

**UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI FIRENZE**

**FACOLTA' DI ECONOMIA**

**CORSO DI LAUREA SPECIALISTICA IN  
SCIENZE ATTUARIALI**

**TESI DI LAUREA SPECIALISTICA IN  
TECNICA ATTUARIALE DELLE ASSICURAZIONI CONTRO I DANNI**

TITOLO DELLA TESI

**METODOLOGIE DI PRICING**

**PER LE RIASSICURAZIONI NON PROPORZIONALI:**

**IL MODELLO DI PARETO**

Relatore: Chiar.mo Prof.  
Fabio Grasso

Tesi di laurea di:  
Davide Canestraro

A.A. 2005/2006

ai miei Genitori,  
al loro Amore,  
cui semplicemente  
devo tutto

*Davide*

# SOMMARIO

<b>PREMESSA</b>	<b>5</b>
<b>INTRODUZIONE</b>	<b>6</b>
<b>1. CENNI STORICI SULLA RIASSICURAZIONE</b>	<b>8</b>
1.1 LA NASCITA DEI RIASSICURATORI PROFESSIONALI	12
<b>2. LA RIASSICURAZIONE: ASPETTI GENERALI</b>	<b>14</b>
2.1 DEFINIZIONE E SCOPI PRINCIPALI	14
2.2 CONFRONTO CON LA COASSICURAZIONE	17
2.3 FORME CONTRATTUALI	19
2.4 TIPOLOGIE DI RIASSICURAZIONE	22
<b>3. RIASSICURAZIONI PROPORZIONALI</b>	<b>25</b>
3.1 QUOTA SHARE	25
3.2 SURPLUS	29
<b>4. RIASSICURAZIONI NON-PROPORZIONALI</b>	<b>35</b>
4.1 RIASSICURAZIONI EXCESS OF LOSS	35
4.1.1 RIASSICURAZIONE PER RISK XL	36
4.1.2 RIASSICURAZIONE PER EVENT XL E CATASTROPHE XL	38
4.1.3 RIASSICURAZIONE AGGREGATE XL	47
4.2 RIASSICURAZIONE STOP-LOSS	48
4.3 CONDIZIONI CONTRATTUALI	51
4.4 RIASSICURAZIONE E.CO.MO.R.	62
<b>5. IL PREMIO</b>	<b>65</b>
5.1 SCOMPOSIZIONE DEL PREMIO	65
5.2 METODI DI CALCOLO DEL PREMIO DI RISCHIO	67
<b>6. IL MODELLO DI PARETO</b>	<b>71</b>
6.1 DEFINIZIONE E COSTRUZIONE DEL MODELLO	71
6.2 STIMA DELLA FREQUENZA DI SINISTROSITÀ DEL PORTAFOGLIO	79
6.3 STIMA DEL VALORE ATTESO DEL SINISTRO	81
6.4 STIMA DEL PREMIO DI RISCHIO	85
6.5 ESTRAPOLAZIONE DEL PREMIO DI RISCHIO PER ULTERIORI LAYERS	86

<b><u>7. CONCLUSIONI</u></b>	<b><u>89</u></b>
<b><u>APPENDICE 1: PROCEDURA MAPLE</u></b>	<b><u>90</u></b>
<b><u>APPENDICE 2: ALCUNE CIFRE</u></b>	<b><u>100</u></b>
<b><u>BIBLIOGRAFIA</u></b>	<b><u>104</u></b>
<b><u>GLOSSARIO</u></b>	<b><u>106</u></b>
<b><u>ELENCO DELLE FIGURE</u></b>	<b><u>109</u></b>

## Premessa

Un “*infinito ed infinibile*” ringraziamento va ai miei Genitori, a cui dedico questo traguardo, quelli passati e quelli futuri.

Sento inoltre il dovere di dire grazie a tutte le persone che hanno avuto ed hanno fiducia in me, ai docenti che mi hanno incoraggiato lungo tutto il percorso fin qui compiuto ed ai membri del Dipartimento di Matematica per le Decisioni dell'Università degli Studi di Firenze, in particolare nella persona del Professor Augusto Bellieri dei Belliera, anche in qualità di correlatore della presente tesi.

*Last but not least* un sincero grazie al chiarissimo relatore Professor Fabio Grasso, che più volte mi ha aiutato ad indirizzare i miei studi e che mi ha guidato in questo lavoro.



## Introduzione

Scopo principale di questa trattazione è quello di presentare uno degli aspetti usualmente meno noti del settore assicurativo: i rapporti di riassicurazione. In particolare, ci occuperemo di descrivere, nell'ambito delle riassicurazioni non proporzionali per i rami danni, le principali metodologie di *pricing* applicate nella prassi dei rapporti tra assicuratore e riassicuratore, quindi concluderemo presentando nei dettagli il modello di Pareto, obiettivo finale della nostra analisi e metodo in grado di coniugare flessibilità d'impiego e semplicità di lettura.

Per realizzare quanto detto, il presente lavoro è stato articolato nel modo seguente:

- ◆ Nel capitolo 1 è riassunta la storia dei contratti riassicurativi, che vede dapprima il nascere di accordi aventi uno scopo pressoché speculativo e successivamente, con l'evolversi dei rapporti contrattuali in forme più stabili e strutturate, la nascita e lo sviluppo della figura del riassicuratore professionale.
- ◆ Il capitolo 2 è dedicato alla presentazione degli aspetti generali di tutte le forme di riassicurazione, che costituiscono il mezzo principale con cui una società di assicurazione, che ha come attività precipua l'assunzione dei rischi da soggetti tipicamente avversi, soddisfa a sua volta la necessità di ricevere una copertura per fronteggiare parte dell'esposizione accumulata, contro il pagamento di un premio di riassicurazione. Saranno qui definite a grandi linee anche le diverse tipologie contrattuali con cui è possibile attuare questa copertura, tipologie che verranno singolarmente trattate in dettaglio nei capitoli successivi.
- ◆ E' con il capitolo 3 che sono analizzate le due principali forme di riassicurazione di tipo proporzionale, il *quota share* ed il *surplus*. Oltre alla descrizione iniziale ed alla successiva schematizzazione matematica è proposto anche un esempio concreto per entrambe le tipologie presentate.
- ◆ Con il capitolo 4 introduciamo i protagonisti della nostra analisi, i contratti riassicurativi di tipo non proporzionale, attraverso una scissione in due grandi categorie: *excess of loss* e *stop loss*. Dopo aver caratterizzato e discusso ciascuna tipologia, alcune esemplificazioni consentono di visualizzare meglio, anche con

l'impiego di grafici, le differenze, da un punto di vista operativo, tra le modalità interessate. Il capitolo si conclude con l'esposizione delle principali condizioni contrattuali, che possono incidere anche in maniera rilevante sulla cessione dei rischi, e con l'illustrazione di una particolare forma di copertura, l'E.CO.MO.R., che presenta caratteristiche del tutto innovative rispetto alle altre forme.

- ◆ Il capitolo 5 ci consente di entrare nel vivo della trattazione, in quanto è qui che vengono introdotte, dopo una sintetica scomposizione del premio, le metodologie di *pricing* che ci permettono di calcolare il premio di rischio per un trattato di riassicurazione non proporzionale.
- ◆ Nel capitolo 6 mostreremo in dettaglio come sia possibile, tramite un modello matematico, il modello di Pareto nel nostro caso, effettuare il *pricing* di una copertura *excess of loss*. La schematizzazione matematica procederà di pari passo con un'esemplificazione guida che ci permetterà di assistere all'intero processo di stima del premio, a partire da alcuni dati di sinistrosità e procedendo per *steps* successivi fino alla valutazione della stima del premio di rischio. Sarà infine proposta un'estensione utilizzata nella prassi per effettuare il *pricing* di contratti per cui è noto il premio relativamente ad un'altra fascia di copertura.
- ◆ Infine, le conclusioni circa il lavoro svolto sono tratte nel capitolo 7.

Nella parte finale della presente trattazione sono state inoltre inserite due appendici, la prima dei quali illustra alcune implementazioni, in ambiente Maple, di procedure per il calcolo delle quantità descritte nel capitolo sesto, procedure che consentono, attraverso la semplice modifica dei dati di *inputs*, di stimare immediatamente il premio per il rischio secondo il metodo di Pareto; la seconda appendice riguarda invece la situazione del mercato riassicurativo alla data di svolgimento del presente lavoro, presentata attraverso alcune recenti rilevazioni.

La trattazione si chiude con una sintetica bibliografia, dove è citato il materiale adottato o comunque di utile esame per chiarimenti e approfondimenti sulle tematiche qui trattate, che precede un glossario di pratica consultazione, per i principali termini tecnici impiegati in queste pagine, ed un comodo indice numerato delle figure.



# 1. Cenni storici sulla riassicurazione

Le origini storiche dei contratti di riassicurazione si desumono da fonti frammentarie che determinano un'incertezza sulle date; ciò che è certo invece è che i commercianti ed assicuratori che per primi, come vedremo, fecero ricorso alla riassicurazione, non disponevano delle moderne conoscenze attuariali<sup>1</sup> ma si ispirarono al buon senso, seppur affidandosi principalmente al loro istinto.

Senza dubbio possiamo affermare che nel XIV secolo la pratica della riassicurazione era già diffusa nelle repubbliche marinare italiane, in quanto alcuni documenti dell'epoca, tra cui un'Ordinanza di Pisa, testimoniano un caso di riassicurazione marittima secondo cui nel 1370 un commerciante, assicuratore d'occasione, dopo aver assicurato un carico da Genova a Sluys nelle Fiandre, ricorse alla riassicurazione per il tratto del viaggio che da Cadice portava a Slyus.

Una stessa origine dunque accomuna assicurazione e riassicurazione: entrambe nascono come strumenti a cui fare ricorso nel commercio marittimo, sebbene l'assicurazione marittima preceda di molto la riassicurazione, considerando che i suoi albori si fanno risalire a prima del cristianesimo.

E' la preoccupazione circa l'esito dell'affare, intervenuta dopo la conclusione del contratto di assicurazione, il movente della riassicurazione nei suoi primordi. Questa conclusione si può trarre osservando un documento pubblicato nel 1671, il "Guidon de la Mer"<sup>2</sup>, che individua il "pentimento e la paura" come motivi legittimi per contrarre una riassicurazione.

Le indicazioni contenute in detto documento furono successivamente codificate dal sovrano francese Luigi XIV, noto anche come il Re Sole, nell'"Ordinance de la Marine" del 1681, che contiene, in nuce, i principi cardine in ambito legislativo della moderna assicurazione trasporti.

---

<sup>1</sup> Basti pensare che la legge dei grandi numeri fu formulata per la prima volta da Jakob Bernoulli intorno al 1700.

<sup>2</sup> Una "Guida del Mare" contenente regole ed usanze relative alla navigazione e all'assicurazione marittima, presumibilmente redatta da un Comitato di mercanti di Rouen.

Le notizie relative all'evoluzione storica scarseggiano fino alla fine del 1700. Di questo periodo iniziale sappiamo unicamente che la pratica riassicurativa era relativa a singoli casi ed era esercitata da commercianti o da banchieri nei confronti di altri commercianti o banchieri che avevano coperto rischi marittimi e che successivamente ritenevano la loro esposizione troppo gravosa.

