formula - Article 111j, k Undertaking-specific parameters", gennaio 2010 (<https://eiopa.europa.eu/CEIOPS-Archive/Documents/Advices/CEIOPS-L2-Advice-Undertaking-specific-parameters.pdf>).
- [13] CEIOPS (2010). "CEIOPS' Advice for Level 2 Implementing Measures on Solvency II: SCR Standard Formula Calibration of Non-life Underwriting Risk", aprile 2010 (https://eiopa.europa.eu/Pages/SearchResults.aspx?k=filename:CEIOPS-DOC-67-10_L2_Advice_Non_Life_Underwriting_Risk.pdf).
- [14] Chen B. e Yongmiao H. (2012). "Testing for the Markov Property in Time Series", *Econometric Theory*, 28, pp. 130-178.
- [15] Clemente G.P. e Savelli N. (2014). "Lezioni di Matematica attuariale danni. Dispense per a.a. 2013/2014", Università Cattolica del Sacro Cuore, Milano.
- [16] Clemente G.P. e Savelli N. (2014). "Lezioni di: Tecnica attuariale delle assicurazioni contro di danni a.a. 2014/2015", Università Cattolica del Sacro Cuore, Milano.

- [17] Cramér H. (1928). "On the composition of elementary errors", *Scandinavian Actuarial Journal*, 1928.
- [18] D'Agostino R.B. e Stephens M.A. (1986). "Goodness-of-fit techniques", Marcel Dekker, New York & Basel.
- [19] Daykin C.D., Pentikäinen T. e Pesonen M. (1993). "Practical Risk Theory for Actuaries", *Monographs on Statistics & Applied Probability (Book 53)*, Chapman & Hall, London.
- [20] De Felice M. e Moriconi F. (2015). "Sulla stima degli Undertaking Specific Parameters e la verifica delle ipotesi (versione aggiornata)", *Working papers of the Department of Economics University of Perugia*, 16, novembre 2015.
- [21] Durbin J. e Knott M. (1972). "Components of Cramer-Von Mises statistics, I", *Journal of the Royal Statistical Society, B*, 34, pp. 290-307.
- [22] Durbin J., Knott M. e Taylor C.C. (1975). "Components of Cramer-Von Mises statistics, II", *Journal of the Royal Statistical Society, B*, 37, pp. 216-237.
- [23] Ehlich K., Schwindt M. e Kuschel N. (2012). "Calculation of risk capital using undertaking-specific parameters under Solvency II. Are there alternatives to an internal model?", *Solvency Consulting Knowledge Series, Munich RE*, giugno 2012.
- [24] EIOPA (2011). "Report on the fifth Quantitative Impact Study (QIS5) for Solvency II", marzo 2011 (https://eiopa.europa.eu/Publications/Reports/QIS5_Report_Final.pdf).
- [25] EIOPA (2011). "Calibration of the Premium and Reserve Risk Factors in the Standard Formula of Solvency II. report of the Joint Working Group on Non-Life and Health NSLT Calibration", dicembre 2011 (https://eiopa.europa.eu/Pages/SearchResults.aspx?k=filename:EIOPA-11-163-A-Report_JWG_on_NL_and_Health_non-SLT_Calibration.pdf).
- [26] EIOPA (2014). "The underlying assumption in the Standard Formula for the Solvency Capital Requirement calculation", luglio 2014 (<https://>

//eiopa.europa.eu/Publications/Standards/EIOPA-14-322_Underlying_Assumptions.pdf).

- [27] EIOPA (2014). "Final Report on Public Consultation No. 14/009 on the Implementing Technical Standard (ITS) on the approval procedures for the approval of undertaking-specific parameters", ottobre 2014 (https://eiopa.europa.eu/Publications/Consultations/EIOPA-BoS-14-145_Final-Report-on-CP-14-009-ITS_USP.pdf).
- [28] EIOPA (2014). "Final Report on Public Consultation No. 14/036 on Guidelines on undertaking-specific parameters", novembre 2014 (https://eiopa.europa.eu/Publications/Guidelines/Final_Report_USP_GLs.pdf).
- [29] EIOPA (2015). "Guidelines on undertaking-specific parameters", febbraio 2015 (https://eiopa.europa.eu/Publications/Guidelines/USP_Final_document_EN.pdf).
- [30] EIOPA (2015). "Guidelines on the valuation of technical provisions", febbraio 2015 (https://eiopa.europa.eu/Publications/Guidelines/TP_Final_document_EN.pdf).
- [31] European Commission (2009). Directive 2009/138/EC "Solvency II", novembre 2009 (<http://eur-lex.europa.eu/legal-content/EN/TXT/?uri=CELEX:32009L0138&qid=1444595836368>).
- [32] European Commission (2012). Procedure 2012/0110/COD, maggio 2012 (<http://eur-lex.europa.eu/legal-content/EN/TXT/?uri=COM:2012:0217:FIN>).
- [33] European Commission (2014). Delegated Regulation (EU) 2015/35, ottobre 2014 (<http://eur-lex.europa.eu/legal-content/IT/TXT/PDF/?uri=OJ:L:2015:012:FULL&from=EN>).
- [34] European Commission (2015). Commission implementing regulation (EU) 2015/498, marzo 2015 (http://eur-lex.europa.eu/legal-content/EN/TXT/PDF/?uri=OJ:JOL_2015_079_R_0003&from=EN).