Negli anni fra il 1300 ed il 1700 il centro dell'attività assicurativa in generale si spostò dalle repubbliche marinare italiane a Londra, fenomeno questo legato soprattutto all'immigrazione di negozianti italiani, i "Lombardi".

A Londra la storia dell'attività di copertura dei rischi è strettamente legata alle vicende di un istituto, destinato a diventare famoso in tutto il mondo, cui diede origine un caffettiere, Edward Lloyd, il quale, intorno al 1670 aprì nella città una bottega che divenne da subito punto di ritrovo di gente di mare e quindi di raccolta e poi diffusione di notizie di carattere mercantile. Fu intorno a questo centro che si sviluppò un vero e proprio mercato di assicurazione marittima, sebbene, come accennato all'inizio di questa nostra introduzione storica, la riassicurazione ma anche l'assicurazione dell'epoca, praticate da singoli individui del tutto privi delle basi tecniche e di rilevazioni statistiche, costituissero più una sorta di scommessa che il contratto cui siamo abituati a pensare oggi.



**Figura 1 - L'antica sala delle sottoscrizioni**

Questo carattere speculativo che contraddistinse queste forme assicurative comportò che oltre ai cosiddetti “sottoscrittori” seri e affidabili, molti individui con intenzioni fraudolente dessero vita a pratiche prive di effettivo valore.

E' in questo contesto che va letta e trova giustificazione la famosa legge promulgata nel 1745 dal Re Giorgio II d'Inghilterra, la quale, volendo porre fine a questa tendenza, sempre più diffusa, dichiarò illegali certe assicurazioni marittime<sup>3</sup> e interdisse la riassicurazione salvo in caso di morte, di insolvenza o di bancarotta dell'assicuratore originale.

Questa proibizione circa la riassicurazione marittima restò in vigore in Inghilterra per oltre un secolo e fu revocata solo nel 1864.

Nel frattempo sorsero in Europa ed in America, a partire dalle prime decadi del XVIII secolo, le prime compagnie di assicurazione, che vennero a sostituirsi ai mercanti ed ai banchieri che fino ad allora, con quello spirito d'avventura cui si accennava prima, avevano praticato l'assicurazione. Occorre attendere quasi un altro secolo affinché si

---

<sup>3</sup> Si fa riferimento alle polizze indipendenti dalla prova di esistenza di un interesse assicurabile, le cosiddette “policy proof of interest”.

possa assistere all'implementazione, in via sistematica, della riassicurazione in queste imprese di solida struttura.

Fra il 1820 ed il 1830 compare quello che per lungo tempo sarà il solo metodo di riassicurazione in uso, vale a dire la forma facoltativa, che vedeva coinvolte sul continente europeo compagnie di assicurazione che, in merito al ramo incendi, si offrivano reciprocamente una parte dei rischi reputati oltre la loro capacità di conservazione. Queste convenzioni avevano un preciso fondamento tecnico: le ancor giovani compagnie non potevano vantare portafogli di entità tali da soddisfare a pieno la legge dei grandi numeri, cosicché il loro equilibrio poteva risultare più saldo in conseguenza al cumulo di nuovi affari non correlati con i rischi assunti in proprio.

All'intenso sviluppo economico cominciato alla fine del XVIII secolo e proseguito con crescente intensità dal XIX secolo, che ha comportato lo sviluppo dell'industria, del commercio, la trasformazione delle tecnologie e la diffusione di nuovi beni, ha fatto seguito una crescente domanda di assicurazione ed un aumento delle stesse somme assicurate. Questo processo a sua volta ha determinato una maggiore necessità, da parte dell'assicuratore, di richiedere il concorso del riassicuratore non più in isolate circostanze eccezionali ma come strumento regolare, parte integrante del proprio *business*.

Tali necessità non erano più soddisfatte a pieno dalla forma facoltativa, fino ad allora predominante, poiché richiedeva, naturalmente, la continua definizione degli atti amministrativi con il conseguente ritardo nella stipula del contratto.

Nasce quindi un nuovo strumento, capace di far fronte alle esigenze moderne: il trattato di riassicurazione; con questo congegno l'assicuratore resta coperto per la parte stabilita nel trattato di tutte le assicurazioni, rientranti in determinate caratteristiche, da lui accettate.

Un esempio storico di trattato di riassicurazione può essere individuato nel contratto datato 1821 concluso tra la "Compagnia Royale" di Parigi e la compagnia belga "Les Propriétaires Réunis". Mentre la forma facoltativa cedeva sempre maggiori spazi alla nascente forma del trattato, una nuova preoccupazione turbava le compagnie di assicurazione dell'epoca che ricorrevano a questo strumento; i trattati del periodo

comportavano, a differenza di quelli odierni, tutta una serie di obblighi concernenti la registrazione dei rischi ceduti, che venivano trasferiti, con la necessaria dovizia di dettagli, al riassicuratore. Questa pratica ingenerava dubbi circa possibili azioni concorrenziali che la rivelazione dell'identità della propria clientela poteva provocare.

Inizialmente a questa preoccupazione si fece fronte ricorrendo, in via preferenziale, a compagnie di assicurazione estere, verso le quali la collocazione dei rischi e quindi delle relative informazioni appariva meno esposta al rischio di un utilizzo a scopo concorrenziale; inoltre i trattati erano generalmente reciproci, sempre per tutelarsi dal suddetto rischio.

### *1.1 La nascita dei riassicuratori professionali*

Nonostante l'adozione di queste precauzioni, le compagnie cedenti continuarono a temere manomissioni del proprio portafoglio derivanti dal trasferimento dei cosiddetti elenchi di riassicurazione. E' da ricercare in questo contesto la spinta evolutiva che portò, verso la metà dell'Ottocento, alla creazione di apposite società di riassicurazione, non più legate ad un'unica, specifica compagnia di assicurazione, capaci di prestare il proprio servizio senza destare il genere di preoccupazioni derivanti da una possibile concorrenza, in quanto tali società gestivano esclusivamente affari indiretti.

Un ulteriore impulso alla nascita dei riassicuratori professionali fu dato dall'incendio che colpì la città tedesca di Amburgo nel 1842, provocando danni per 18 milioni di marchi tedeschi, quando il fondo locale per il rischio d'incendi disponeva di una riserva di appena 500.000 marchi tedeschi. Questo episodio pose chiaramente in luce la necessità di distribuire tra più entità, capaci di coprire con le proprie riserve eventuali danni, i rischi derivanti dai portafogli da loro assunti.

Nasce così la prima compagnia di riassicurazione, la "Cologne Reinsurance Company"<sup>4</sup>, fondata nel 1846 ed ancora oggi forte società sul mercato.

---

<sup>4</sup> La denominazione originale era "Koelnische Rueckversicherungs-Gesellschaft".

Successivamente sorsero altre società di riassicurazione, a cominciare dalle tedesche “Aachen Re”, fondata nel 1853, e “Frankfurt Re” nata nel 1857; fu poi la volta della Svizzera, nella quale nel 1863, a Zurigo, prese vita la “Swiss Reinsurance Company”, una delle più importanti compagnie di riassicurazione del mondo che, agli inizi del XXI secolo, si colloca fra le prime tre società di riassicurazione professionale per volume dei premi netti.

Ad oggi, il mercato della cessione dei rischi è conteso tra compagnie di assicurazione, che hanno intensificato la loro capacità riassicurativa, riassicuratori professionali, conteggiati da Standard and Poor’s in oltre 200 società nel mondo, ed i Lloyds di Londra.



**Figura 2 - Edificio dei Lloyd's e la torre ovale della Swiss Re a Londra**

## 2. La riassicurazione: aspetti generali

### 2.1 Definizione e scopi principali

Occorre anzitutto fornire una definizione, che andremo ad arricchire nel seguito, di cosa si intende per riassicurazione: utilizzeremo questo termine per indicare un rapporto di tipo contrattuale il cui oggetto è il trasferimento, verso il pagamento di un premio, di parte dei rischi assunti da un assicuratore diretto<sup>5</sup>, il soggetto cedente, ad un secondo soggetto, detto cessionario, che può essere un altro assicuratore che svolge anche lavoro indiretto oppure un riassicuratore professionale.

Tale definizione pone in luce una peculiarità di questo tipo di contratto, vale a dire che la riassicurazione non può configurarsi di per sé sola, ma sussiste in forza di un altro, precedente contratto, cioè il rapporto intervenuto tra assicurato e assicuratore. Volendo schematizzare oltremisura, potremmo dire che la riassicurazione altro non è che “l’assicurazione degli assicuratori”.

Lo stesso meccanismo che provoca il ricorso, da parte dei soggetti detentori di rischi, a forme di copertura assicurativa, vale a dire il bisogno, dettato dalla propria avversione al rischio, di trasferire parte dell’aleatorietà insita negli eventi ad un soggetto terzo che in cambio del pagamento di un premio per il rischio assunto offre la copertura richiesta, è alla base anche del rapporto riassicurativo.

Ulteriori e precipui motivi che danno vita al bisogno di riassicurarsi possono essere individuati nella specificità dell’attività assicurativa e nella legislazione che la regola.

In particolare, primo obiettivo che la riassicurazione è chiamata a raggiungere è la protezione della solvibilità della compagnia cedente, obiettivo noto sotto il nome di *balance sheet protection*. Teoricamente è infatti possibile mostrare come, sotto

---

<sup>5</sup> La copertura dei rischi provenienti direttamente dagli assicurati è usualmente detta lavoro diretto, in contrapposizione con quello indiretto che ha per oggetto rischi non derivanti dalle acquisizioni dirette dagli assicurati.

opportune ipotesi, un determinato programma di riassicurazione sia in grado di minimizzare la probabilità di rovina a cui è esposto l'assicuratore.

Questo tipo di protezione è fornita ad esempio dalle coperture riassicurative contro i danni catastrofali, che, come vedremo in dettaglio nel seguito, forniscono elevati limiti di copertura contro il rischio di un accumulo di sinistri da una collettività di contratti tutti esposti allo stesso evento.

Un ulteriore beneficio che l'assicuratore può trarre dalla riassicurazione è legato, come accennavamo in precedenza, alla legislazione operante ad esempio in Europa e nel Regno Unito. Le leggi ivi vigenti impongono infatti un requisito circa il minimo margine di solvibilità che la compagnia di assicurazione deve disporre in proporzione al volume di affari che intende sottoscrivere (all'aumentare del volume degli affari deve crescere anche l'ammontare delle attività libere da impegni che possono concorrere a formare il margine di solvibilità), ma prevedono anche la possibilità di ridurre questo requisito che vincola le disponibilità finanziarie delle compagnie, se queste ultime ricorrono alla riassicurazione. Questa concessione però è chiaramente limitata, basti pensare al caso dell'Italia, dove, attraverso il recepimento della normativa europea<sup>6</sup> attuato con l'emanazione del decreto legislativo del 3 Novembre 2003, n.307, il legislatore ha stabilito che la riassicurazione non può ridurre di oltre il 15% l'esigenza di margine di solvibilità calcolata sulle riserve matematiche relative al ramo assicurativo del settore vita oggetto della riassicurazione, mentre è invece pari al 50% il limite per quanto riguarda i capitali sotto rischio; per le assicurazioni operanti nei rami danni invece, sempre il 50% è il valore massimo consentito sia per il rapporto "sinistri conservati su sinistri complessivi", che permette la riduzione del minimo margine di solvibilità qualora questo sia calcolato in funzione dell'onere medio dei sinistri, sia per il rapporto "sinistri pagati ed a riserva che restano a carico dell'assicuratore su sinistri lordi complessivi", con cui è ridotto il requisito del minimo margine di solvibilità qualora il corrispondente calcolo sia operato in funzione dell'ammontare annuo dei premi.

---

<sup>6</sup> Il riferimento è alle direttive 2002/12/CE e 2002/13/CE concernenti il margine di solvibilità delle imprese di assicurazione, rispettivamente, sulla vita e nei rami diversi dall'assicurazione sulla vita (cioè i rami danni).

Occorre poi considerare che attraverso il ricorso alla riassicurazione una compagnia riesce ad incrementare la sua capacità di assunzione dei rischi, sia in termini di un maggior numero di rischi coperti, sia in termini dell'accettazione di rischi di maggiore entità. Questa incrementata capacità di partecipazione in affari precedentemente fuori portata, fa guadagnare la compagnia anche sotto l'aspetto del prestigio sui mercati in cui opera, consentendole così di spuntare migliori condizioni al momento della stipula delle condizioni dei futuri contratti.

Sempre in quest'ottica e continuando l'esposizione dei vantaggi che la riassicurazione porta dal punto di vista del soggetto cedente, una compagnia quotata può avere interesse acciocché il suo risultato d'esercizio appaia di anno in anno in linea con il flusso formato dai risultati degli anni precedenti, in quanto improvvisi, negativi scostamenti possono provocare forti reazioni sul mercato azionario e dunque sugli *stakeholders* della stessa azienda. Una copertura assicurativa avente come scopo quello di stabilizzare tale valore può essere dunque ben vista dagli assicuratori che preferiscono profitti leggermente inferiori ma costanti nel medio-lungo periodo.

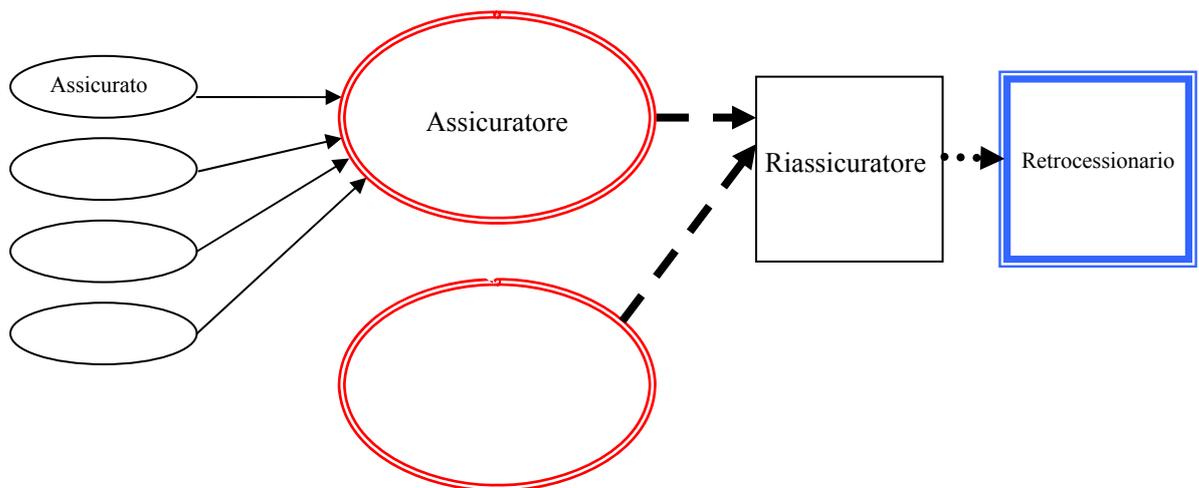
Inoltre, anche le commissioni di riassicurazione che spesso sono versate dal riassicuratore al riassicurato, sia che si tratti di *ceding commission* che di *profit commission* come vedremo successivamente, apportando denaro liquido possono essere di grande aiuto per imprese di piccole dimensioni o per società appena sorte.

I vantaggi della riassicurazione non sono però circoscritti unicamente a considerazioni di tipo prettamente economico, in quanto un ulteriore valore aggiunto è riferibile all'esperienza ed alle competenze tecniche che un'impresa di riassicurazione è in grado di apportare nelle situazioni dove la compagnia cedente si troverebbe altrimenti in difficoltà, ad esempio l'esperienza può essere relativa a regioni geografiche di nuova copertura per l'assicuratore, mentre le competenze tecniche delle grandi società riassicuratrici possono essere di ausilio nell'investimento dei capitali, nella scelta dello staff manageriale, etc.

Per concludere quest'analisi introduttiva, pare opportuno chiarire che il processo riassicurativo non rappresenta necessariamente l'ultima fase del ciclo della cessione dei rischi, in quanto anche le imprese di riassicurazione a loro volta possono, per i

motivi sopra esposti, avere interesse a trasferire parte dei rischi assunti. Questa necessità sfocia nel rapporto di retrocessione, anche detto riassicurazione di secondo livello, che vede coinvolti un riassicuratore nel ruolo di soggetto retrocedente ed un altro riassicuratore nel ruolo del soggetto retrocessionario<sup>7</sup>.

Lo schema seguente illustra un esempio di possibile ciclo di distribuzione del rischio.



**Figura 3 – Distribuzione dei rischi**

## *2.2 Confronto con la coassicurazione*

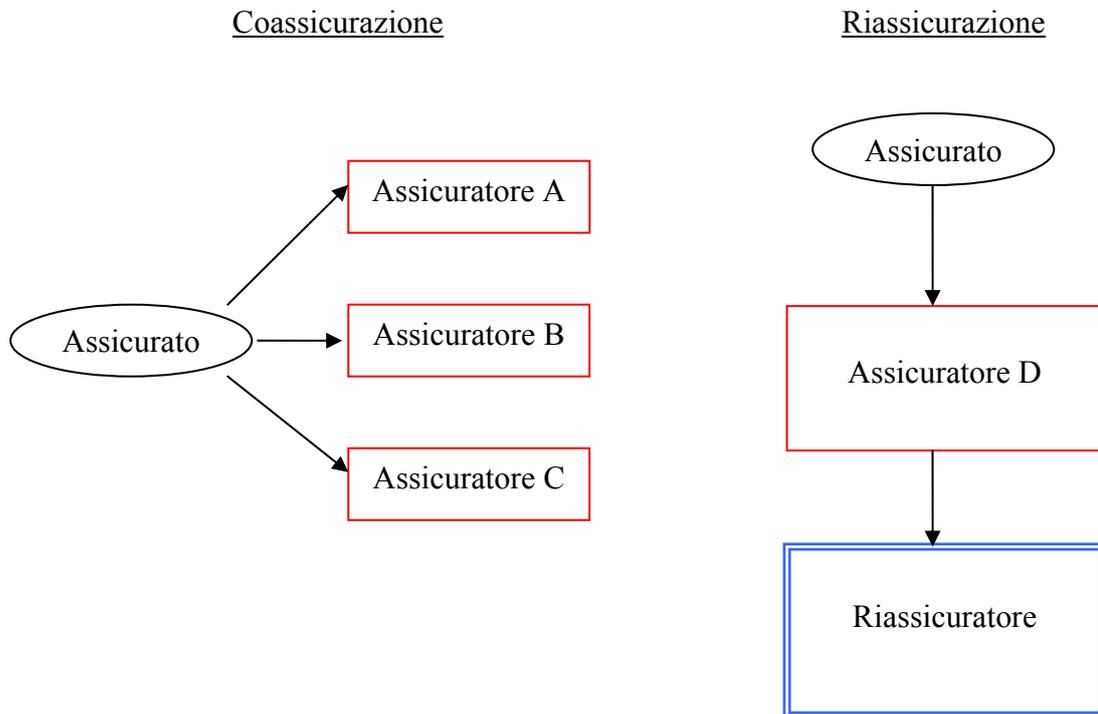
Un metodo alternativo alla riassicurazione, attraverso il quale è possibile conseguire una condivisione dell'esposizione al rischio, è la cosiddetta coassicurazione. Quest'ultima forma contrattuale prevede che l'assicuratore assuma il rischio, trasferitogli dall'assicurato, in compartecipazione con altri assicuratori, che prendono il nome di coassicuratori. Attraverso questo meccanismo si realizza un trasferimento del rischio su base orizzontale, nel senso che è attuato all'epoca di stipulazione del contratto, in contrasto con quanto accade nella riassicurazione, dove il trasferimento è

---

<sup>7</sup> Anche il retrocessionario può a sua volta retrocedere parte del rischio assunto, ricorrendo ad un contratto che prende ancora il nome di retrocessione.

su base verticale, in quanto si concretizza mediante un successivo trasferimento a cascata dei rischi assunti al momento della stipula.

Lo schema successivo propone un esempio delle due differenti tipologie di accordo.



**Figura 4 – Coassicurazione e Riassicurazione a confronto**

La differenza fondamentale tra i due contratti risiede nel tipo di rapporto che l'assicurato ha con il suo od i suoi assicuratori. Infatti, con riferimento allo schema, nel caso di un accordo di tipo coassicurativo, esiste un unico contratto che lega l'assicurato con gli assicuratori A,B e C, e l'assicurato è a conoscenza di questo tipo di rapporto, che risulta evidente dal contratto stesso.

Nel caso della riassicurazione invece l'assicurato ha stipulato un contratto che coinvolge unicamente l'assicuratore, ed è quest'ultimo ad aver dato vita, indipendentemente dalla volontà del soggetto assicurato che generalmente non ne è a conoscenza, ad un successivo trasferimento dei rischi che ha coinvolto il riassicuratore.

La differenza diventa evidente nel caso in cui si verifichi un sinistro: nella coassicurazione l'assicurato potrà chiedere le prestazioni previste a ciascun assicuratore limitatamente alla rispettiva percentuale di copertura, non essendoci una responsabilità in solido per eventuali insolvenze fra i vari assicuratori; nella riassicurazione invece l'assicurato chiederà all'assicuratore la corresponsione della prestazione per intero, sarà quest'ultimo che dovrà rivalersi successivamente sul riassicuratore, di cui dovrà in prima persona sopportare l'eventuale rischio di *default*.

Infine, si segnala che i contratti stipulati dai Lloyd's di Londra si rifanno tipicamente al rapporto coassicurativo, da cui il motto "*each to his (or her) own*".

### 2.3 *Forme contrattuali*

L'accordo di riassicurazione può essere stipulato secondo una delle quattro seguenti modalità:

- ◆ facoltativa
- ◆ obbligatoria
- ◆ facoltativa-obbligatoria o "facob"<sup>8</sup>
- ◆ obbligatoria-facoltativa

Nella riassicurazione facoltativa oggetto del trasferimento è il singolo contratto, che di volta in volta viene selezionato per le specifiche caratteristiche dall'assicuratore. Sono discusse quindi per ciascun contratto le condizioni per la riassicurazione, sebbene il riassicuratore possa decidere di non accettare determinati rischi.