- [35] European Parliament (2010). regulation (EU) No 1094/2010, novembre 2010 (<http://eur-lex.europa.eu/legal-content/EN/TXT/?uri=celex:32010R1094>).
- [36] Floreani A. (2011). "Economia delle imprese di assicurazione", economia, Società editrice il Mulino, Bologna.
- [37] Floreani A. (2013). "Finanza delle imprese di assicurazione", corso di Economia delle aziende di assicurazione II, Università Cattolica del Sacro Cuore, Milano.
- [38] Gibbons J.D. e Subhabrata C. (2014). "Nonparametric Statistical Inference, Fourth Edition: Revised and Expanded", Marcel Dekker, New York.
- [39] Gisler A. (2009). "The Insurance Risk in SST and in Solvency II Modelling and Parameter Estimation", ASTIN Colloquium Helsinki, giugno 2009 (SSRN, versione corretta e aggiornata, dicembre 2015).
- [40] Gisler A. (2013). "Nicht-Leben Versicherungsmathematik", ETHZ HS 2013.
- [41] Huber-Carol C., Balakrishnan N., Nikulin M.S. e Mesbah M. (2002). "Goodness-of-fit Tests and Model Validity", Statistics for industry and technology, Springer, Boston.
- [42] Insurance europe (2013). "Insurance Europe's RAB letter on the non-proportional reinsurance factor", Brussels, maggio 2013.
- [43] IVASS (2014). "Solvency II - Utilizzo dei parametri specifici dell'impresa nei moduli del rischio di sottoscrizione per l'assicurazione vita, per l'assicurazione non vita e per l'assicurazione malattia", prot. n. 51-14-001587, Lettera al mercato, novembre 2014.
- [44] IVASS (2015). "Regolamento IVASS n. 11 del 22 dicembre 2015. regolamento concernente l'utilizzo da parte delle imprese di assicurazione e riassicurazione dei parametri specifici dell'impresa e dei parametri specifici di gruppo nella determinazione del requisito patrimoniale di solvibilità calcolato con la formula standard [...]", dicembre 2015.

- [45] International Actuarial Association (2004). "A Global Framework for Insurer Solvency Assessment: A Report by the Insurer Solvency Assessment Working Party of the International Actuarial Association", publications, papers IAA.
- [46] Jarque C.M. e Bera A.K. (1980). "Efficient tests for normality, homoscedasticity and serial independence of regression residuals", *Economics Letters*, 6(3), pp. 255-259.
- [47] Gel Y.R. e Gastwirth (2008), "A robust modification of the Jarque-Bera test for normality", *Economics Letters*, 99(1), pp. 30-32.
- [48] Klugman S.A., Panjer H.H. e Willmot G.E. (2004). "Loss Models, From Data to Decisions", Wiley series in probability and statistics, Wiley & Sons.
- [49] Lilliefors H.W. (1967). "On the Kolmogorov-Smirnov Test for Normality with Mean and Variance Unknown", *Journal of American Statistical Association*, 62(318), pp. 399-402.
- [50] Mack T. (1993). "Distribution-free Calculation of the Standard Error of Chain Ladder Reserve Estimates", *ASTIN Bulletin*, 23(2), pp. 213-225.
- [51] Mandallaz D. (2014). "Note on the design-based estimation of densities, totals and goodness-of-fit in extensive inventories", ETH Zürich, aprile 2014.
- [52] Massey Jr. e Frank J. (1951). "The Kolmogorov-Smirnov test for goodness of fit", *Journal of the American Statistical Association*, pp. 68-78.
- [53] Mendes M. e Pala A. (2003). "Type I Error Rate and Power of Three Normality Tests", *Pakistan Journal of Information and Technology*, 2(2), pp.135-139.
- [54] Merz M. e Wüthrich M. (2008). "Modelling The Claim Development Result For Solvency Purposes", *CAS E-Forum*, autunno 2008, pp. 542-568.
- [55] Merz M. e Wüthrich M. (2008). "Stochastic Claims Reserving Methods in Insurance", Wiley Finance, 2008.
- [56] Miller R. e Wichern D. (1977). "Intermediate business statistics: analysis of variance, regression, and time series", Holt, Rinehart and Winston, p. 214.