La forma facoltativa è stata la prima modalità ad aver caratterizzato i rapporti riassicurativi; ad oggi però questa forma è utilizzata principalmente come prima linea della strategia di trasferimento ed in modo complementare alla riassicurazione obbligatoria, che risulta più efficiente per molte tipologie di rischi. Un assicuratore diretto ricorre dunque al facoltativo per due motivi:

---

<sup>8</sup> Detta anche *oper-cover*.

- quando intende riassicurare una parte di un contratto che eccede i limiti previsti dalla forma obbligatoria stipulata;
- quando ha accettato una polizza contenente dei rischi che sono esclusi dalla copertura offerta dalla forma obbligatoria.

La compagnia cedente, al fine di evitare di dover cercare ogni volta operatori pronti a ricevere il rischio ed a farlo a condizioni ritenute accettabili, può decidere di assumere un impegno preventivo sulla disciplina della cessione dei rischi concordato con il riassicuratore. Questa modalità è detta riassicurazione obbligatoria, poiché tutti i contratti che rientrano nelle specifiche prestabilite nell'impegno di cui sopra, devono essere obbligatoriamente ceduti da parte dell'assicuratore diretto al riassicuratore che ha, a sua volta, l'obbligo di accettare la loro copertura.

L'accordo tra le due parti che regola il trasferimento dei rischi prende il nome di trattato di riassicurazione, in particolare nella forma obbligatoria si parla di trattato automatico, per quanto visto sopra circa gli impegni degli operatori.

Nel trattato di riassicurazione trovano definizione i vari aspetti della copertura, tra cui:

- la data di inizio e quella di scadenza del contratto;
- i limiti della copertura in termini di ritenzione e di portata;
- i territori coperti dal trattato;
- ogni esclusione dalla copertura;
- l'importo del premio di riassicurazione;
- gli accordi per il pagamento del premio;
- le commissioni di riassicurazione;
- la clausola di arbitrato;
- etc.

Tra gli elementi citati, pare opportuno riprenderne alcuni per chiarire brevemente il loro significato nel contesto riassicurativo. Con il termine ritenzione si indica la parte del rischio che resta a carico del soggetto cedente, mentre la portata delimita l'impegno del cessionario, che riguarda esclusivamente la parte dei rischi riferita agli importi non eccedenti tale soglia.

Un chiarimento è poi dovuto circa le commissioni di riassicurazione, già citate in precedenza e distinte in:

- *ceding commission*;
- *profit commission*.

Le *ceding commission* sono dovute dal cessionario al cedente in considerazione dei costi di acquisizione e delle provvigioni da questo sostenuti. Le *profit commission* costituiscono invece un'ulteriore indennità riconosciuta al cedente a seguito di risultati particolarmente positivi per il riassicuratore derivanti dal trattato.

Nel seguito faremo riferimento alla somma algebrica delle due, riferendoci genericamente a commissioni di riassicurazione.

Infine, nei trattati è usualmente inclusa una clausola volta a regolare il comportamento dei soggetti interessati in caso di controversie, la cosiddetta clausola dell'arbitrato. Questa clausola, in linea con il principio di "*uberrima fides*", cioè di massima buona fede tra le parti contraenti, che è a base dell'intero rapporto, prevede che in caso di disputa questa sia risolta attraverso un collegio arbitrale composto solitamente da tre membri<sup>9</sup> scelti tra persone competenti in materia di assicurazione e di riassicurazione che prendono decisioni vincolanti per le parti<sup>10</sup>, evitando in questo modo il ricorso ai procedimenti giudiziari normalmente previsti dalla legge, anche perché così facendo le controversie non diventano di pubblico dominio e le informazioni restano celate all'interno delle compagnie coinvolte.

Per quanto concerne invece le strutture negoziali miste, la forma facob riconosce all'assicuratore la facoltà di cedere i rischi che ritiene opportuni mentre il riassicuratore è obbligato ad accettare tutti i rischi offertigli dal cedente non appena questi rientrano nelle condizioni previste dal trattato, che anche in questo caso è la forma contrattuale alla base del rapporto. Come si comprende immediatamente, questa modalità espone il riassicuratore ad un possibile rischio di antiselezione in considerazione del quale praticherà premi maggiori rispetto ad un trattato automatico.

---

<sup>9</sup> Ogni soggetto nomina un membro di parte ed i due arbitri così designati trovano l'accordo su un terzo arbitro.

<sup>10</sup> Nel trattato è spesso specificato che tali decisioni, prese dal collegio arbitrale secondo equità, non potranno essere impugnate dalle parti.

La modalità obbligatoria-facoltativa si presenta come speculare alla precedente, cioè le parti giocano a ruoli invertiti: l'assicuratore deve cedere le quote di ogni rischio rientrante nel trattato, mentre il riassicuratore ha facoltà di accettarne o meno la copertura.

Nel seguito, se non diversamente indicato, faremo riferimento a riassicurazioni stipulate nella forma di trattati obbligatori.

Precisiamo inoltre che in questo lavoro ci occuperemo delle forme di riassicurazione in uso per i rami danni, quindi le coperture analizzate prevedranno prestazioni esclusivamente di tipo risarcitorio, non rientrando nell'oggetto della trattazione le assicurazioni malattia.

## *2.4 Tipologie di riassicurazione*

A prescindere dalle varie forme contrattuali analizzate in precedenza, possiamo distinguere due grandi macroclassi di rapporti riassicurativi:

- ◆ le riassicurazione proporzionali;
- ◆ le riassicurazione non-proporzionali.

Le forme proporzionali in generale sono utilizzate per ridurre la scala dell'esposizione al rischio e conseguentemente quella dei risarcimenti dovuti. Infatti, attraverso qualsiasi categoria di riassicurazione proporzionale, l'assicuratore ed il riassicuratore concordano un rapporto che sarà utilizzato per ripartire sia i premi che gli eventuali risarcimenti; questo rapporto, come vedremo nel capitolo successivo, può essere lo stesso per ogni rischio coperto dal contratto oppure può variare da rischio a rischio. Si sottolinea invece fin da adesso che in ogni caso la quota del premio da cedere al riassicuratore è direttamente legata al suo impegno a pagare i futuri risarcimenti, secondo appunto un principio di proporzionalità. Il trattato di riassicurazione proporzionale è contraddistinto anche da un'ulteriore caratteristica, vale a dire l'assicuratore cede il rischio alle condizioni originali concordate nel

contratto stipulato con l'assicurato; per questo motivo il riassicuratore è coinvolto nel rapporto alle stesse condizioni dell'assicuratore diretto<sup>11</sup>.

Abbiamo detto che l'obiettivo principale è quello di ridurre in termini percentuali l'impatto del rischio, segue che la distribuzione statistica dei sinistri una volta attivata la copertura sarà dello stesso tipo di quella al lordo della copertura, ma con i parametri opportunamente ridotti in proporzione della cessione avvenuta. Per mostrare ciò, supponiamo che  $X$  sia la variabile aleatoria relativa alla grandezza dei sinistri lordi a carico dell'assicuratore, con funzione di distribuzione  $F_X(x)$ , funzione densità  $f_X(x)$ , media  $\mu$  e varianza  $\sigma^2$ . Se l'assicurato cede una proporzione  $(1-\alpha)$  dei rischi, egli trattiene un ammontare descritto dalla variabile aleatoria  $Y = \alpha X$ , così caratterizzata:

- la media sarà pari a:  $E(Y) = E(\alpha X) = \alpha\mu$
- la varianza sarà data da:  $V(Y) = V(\alpha X) = \alpha\sigma^2$
- per quanto riguarda la distribuzione, essendo  $Y = \alpha X = g(x)$ , cioè  $X = Y / \alpha = h(y)$ , abbiamo che:

$$F_Y(y) = F_Y(g(x)) = F_X(h(y))$$

Dunque,

$$f_Y(y) = \frac{d}{dy} F_Y(y) = \frac{d}{dy} h(y) \frac{d}{dx} F_X(h(y)) = \frac{1}{\alpha} f_X(h(y))$$

e conseguentemente, la densità:

$$f_Y(y) = \frac{f_X\left(\frac{y}{\alpha}\right)}{\alpha} = \frac{f_X(x)}{\alpha}$$

cioè abbiamo mostrato che  $Y$  ha le medesime funzioni di densità e di distribuzione di  $X$  ridotte in proporzione del parametro  $\alpha$ .

Le forme non-proporzionali invece producono effetti più complessi e quindi meno immediati da analizzare da un punto di vista statistico, in quanto attraverso queste tipologie di riassicurazione si attua una ripartizione dei rischi non basata su un rapporto predeterminato per la divisione del premio e dei risarcimenti, variando l'ammontare degli oneri a carico delle due parti in funzione dell'effettivo ammontare dei sinistri verificatisi.

---

<sup>11</sup> Si usa dire che il riassicuratore *follow the fortune* dell'assicuratore diretto.

Il trattato in questi casi si limita a definire un limite entro il quale il cedente continuerà a farsi carico di tutti i risarcimenti, limite che prende il nome di *deductible*, di *excess point* oppure di *priority* (priorità); il riassicuratore è invece obbligato a pagare tutti i sinistri che eccedono detto ammontare, fino al raggiungimento di un eventuale limite di copertura che prende il nome di portata.

Il risultato di una riassicurazione non proporzionale, dal punto di vista del cessionario, è equiparabile a trancare le perdite lorde ad un certo valore, il *deductible*, che può essere un valore fissato oppure un valore variabile legato a qualche indice predefinito<sup>12</sup>.

Anche la portata, qualora sia presente, può essere espressa in termini di un valore fisso piuttosto che di un valore variabile.

Entreremo ampiamente in dettaglio circa la riassicurazione non-proporzionale a partire dal capitolo 4, per il momento ci limitiamo ad osservare che un contratto di questo genere obbliga il cessionario a pagare i risarcimenti legati ai sinistri esclusivamente nei casi in cui questi non solo si realizzano ma superano in ammontare il valore indicato dal *deductible*.



---

<sup>12</sup> Un possibile indice è quello dei prezzi al dettaglio, misura implicita dell'inflazione.

### 3. Riassicurazioni proporzionali

Nella macroclasse delle riassicurazioni proporzionali si possono distinguere due principali forme riassicurative:

- ◆ *quota share* (riassicurazione in quota);
- ◆ *surplus* (riassicurazione per eccedente di somma).

Normalmente sia la *quota share* che il *surplus* sono realizzati mediante la stipulazione di trattati, meno frequentemente sotto forma di facoltativo.

#### 3.1 Quota share

La riassicurazione in quota rappresenta la più semplice forma di riassicurazione, anche dal punto di vista operativo e gestionale. Sotto un accordo di questo tipo, si assiste alla cessione sistematica di una quota prefissata di tutti i rischi sottoscritti dall'assicuratore diretto verso il riassicuratore non appena questi ricadano nella categoria o nei rami oggetto del trattato.

Questa ripartizione è attuata mediante l'applicazione di un'unica aliquota di conservazione comune a tutti i contratti, detta anche aliquota di ritenzione, alla *liability* (esposizione monetaria) corrispondente a ciascun contratto. Nell'assicurazione incendio e più in generale nel caso di assicurazioni di danni a beni di proprietà, la *liability* può essere definita in riferimento al totale delle somme assicurate, *sum insured* o SI, oppure alla più alta perdita stimata, attraverso l'*estimated maximum loss*, *EML*, o il *maximum possible loss*, *MPL*<sup>13</sup>.

Diversamente avviene nelle assicurazioni di responsabilità civile, dove il valore della *liability* può essere riferito unicamente al massimale di garanzia.

---

<sup>13</sup> La *Association of British Insurers* definisce l'*EML* come una stima del massimo danno che può ragionevolmente derivare da un singolo evento in riferimento al solo rischio principale, o *target risk*, tenendo in considerazione le misure di prevenzione. Queste ultime non sono invece computate per l'*MPL*, che risulta dunque un valore maggiore anche perché valuta non solo il rischio principale ma anche i rischi connessi.

E' sempre attraverso l'aliquota di conservazione, fissata per l'intero portafoglio, che si determina la parte dei premi e dei risarcimenti di competenza dell'assicuratore diretto e, di conseguenza, quelli ceduti al riassicuratore.

Può inoltre essere previsto un ammontare limite per il trasferimento al riassicuratore, che si troverebbe altrimenti in una situazione nella quale non gli è più possibile conoscere la sua massima esposizione per i rischi riassicurati. In questo caso, i rischi che eccedessero la quota limite, sarebbero ceduti al riassicuratore utilizzando l'usuale aliquota, ridotta come dal rapporto "limite della quota: rischio originale". Stessa riduzione subirebbero il trasferimento dei premi e l'onere dei risarcimenti. Ad ogni modo, questa possibilità rappresenta solitamente l'eccezione, non la regola.

Per comprendere meglio le metodologie di calcolo delle rispettive competenze, supponiamo che oggetto del trattato sia un portafoglio di assicurazioni del tipo *property* (danni a beni di proprietà), contemporaneamente stipulati, di medesima durata annuale, con valori assicurati  $W_1, W_2, \dots, W_n$ . Più in generale, per questo ed i successivi esempi supporremo che gli  $n$  contratti siano relativi a rischi tra loro analoghi, sia in termini di caratteristiche del rischio che di condizioni contrattuali.

Siano poi  $X_1, X_2, \dots, X_n$  i risarcimenti globali a carico dell'assicuratore in relazione ai singoli contratti. Con riferimento al  $j$ -esimo contratto avremo dunque:

$$X_j = \sum_{i=0}^{N_j} Y_{i,j}$$

dove si è indicato con  $N_j$  il numero di sinistri che colpiscono il contratto e con  $Y_{i,j}$  il risarcimento dovuto in conseguenza dell' $i$ -esimo sinistro, in ordine cronologico, riferito al  $j$ -esimo contratto ( $Y_{0,j}=0$ ).

La riassicurazione di portafoglio può essere interpretata come una  $n$ -pla di applicazioni:

$$X_j \rightarrow X_j^A$$

che, per ciascun contratto  $j=1, \dots, n$ , individua il risarcimento globale conservato dall'assicuratore, indicato appunto da  $X_j^A$ . Naturalmente avremo che

$$X_j^R = X_j - X_j^A$$

sarà pari al risarcimento globale ceduto al riassicuratore.

Se il trattato prevede un'aliquota di ritenzione  $\alpha$ ,  $0 < \alpha < 1$ , avremo che, in riferimento al  $j$ -esimo contratto il valore assicurato conservato dal cessionario sarà:

$$W_j^A = \alpha W_j$$

mentre il valore assicurato trasferito al riassicuratore sarà:

$$W_j^R = (1 - \alpha)W_j$$

Considerando adesso la situazione del risarcimento globale a livello dell'intero portafoglio, avremo che il risarcimento globale conservato è pari a:

$$X^A = \sum_{j=1}^n X_j^A = \alpha \sum_{j=1}^n \sum_{i=0}^{N_j} Y_{i,j}$$

mentre quello ceduto al riassicuratore sarà dato da:

$$X^R = X - X^A = \sum_{j=1}^n (X_j - X_j^A) = \sum_{j=1}^n X_j^R = (1 - \alpha) \sum_{j=1}^n \sum_{i=0}^{N_j} Y_{i,j}$$

Sotto il profilo dei benefici, una riassicurazione in quota, sebbene riesca ad incrementare la capacità di assunzione dei rischi da parte dell'assicuratore diretto, è manchevole invece sotto l'aspetto dell'omogeneizzazione, del bilanciamento del portafoglio. La quota-share infatti non riesce, per sua natura, ad incidere sui picchi dei rischi, che restano, seppur ridotti proporzionalmente a loro volta, nell'esposizione dell'assicuratore diretto.

Questa forma di copertura è comunque indicata come primo livello di protezione, ed in particolare risulta conveniente per quelle giovani imprese che necessitano di incrementare il loro livello di solvibilità.

Dal punto di vista del riassicuratore si sottolinea invece come sia apprezzabile la partecipazione a tutti i rischi sottoscritti dall'assicurato, il che evita a priori la possibilità di comportamenti scorretti, o di *moral hazard*, da parte del cedente.

Prima di proporre un esempio di applicazione di questa copertura, vogliamo accennare ad una misura che è talvolta prevista nei trattati di questo tipo, specie in quelli di lunga durata; la misura a cui ci riferiamo è definita *cut-off* e consiste

nell'accordo secondo il quale, ad un determinato tempo, il riassicuratore deve pagare al cedente un ammontare a titolo di acconto circa le proprie prestazioni derivanti dal contratto, acconto che includerà anche un ammontare riferito ai sinistri accaduti ma non ancora conosciuti dall'assicuratore, i cosiddetti IBNR (*incurred but not reported*). I trattati che prevedono questa misura sono definiti *clean-cut treaties*.

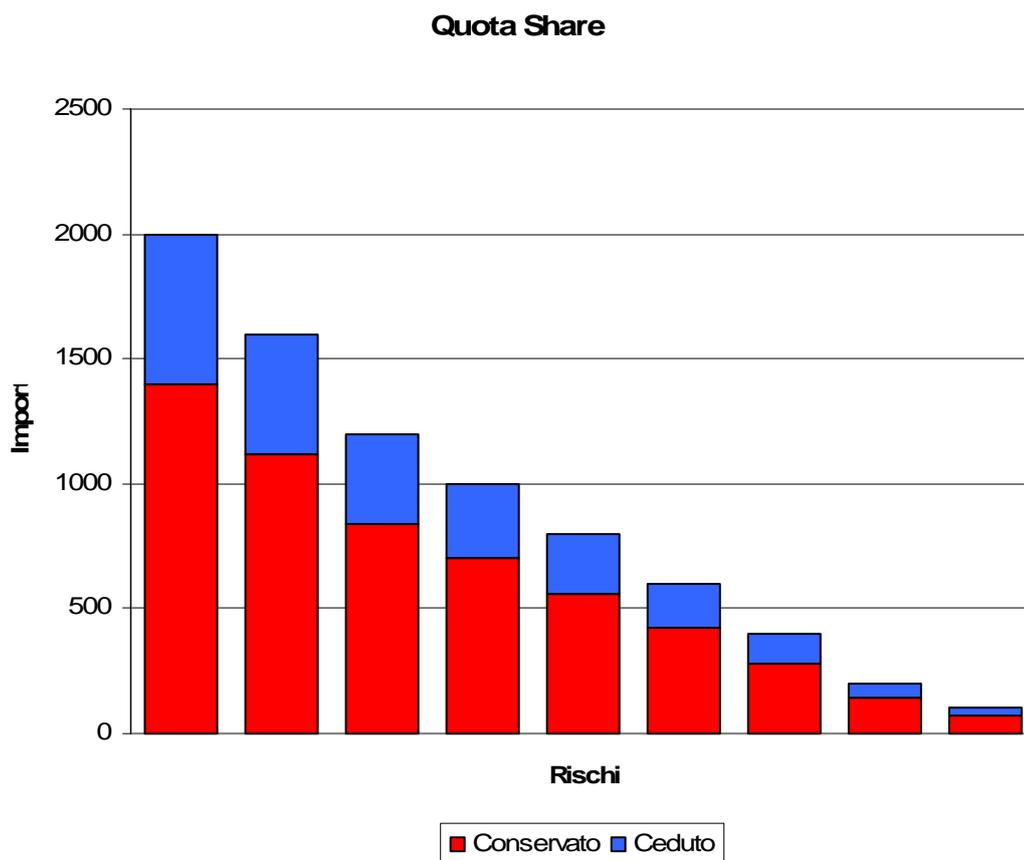
Esempio

Per concludere questa sezione, riportiamo un esempio di riassicurazione proporzionale. Sia in questo esempio che nei successivi, se non diversamente indicato, gli importi sono da intendersi espressi in unità di euro.

Aliquota di ritenzione	70%
Quota ceduta	30%
Somma complessivamente assicurata, o <i>SI</i>	20 milioni
Esposizione conservata	14 milioni
Esposizione del riassicuratore	6 milioni
Tasso di premio applicato dall'assicuratore diretto: 2‰	40.000
Premio conservato dall'assicuratore	28.000
Premio ceduto al riassicuratore	12.000
Perdite complessive	12 milioni
Risarcimenti effettivamente a carico dell'assicuratore	8,4 milioni
Risarcimenti dovuti dal riassicuratore	3,6 milioni

**Figura 5 – Esempio di quota share**

La condivisione dei rischi sotto un trattato di riassicurazione in quota, del tipo illustrato in tabella, è compatibile con un grafico di questo tipo:



**Figura 6 – Rappresentazione grafica del *quota-share***

### 3.2 *Surplus*

Analizziamo adesso la riassicurazione per eccedente di somma, che rappresenta una forma più sofisticata e complessa di riassicurazione proporzionale, in primo luogo dal punto di vista della gestione stessa del contratto; a tal proposito si fa immediatamente notare come, al contrario della *quota-share*, questa tipologia non preveda un'unica aliquota di ritenzione fissata per ogni contratto del portafoglio. La porzione di ciascun rischio ceduto varierà da contratto a contratto a seconda delle caratteristiche dello stesso e dell'effettiva sinistrosità osservata.

Nel *surplus* infatti l'accordo stipulato contrattualmente riguarda la massima esposizione al rischio, espressa in termini monetari, che l'assicuratore accetta di

mantenere per ciascun contratto sotto la propria responsabilità. Questa quantità monetaria prende il nome di pieno di conservazione o di *retention* (ritenzione). Possono essere definite più ritenzioni per differenti classi di rischi che sono contemporaneamente coperte dallo stesso trattato.

Il riassicuratore dovrà offrire la copertura dell'ammontare che eccede la ritenzione stabilita per l'assicuratore, da qui il nome *surplus*.

Peculiarità di questa forma proporzionale è il fatto che i rischi con una associata *liability* inferiore alla *retention* resteranno totalmente a carico dell'assicuratore diretto; si comprende quindi come questa forma sia meno gradita dai riassicuratori, che non hanno più il vantaggio di poter partecipare a tutti i contratti sottoscritti dall'assicurato.