- [57] Murphy D.M. (1994). "Unbiased loss development factors", *proc. CAS*, LXXXI, pp. 154-222.
- [58] Newey W.K, West K. (1987). "A Simple, Positive Semi-definite, Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix", *Econometrica*, 55, pp. 703-708.
- [59] Oztuna D., Elhan A.H. e Tuccar E. (2006). "Investigation of Four Different Normality Tests in Terms of Type I Error Rate and Power Under Different Distributions", *Turkish Journal of Medical Science*, 36(3), pp. 171-176.
- [60] Pestman W.R. (1998). "Mathematical Statistics, an introduction", Walter de Gruyter, Berlin & New York.
- [61] Ramsey J.B. (1969). "Tests for Specification Errors in Classical Linear Least Squares Regression Analysis", *Journal of the Royal Statistical Society Series*, 31(2), pp. 350-371.
- [62] Razali N.M. e Wah Y.B. (2011). "Power comparisons of Shapiro-Wilk, Kolmogorov-Smirnov, Lilliefors and Anderson-Darling tests", *Journal of Statistical Modeling and Analytics*, 2(1), pp. 21-33.
- [63] Romão X., Raimundo D. e Costa A. (2010). "An empirical power comparison of univariate goodness-of-fit tests for normality", *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 80(5), pp. 545-591.
- [64] Rossi E. (2009). "Test diagnostici", *Econometria*, Università di Pavia.
- [65] Rotar V.I. (2014). "Actuarial Models: The Mathematics of Insurance", Chapman & Hall, London.
- [66] Shapiro S.S. e Wilk M.B. (1965). "An Analysis of Variance Test for Normality (Complete Samples)", *Biometrika*, 52(3/4), pp. 591-611.
- [67] Seier E. (2002). "Comparison of Tests for UNivariate Normality. *InterStat Statistical Journal*, 1, pp. 1-17.
- [68] Stephens M.A. (1974). "EDF statistics for goodness-of-fit and some comparisons", *Journal of the American Statistical Association*, 69, pp. 730-737.

- [69] Venter G.G. (1998) "Testing the assumption of age-to-age factors", CAS '98 Proceedings, 1998.
- [70] Verrall R.J. (2000). "An investigation into stochastic claims reserving models and the chain-ladder technique", Insurance: Mathematics and Economics, 26, pp. 91-99.
- [71] Verrall R.J. e England P.D. (2000). "Comments on -A Comparison of Stochastic Models that Reproduce Chain Ladder Reserve Estimates-, by Mack and Venter", Insurance: Mathematics and Economics, 26, pp. 109-111.
- [72] Von Mises R.E. (1928). "Wahrscheinlichkeit, Statistik und Wahrheit", Julius Springer.

Elenco delle figure

1.1	schema del cost of capital approach	23
1.2	misure di rischio VaR e Tail VaR a parità di α	30
1.3	la struttura modulare della Standard Formula di Solvency II	33
1.4	P-P plot del normal model e del lognormal model	54
1.5	scatter plot del normal model (first variance) per il premium risk del segmento MTPL	55
1.6	modelli per premium risk e reserve risk: motor third-party liability .	57
1.7	modelli per premium risk e reserve risk: general liability	58
1.8	modelli per premium risk e reserve risk: credit and suretyship	59
2.1	confronto tra USP e parametri standard per il premium risk	68
2.2	confronto tra USP e parametri standard per il reserve risk	69
3.1	modello di regressione lineare del valore atteso di Y su X	123
3.2	modello di regressione lineare della varianza di Y sul quadrato di X	126
3.3	potenza dei test al variare della numerosità campionaria n e del livello di significatività α	140
3.4	test di Shapiro-Wilk, distribuzione di frequenza del p-value al variare della numerosità campionaria n	142
3.5	loss function e curve di livello per MTPL e GTPL premium risk	144
3.6	loss function e curve di livello per Other auto e Credit premium risk	145
3.7	loss function e curve di livello per MTPL e GTPL reserve risk	146
3.8	loss function e curve di livello per Other auto e Credit reserve risk . .	147
3.9	diagnostica dei modelli time series ($1 \leq j \leq 3$)	151
3.10	diagnostica dei modelli time series ($4 \leq j \leq 7$)	152