L'aliquota di conservazione è dunque in questa tipologia variabile per ciascun rischio assicurato, e resta individuata sulla base del rapporto "porzione della *liability* oltre la *retention: liability* complessiva".

Descriviamo più in dettaglio questo procedimento, riprendendo la simbologia e le ipotesi introdotte nel precedente paragrafo, cioè immaginiamo un portafoglio di assicurazioni di danni a beni di proprietà, costituito da  $n$  contratti, omogenei nel senso chiarito in precedenza, con valori assicurati  $W_1, W_2, \dots, W_n$ .

Se il pieno di conservazione è fissato in misura pari a  $P$ , per ciascun contratto, per  $j=1, \dots, n$ , è possibile ricavare l'aliquota di conservazione,  $0 \leq \alpha \leq 1$ , come segue:

$$\alpha_j = \frac{\min(W_j; P)}{W_j} = \min\left(\frac{P}{W_j}; 1\right)$$

Avremo quindi un valore assicurato conservato dall'assicurato che sarà dato da:

$$W_j^A = \min(W_j; P)$$

mentre il valore del surplus o eccedente, cioè il valore assicurato ceduto al riassicuratore è pari a:

$$W_j^R = \max(W_j - P; 0)$$

Infine, è possibile anche in questo caso ricavare le espressioni del risarcimento globale conservato dall'assicuratore e di quello ceduto al riassicuratore, che saranno rispettivamente pari a:

$$X^A = \sum_{j=1}^n X_j^A = \sum_{j=1}^n \sum_{i=0}^{N_j} \alpha_j Y_{i,j}$$

ed a:

$$X^R = X - X^A = \sum_{j=1}^n X_j - X_j^A = \sum_{j=1}^n X_j^R = \sum_{j=1}^n \sum_{i=0}^{N_j} (1 - \alpha_j) Y_{i,j}$$

Naturalmente nel trattato può essere stabilito anche un limite superiore che cautela il riassicuratore; tale limite è usualmente definito come un certo multiplo della ritenzione dell'assicuratore diretto ed è perciò indicato in *lines* (linee), una linea essendo pari all'ammontare ritenuto.

Riprendendo la schematizzazione proposta, potremmo ipotizzare che il numero massimo di linee che possono essere cedute per quel trattato sia pari a  $L$ ; segue immediatamente che il massimo ammontare che può essere ceduto sarà pari a  $L \cdot P$ .

Abbiamo quindi che la massima esposizione che l'assicuratore diretto potrà sottoscrivere restando nei limiti del trattato<sup>14</sup> sarà pari al pieno di conservazione,  $P$ , più l'ammontare trasferito al riassicuratore,  $L \cdot P$ , cioè  $(1 + L)P$ .

Avendo espresso sia la ritenzione che l'ammontare ceduto come importi, può essere calcolata l'allocazione proporzionale di premi e risarcimenti: ad esempio, supponendo che si ricorra alla riassicurazione per la sua massima disponibilità, cioè per  $L \cdot P$ , sarà la proporzione

$$L \cdot P / (1 + L) \cdot P = L / (1 + L)$$

ad essere utilizzata nella suddivisione di premi e risarcimenti.

Tra gli aspetti positivi dal punto di vista del soggetto cedente spicca fra tutti la capacità della riassicurazione per eccedente di eliminare i picchi nel proprio portafoglio, poiché questa forma di copertura è in grado di attuare una forte omogeneizzazione dei rischi assunti. Per questo motivo la riassicurazione surplus è spesso utilizzata ad esempio nel ramo incendi, dove c'è una forte necessità di

<sup>14</sup> Può naturalmente eccedervi, sapendo che questo comporta il ricorso al facoltativo o un incremento della propria esposizione. E' anche ipotizzabile la stipula di un'ulteriore e successiva riassicurazione *surplus*, che verrebbe definita riassicurazione di secondo eccedente per distinguerla dalla precedente, cui potremmo riferirci come riassicurazione di primo eccedente. Se necessario, è ipotizzabile il ricorso anche ad ulteriori *surplus* (di terzo eccedente, etc.).

standardizzare il profilo dell'esposizione al rischio che può essere altrimenti piuttosto ampio in relazione ai differenti tipi di affari e rischi che possono rientrare nella copertura.

Questo aspetto positivo, di riduzione della rischiosità del portafoglio, è testimoniato dal fatto che non solo una riassicurazione per eccedente, a parità di costo<sup>15</sup> per l'assicuratore, permette una riduzione più ampia della probabilità di rovina rispetto ad una quota-share, bensì è possibile dimostrare<sup>16</sup> che, sotto opportune ipotesi, il surplus è la forma riassicurativa con cui è possibile ottenere la minima probabilità di rovina per un prefissato livello di sacrificio dell'assicuratore.

Questi benefici l'assicurato li sconta, per così dire, ricevendo una minore commissione di riassicurazione da parte del cessionario, in considerazione del fatto che il *surplus* agisce sui rischi più grandi, generalmente i peggiori, il che comporta un minor utile atteso per il riassicuratore.

### Esempio

Concludiamo anche questo paragrafo con un'esemplificazione che mette in risalto i concetti espressi in merito a questa garanzia riassicurativa.

Supponiamo sia fissata una ritenzione pari a 200.000 ed il *surplus* composto da 9 linee, vale a dire che ipotizziamo che la *liability* del riassicuratore sia limitata a 1.800.000; immaginiamo inoltre che il tasso di premio applicato dall'assicuratore all'assicurato corrisponda all'1,50‰ della somma assicurata; mostriamo quello che accade nei tre seguenti casi:

- a. l'esposizione monetaria originale del cedente ammonta a 2 milioni e si registrano sinistri per 1 milione;
- b. l'esposizione monetaria originale del cedente ammonta a 80.000 e si registrano sinistri per 50.000;
- c. l'esposizione monetaria originale del cedente ammonta a 2,5 milioni e si registrano sinistri per 1,6 milioni;

---

<sup>15</sup> Espresso in termini di valore atteso del guadagno di portafoglio, cioè di caricamento di sicurezza.

<sup>16</sup> Il riferimento è a BORCH K. H. (1972) "Risk management and Company objectives".

	Totali	Assicuratore	Riassicuratore
<i>Liability</i>	2.000.000	200.000 = 10%	1.800.000 = 90% (9 linee)
Premi	3.000	300 = 10%	2.700 = 90%
Sinistri	1.000.000	100.000 = 10%	900.000 = 90%

**Figura 7 – Surplus caso A**

	Totali	Assicuratore	Riassicuratore
<i>Liability</i>	80.000	80.000 = 100%	0 = 0%
Premi	120	120 = 100%	0 = 0%
Sinistri	50.000	50.000 = 100%	0 = 0%

**Figura 8 – Surplus caso B**

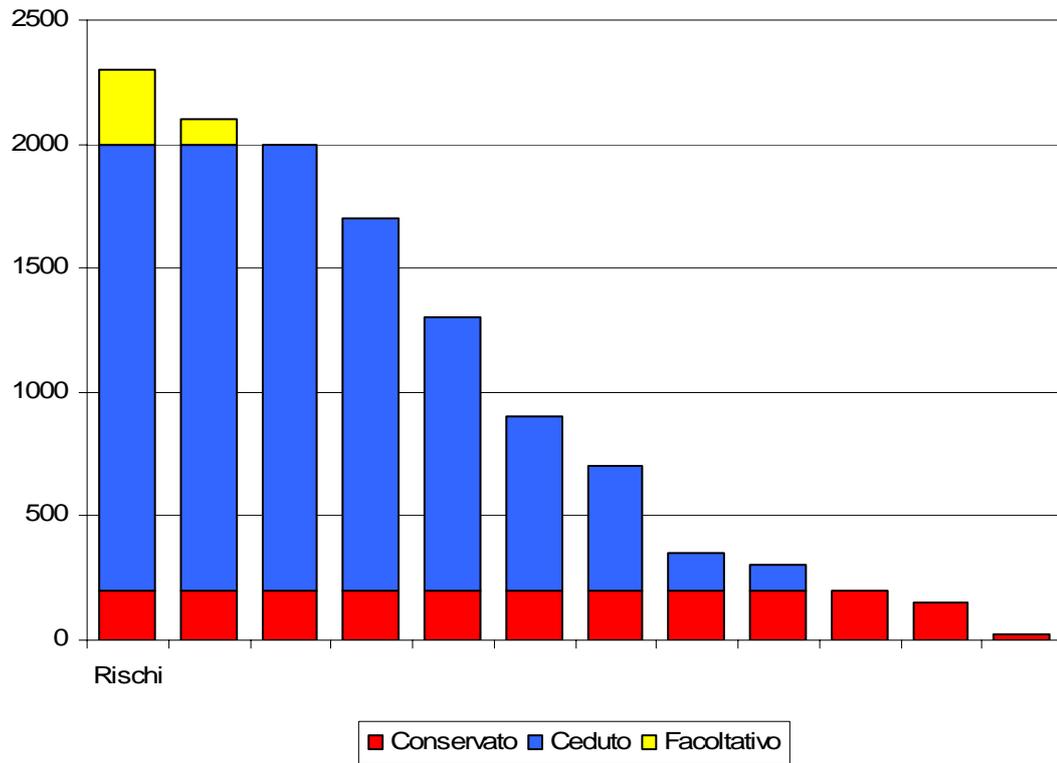
	Totali	Assicuratore	Riassicuratore
<i>Liability</i>	2.500.000	200.000 = 8% +500.000 <sup>17</sup> = 20% <hr style="width: 50%; margin-left: 0;"/> <u>28%</u>	1.800.000 = 72% (9 linee)
Premi	3.750	1.050 = 28%	2.700 = 72%
Sinistri	1.600.000	448.000 = 28%	1.152.000 = 72%

**Figura 9 – Surplus caso C**

La condivisione dei rischi sotto un trattato di riassicurazione per eccedente di somma, riutilizzando le ipotesi alla base dell'esempio, è compatibile con un grafico di questo tipo:

<sup>17</sup> Questa parte che eccede sia la ritenzione che la copertura offerta dal trattato, può essere trattenuta dall'assicuratore diretto, come nell'esempio proposto, oppure da questo ceduta attraverso un facoltativo.

## Surplus



**Figura 10 – Rappresentazione grafica del *surplus***

## 4. Riassicurazioni non-proporzionali

Procediamo adesso analizzando la più vasta e complessa gamma delle assicurazioni non proporzionali ed iniziamo effettuando una distinzione tra le due principali forme riassicurative appartenenti a questa macroclasse:

- ◆ riassicurazioni *excess of loss*;
- ◆ riassicurazioni *stop-loss*.

Prima di descrivere nel dettaglio le varie tipologie, sembra opportuno segnalare che nella letteratura attuariale non si riscontra unanimità di vedute circa la tassonomia di queste forme riassicurative e che pertanto la classificazione operata nella seguente trattazione, sebbene sia ricollegabile in prevalenza ai testi citati nella bibliografia, mira a perseguire una coerenza autonoma.

### 4.1 Riassicurazioni *excess of loss*

A differenza delle riassicurazioni proporzionali, dove le cessioni sono collegate alle somme assicurate ed alla quota di *liability*, nelle riassicurazioni *excess of loss*, brevemente XL, predomina il concetto di *loss* (perdita), da qui una parte del nome.

Nel trattato, la forma contrattuale che supporremo alla base nella nostra analisi, l'assicuratore ed il riassicuratore definiscono l'importo monetario entro il quale sarà esclusivamente il primo a farsi carico dei risarcimenti che interesseranno le classi di affari coperte dal contratto, mentre il riassicuratore pagherà l'intera perdita in eccesso<sup>18</sup> di questo ammontare, fino ad un convenuto limite della copertura, detto anche portata.

L'importo che segna la soglia oltre la quale le perdite si trasferiscono a carico del riassicuratore prende il nome di *priority* (priorità), *excess point*, *retention* o *deductible*.

---

<sup>18</sup> E' questa caratterizzazione ad aver coniato il termine di *excess of loss*.

In relazione alle modalità con cui sono definite priorità e portata, si possono distinguere tre forme di riassicurazione *excess of loss*:

- riassicurazione per *risk excess of loss*;
- riassicurazione per *event excess of loss*;
- riassicurazione *aggregate excess of loss*.

#### 4.1.1 Riassicurazione per risk XL

La riassicurazione *per risk excess of loss*, spesso indicata con la sigla WXL/R<sup>19</sup>, si ha quando gli importi monetari che caratterizzano il trattato sono definiti a livello di ciascun sinistro che colpisce il singolo contratto; in altre parole, la copertura considera ogni sinistro come un'unità a sé stante.

Riprendiamo la schematizzazione proposta per le riassicurazioni proporzionali e consideriamo un portafoglio composto da  $n$  contratti omogenei<sup>20</sup> del tipo “responsabilità civile”, con massimali di garanzia dati da  $W_1, W_2, \dots, W_n$ . La priorità è indicata per ciascun contratto nell'importo  $L_j$ , con  $j=1, \dots, n$  e supponiamo per il momento che sia stata stipulata una portata totale, vale a dire che l'esposizione monetaria del riassicuratore nei confronti di un sinistro sia limitata esclusivamente in conseguenza dei massimali stabiliti nei contratti originali.

E' quindi possibile, in riferimento all' $i$ -esimo sinistro che colpisce il contratto  $j$ -esimo, operare la seguente distinzione:

$$Y_{i,j}^A = \min(Y_{i,j}; L_j)$$
$$Y_{i,j}^R = \max(Y_{i,j} - L_j; 0)$$

pari rispettivamente al risarcimento a carico dell'assicuratore e quello trasferito al riassicuratore.

Di conseguenza, il risarcimento globale relativo al complesso dei contratti in portafoglio sarà pari a:

---

<sup>19</sup> L'acronimo WXL/R sta per *Working excess of loss per risk*. Il termine *working* sottolinea come tale copertura possa essere attivata da una perdita su un singolo sinistro; si usa dire che la copertura è *exposed per risk*.

<sup>20</sup> Qui e nel seguito con questo termine intenderemo riferirci alla definizione data nel paragrafo 3.1.

$$X^A = \sum_{j=1}^n \sum_{i=0}^{N_j} Y_{i,j}^A = \sum_{j=1}^n \sum_{i=0}^{N_j} \min(Y_{i,j}; L_j)$$

relativamente alla parte conservata dall'assicuratore diretto, mentre sarà ceduto l'ammontare dato da:

$$X^R = \sum_{j=1}^n \sum_{i=0}^{N_j} Y_{i,j}^R = \sum_{j=1}^n \sum_{i=0}^{N_j} \max(Y_{i,j} - L_j; 0)$$

Nell'ipotesi, più realistica, che il trattato preveda una portata parziale, cioè un limite superiore all'esposizione del cessionario<sup>21</sup>, pari a  $Q_j$  per il contratto  $j$ -esimo, il risarcimento a carico del riassicuratore, relativo all' $i$ -esimo sinistro che colpisce tale contratto, sarà dato da:

$$Y_{i,j}^R = \min[\max(Y_{i,j} - L_j; 0), Q_j]$$

Nelle riassicurazioni *excess of loss*, in generale, è indicato con il termine di *layer of cover* (fascia di copertura) o più semplicemente *layer*, la regione che va dall'*excess point* alla portata. Se indichiamo questi due valori con  $l$  ed  $m$  rispettivamente, possiamo riferirci sinteticamente ad una tale copertura come:  $m$  XS  $l$ ; indicativamente, se ipotizziamo  $l = 1.000$  e  $m = 200$ , possiamo così visualizzare il *layer* in questione:



Generalmente un programma riassicurativo prevede la copertura di più *layers*, in quanto, come si può comprendere dalla schematizzazione esposta in precedenza, nella quale l'assicuratore rimaneva privo di copertura per importi che superavano la portata  $Q_j$ , il cedente è interessato a procurarsi ulteriori garanzie riassicurative tali che gli consentano di ottenere la "copertura obiettivo" che si era prefisso.

E' infatti usuale che un singolo riassicuratore imponga nel trattato limiti alla propria esposizione, in quanto specializzato in un determinato *layer* anziché che in un altro, piuttosto che per diversi ulteriori motivi. Occorre sottolineare infatti che la stessa

<sup>21</sup> Tale importo risulterà inferiore alla differenza  $W_j - L_j$ , perché tale è l'esposizione massima per l'assicuratore diretto in conseguenza del contratto originario stipulato con l'assicurato.

copertura riferita però a *layers* diversi presenta caratteristiche differenti: i *layers* più bassi saranno esposti ad un frequenza maggiore di sinistri rispetto ai *layers* più elevati, dove il numero atteso dei sinistri sarà minore per entrambe le parti coinvolte nel trattato.

Per queste ragioni, il primo *layer* è anche detto *working layer*, mentre ci si riferisce ai *layers* molto alti come a *high* o *inused layers*, o anche come *sleep easies*.

Ciò detto, non è escluso a priori il caso che un riassicuratore offra la copertura per più *layers*, magari anche non consecutivi fra loro.

### Esempio

Per comprendere meglio il meccanismo delle fasce, visualizziamo nella tabella seguente la ripartizione dell'importo del sinistro  $Y$ , nell'ipotesi di una copertura effettuata mediante tre distinti *layers*, nella quale si è indicato con:

- la variabile  $X$  l'onere conservato dall'assicuratore diretto;
- con la variabile  $Z^{R1}$ ,  $Z^{R2}$ ,  $Z^{R3}$  l'onere del riassicuratore del primo, del secondo e del terzo *layer* rispettivamente,
- $m_1$  ed  $l_1$  gli elementi di una prima copertura  $m_1$  XS  $l_1$ ;
- $m_2$  ed  $l_2 = l_1 + m_1$  gli estremi della seconda fascia;
- $m_3$  ed  $l_3 = l_2 + m_2$  le caratterizzazioni del terzo ed ultimo *layer*.

	$X$	$Z^{R1}$	$Z^{R2}$	$Z^{R3}$
$Y \leq l_1$	$Y$	0	0	0
$l_1 < Y \leq l_2$	$l_1$	$Y - l_1$	0	0
$l_2 < Y \leq l_3$	$l_1$	$m_1$	$Y - l_2$	0
$l_3 < Y \leq l_3 + m_3$	$l_1$	$m_1$	$m_2$	$Y - l_3$
$Y > l_3 + m_3$	$l_1 + Y - (l_3 + m_3)$	$m_1$	$m_2$	$m_3$

**Figura 11 – Tabella Layers**

#### 4.1.2 Riassicurazione per event XL e Catastrophe XL

Nella riassicurazione *per event excess of loss*, anche indicata brevemente con WXL/E<sup>22</sup>, ritroviamo lo stesso meccanismo dei *layers* descritto per la WXL/R ma, come per la priorità e la portata, questi concetti sono adesso riferiti non al singolo sinistro ma al singolo evento, che rappresenta in questa tipologia il concetto unitario di *loss*.

In questa nuova ottica, la causa fondamentale del sinistro non è più individuata nelle caratteristiche dell'assicurato, ma viene riconosciuta nell'accadimento di uno specifico evento. Si comprende quindi come tale tipologia sia auspicabile in particolar modo qualora si ritenga di avere una platea "sufficientemente indipendente" di soggetti assicurati; al contempo questo cambio di prospettiva pone in risalto la necessità di definire nel trattato, secondo criteri il più possibile oggettivi, cosa si intende per evento, in particolari per certi tipi di copertura, come vedremo nel seguito.

Riprendiamo la schematizzazione dei capitoli precedenti e supponiamo di disporre di un portafoglio di  $n$  contratti omogenei, anche questa volta relativi ad assicurazioni di responsabilità civile; indicheremo con  $Z$  il risarcimento globale relativo ai sinistri che, in conseguenza del singolo evento, affliggono uno o più contratti appartenenti al portafoglio. La priorità fissata in corrispondenza di tale evento sarà indicata con  $L^C$ , mentre anche questa volta supporremo inizialmente una portata totale.

Avremo dunque che l'importo rimasto a carico dell'assicurato sarà pari a:

$$Z^A = \min(Z; L^C)$$

mentre sarà trasferito al cessionario l'importo:

$$Z^R = \max(Z - L^C; 0)$$

Se introduciamo invece un limite all'esposizione del riassicuratore, ipotesi più realistica, rappresentato dalla portata, indicata con  $Q^C$ , avremo che l'intervento di quest'ultimo sarà descritto da:

$$Z^R = \min[\max(Z - L^C; 0); Q^C]$$

Una fondamentale distinzione che è necessario operare nell'ambito delle riassicurazioni *per event* è quella relativa agli eventi di natura catastrofale.

---

<sup>22</sup> L'acronimo WXL/E sta per *Working excess of loss per event*.

In particolare si vuole distinguere una riassicurazione che, nell'ambito della struttura di una *excess of loss* del tipo *per event*, intende proteggere il capitale dell'assicuratore dall'esposizione alle catastrofi. Questa speciale tipologia, che indicheremo con CATXL<sup>23</sup>, prevede la definizione della priorità e della portata in modo che il trattato sia interessato solo in casi di accumulo di sinistri associabili ad eventi catastrofici, anche detti eventi estremi. In questa specifica forma la priorità, per quanto detto, prende anche il nome di pieno catastrofale e tale copertura nella pratica è disponibile unicamente nella forma del trattato.

E' a questa forma riassicurativa che intendevamo riferirci in precedenza, quando abbiamo accennato alla particolare attenzione da prestare alla definizione di "evento" fornita nel trattato; spesso si ricorre ad una definizione di evento catastrofico basata sul numero minimo di sinistri che devono coinvolgere i contratti del portafoglio assicurato, indicando un intervallo temporale entro il quale deve essere raggiunto tale numero, ad esempio 72 ore. Questo stesso intervallo può essere utilizzato per distinguere, ai meri fini riassicurativi, tra due catastrofi contigue, come ad esempio un uragano della durata superiore a tre giorni.

Nella definizione di evento rientra anche la distinzione operata nella pratica tra:

- catastrofi naturali;
- catastrofi *man-made*.

In particolare, rientrano nella prima categoria uragani, terremoti, inondazioni, *tsunami*, etc.; appartengono invece alla categoria degli eventi estremi provocati dall'uomo i disastri aerei, della navigazione o del traffico terrestre, le esplosioni di impianti petroliferi, etc..