3.11 metodo 2: assunzione di indipendenza condotta sui residui del triangolo 3.6	156
4.1 serie storiche dei loss ratio (attesi) e dei run-off ratio	170
4.2 curve di livello delle loss function del metodo 1 USP al lordo e al netto della riassicurazione	172
4.3 parametro specifico netto al variare della priorità	175
4.4 modello di regressione lineare del valore atteso	178
4.5 diagnostica del modello di regressione lineare del valore atteso . . .	181
4.6 modello di regressione lineare della varianza	182
4.7 diagnostica del modello di regressione lineare della varianza	183
4.8 loss function del metodo 1, adeguatezza del metodo della massima verosimiglianza	184
4.9 assunzione di indipendenza del metodo 2	186
4.10 diagnostica dei modelli di regressione time series sul triangolo degli importi lordi ($1 \leq j \leq 3$)	187
4.11 diagnostica dei modelli di regressione time series sul triangolo degli importi lordi ($4 \leq j \leq 7$)	188
4.12 diagnostica dei modelli di regressione time series sul triangolo degli importi netti ($1 \leq j \leq 3$)	189
4.13 diagnostica dei modelli di regressione time series sul triangolo degli importi netti ($4 \leq j \leq 7$)	190

Elenco delle tabelle

1.1	struttura a tre pilastri di Solvency II	15
1.2	metodologie previste da Solvency II per il calcolo dei requisiti di capitale	30
1.3	matrice di correlazione tra moduli degli Atti Delegati	34
1.4	matrice di correlazione tra i sottomoduli del non-life underwriting risk	42
1.5	segmentazione delle obbligazioni di assicurazione e riassicurazione non-life	46
1.6	regioni per il calcolo del fattore di diversificazione geografica	47
1.7	matrice di correlazione tra segmenti	50
1.8	volatility factor market-wide per premium risk e reserve risk	50
1.9	triangoli del costo sinistri pagato (cumulato) e del riservato	59
1.10	fattori standard per premium risk e reserve risk nel QIS5, nella calibrazione del JWG e negli Atti Delegati	61
2.1	processo degli USP: dalla preparazione alla presentazione della domanda di approvazione	75
2.2	requisiti dei dati, domanda e processo di approvazione dei parametri specifici d'impresa	76
3.1	modello di regressione lineare del valore atteso di Y su X	123
3.2	modelli di regressione lineare della varianza di Y	125
3.3	caratteristiche delle distribuzioni utilizzate nell'analisi	138
3.4	tasso di rifiuto per distribuzione lognormale	139
3.5	potenza dei test con numerosità campionaria $n = 100$ al variare della distribuzione e del livello di significatività α	141
3.6	triangolo di run-off degli importi pagati (cumulati)	150

3.7	test sui parametri e bontà di adattamento del time series model per $1 \leq j \leq 7$	150
3.8	schema regressione per individuare effetti diagonali	158
3.9	significatività della regressione con effetti diagonali	158
4.1	numero di sinistri pagati	161
4.2	costo medio dei sinistri pagati	162
4.3	coefficiente di variabilità del costo sinistri (pagato) per antidurata . .	163
4.4	importi pagati lordi (incrementali)	163
4.5	numero di sinistri riservati	164
4.6	costo medio dei sinistri riservati	164
4.7	coefficiente di variabilità del costo sinistri (riservato) per antidurata .	164
4.8	importi riservati lordi	165
4.9	importi pagati netti (incrementali)	166
4.10	importi riservati netti	167
4.11	premi di competenza, costo ultimo e loss ratio (attesi)	169
4.12	impegni valutati all'inizio e a fine esercizio	170
4.13	risultati del metodo 1 USP	171
4.14	risultati del metodo 2 USP	173
4.15	risultati del metodo 1 USP per una compagnia assicurativa di maggiori dimensioni	176
4.16	risultati del metodo 2 USP per una compagnia assicurativa di maggiori dimensioni	176
4.17	undertaking-specific parameters	177
4.18	σ premium & reserve risk	177
4.19	assunzione di linearità del valore atteso	178
4.20	diagnostiche dei residui del modello di regressione lineare del valore atteso	179
4.21	RESET Test di Ramsey sul modello di regressione lineare del valore atteso	179
4.22	assunzione di linearità della varianza	180
4.23	diagnostiche dei residui del modello di regressione lineare della varianza	180

4.24	RESET Test di Ramsey sul modello di regressione lineare della varianza	182
4.25	verifica dell'assunzione di lognormalità	184
4.26	requisito di immaterialità della coda del triangolo di run-off	185
4.27	test sui parametri e bontà di adattamento del time series model per $1 \leq j \leq 7$	187

Ringraziamenti

Desidero anzitutto ringraziare il Professor Nino Savelli. Il suo contributo non si è limitato a quello canonico previsto dal ruolo di relatore e le sue indicazioni sono state in più di un'occasione indispensabili per la redazione dei capitoli dedicati alle analisi di natura statistico-attuariale.

Il Professor Alois Gisler ha dimostrato una non comune disponibilità, dedicando parte del suo tempo ad ascoltare e valutare gli approfondimenti teorici sui modelli matematici.

Il Professor Paul Embrechts ha favorito e autorizzato la mia permanenza di ricerca al Politecnico federale di Zurigo.