Questa distinzione è rilevante in quanto le due categorie sono distinte dalla frequenza e dal grado di danno che caratterizzano l'evento tipo, vale a dire che le catastrofi naturali rappresentano eventi rari che provocano sinistri ad un numero spesso elevato di rischi assicurati, mentre le catastrofi *man-made* sono eventi relativamente meno rari, che coinvolgono un numero di rischi minore<sup>24</sup>.

Riprendiamo anche per questa tipologia l'usuale schematizzazione, ed indichiamo inoltre con K il numero aleatorio di catastrofi che interessano il portafoglio nel

---

<sup>23</sup> *Catastrophe excess of loss*.

<sup>24</sup> L'entità dei risarcimenti invece non è detto sia mediamente inferiore.

periodo coperto da riassicurazione, mentre utilizzeremo  $Z^h$ ,  $h=1, \dots, K$ , per riferirci al risarcimento globale derivante dall'h-esima catastrofe in ordine di accadimento.

Ipotizziamo infine che il trattato di riassicurazione preveda unicamente un pieno catastrofale pari a  $L^C$ ; avremo dunque che

$$X^A = \sum_{h=0}^K \min(Z_h; L^C)$$

rappresenta il risarcimento globale al netto della riassicurazione, mentre

$$X^R = \sum_{h=0}^K \max(Z_h - L^C; 0)$$

descrive il risarcimento globale a carico del riassicuratore.

Un ultimo aspetto che preme evidenziare circa la copertura CATXL è il rischio, per il riassicuratore, di una possibile presenza di situazione di *moral hazard*. Poichè il limite superiore della copertura offerta dal cessionario è tipicamente molto alto, proprio per far fronte ai danni derivanti da eventi estremi, il soggetto assicurato potrebbe comportarsi in maniera fraudolenta qualora, avendo poco interesse in termini economici circa il costo della liquidazione dei sinistri, si comportasse in maniera eccessivamente ed ingiustificatamente generosa con i propri diretti assicurati al solo scopo di mantenere con questi ultimi buoni rapporti e quindi fidelizzare a spese del riassicuratore la propria clientela. Questo tipo di comportamento lo si può idealmente correggere instaurando rapporti di lungo periodo con lo stesso riassicuratore, che adeguerà il premio anche in considerazione di questo genere di atteggiamento.

Prima di passare ad esemplificazioni circa le modalità fin qui presentate, appare doverosa una precisazione: sebbene nelle schematizzazioni proposte sia per il caso WXL/R che per il caso WXL/E si sia ipotizzato, al fine di favorire una più immediata comparazione dei diversi risultati, una copertura del tipo “responsabilità civile”, quest’ultima è nella pratica più spesso abbinata alle forme del secondo tipo, in quanto si può mutuare con facilità la definizione di evento assicurato da quella indicata nel contratto assicurativo di base, mentre il tipo *per risk* è usata soprattutto nella riassicurazione incendi.

Esempio

Il primo esempio che faremo ha come obiettivo quello di distinguere con chiarezza i diversi effetti prodotti da una WXL/R e da una WXL/E.

Supponiamo che sia definita la priorità  $l= 200$  e la portata  $m= 800$ ; la copertura in oggetto è dunque una 800 XS 200. Adesso ipotizziamo si tratti di una copertura del tipo *per risk* e vediamo i risultati economici che tale forma produce per assicurato e riassicuratore nel caso si verifichino i sinistri riportati in tabella.

	Risarcimento	Conservato	Ceduto
Sinistro 1	350	200	150
Sinistro 2	250	200	50
Sinistro 3	400	200	200
Sinistro 4	200	200	0
Totale	1.200	800	400

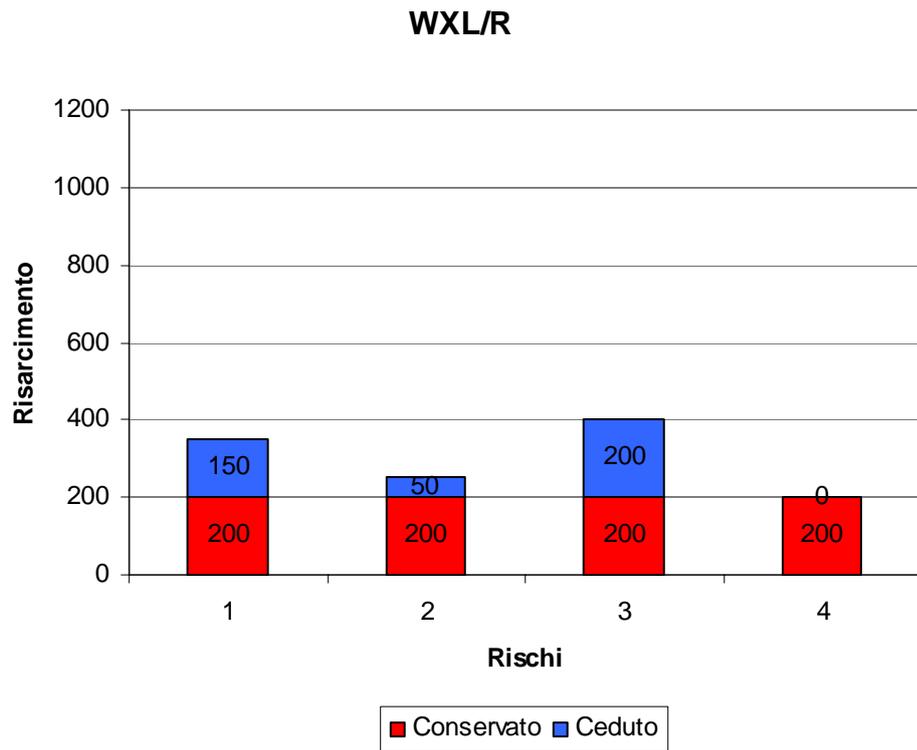
**Figura 12 – Tabella WXL/R**

A parità di sinistri, che supponiamo riconducibili tutti allo stesso evento, diversa è la ripartizione tra cedente e cessionario nel caso di una WXL/E:

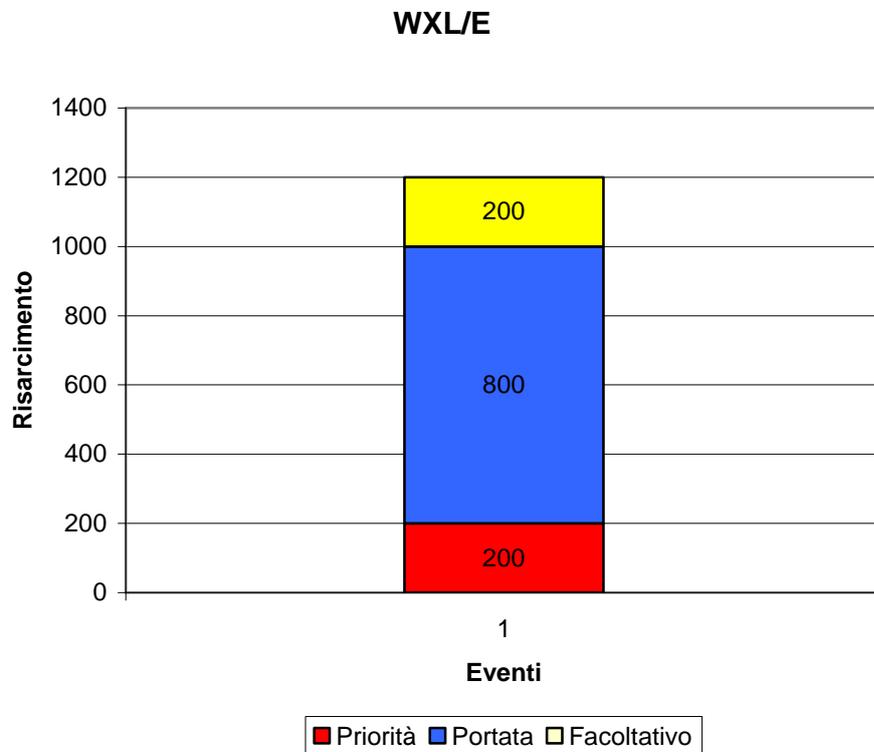
	Risarcimento
Sinistro 1	350
Sinistro 2	250
Sinistro 3	400
Sinistro 4	200
Totale Evento	1.200
Priorità	200
Portata	800
Totale Conservato	$200+1.200-(200+800) = 400$
Totale Ceduto	800

**Figura 13 – Tabella WXL/E**

Visualizziamo graficamente quanto riportato nelle tabelle precedenti:



**Figura 14 – Grafico WXL/R**



**Figura 15 – Grafico WXL/E**

Naturalmente questa esemplificazione non deve condurci alla falsa conclusione che una copertura *per event* offra comunque una protezione migliore per il riassicurato rispetto ad una di tipo *per risk*; quest'ultima è infatti in grado di fornire maggiori vantaggi per il cedente nelle situazioni in cui i rischi relativi ad un evento siano tali da eccedere la portata della riassicurazione *per event*. Una situazione di questo genere si sarebbe verificata nell'esempio precedente se avessimo supposto la presenza di un quinto sinistro<sup>25</sup>, di ammontare pari a 700, che nella WXL/R avrebbe fatto innalzare il risarcimento a carico dell'assicuratore di 200<sup>26</sup>, portandolo a 1.000, mentre la WXL/E avrebbe attribuito l'intero risarcimento dei 700 a carico dell'assicuratore, essendo stata già raggiunta la portata per quell'evento, facendo sì che l'ammontare dovuto dal cedente fosse pari 1.100.

### Esempio

L'esempio successivo pone invece in risalto le modalità con cui operano la WXL/R e la CATXL, in una delle loro possibili combinazioni.

Si supponga che, a seguito di altre forme di trasferimento dei rischi<sup>27</sup>, la ritenzione di un assicuratore sia pari a 8.000 e che questo decida di proteggersi acquistando una riassicurazione WXL/R 6.000 XS 2.000 ed una ulteriore e successiva riassicurazione contro gli eventi catastrofi, in particolare una CATXL 9.000 XS 4.000.

Nelle tabella seguente sono riportate alcune possibilità circa l'esito di tali coperture.

Ipotesi 1	Si verifica un incendio che provoca danni per 1.000; i risarcimenti:	
	Assicuratore diretto	1.000
	Riassicuratore WXL/R	0
	Riassicuratore CATXL	0
Ipotesi 2	Si verifica un incendio che provoca danni per 7.000; i risarcimenti:	
	Assicuratore diretto	2.000

<sup>25</sup> Riferibile sempre al medesimo evento da cui sono scaturiti gli altri quattro.

<sup>26</sup> Essendo 200 la priorità relativa a ciascun rischio.

<sup>27</sup> Il riferimento è alle riassicurazioni proporzionali.

	Riassicuratore WXL/R	5.000
	Riassicuratore CATXL	0
Ipotesi 3	Si verifica un terremoto che colpisce cinque sinistri, S1, S2, S3, S4 ed S5 provocando rispettivamente i seguenti danni: 1.000, 1.000, 1.000, 2.000 e 4.000	
	Assicuratore diretto	4.000
	Riassicuratore WXL/R	2.000
	Riassicuratore CATXL	3.000

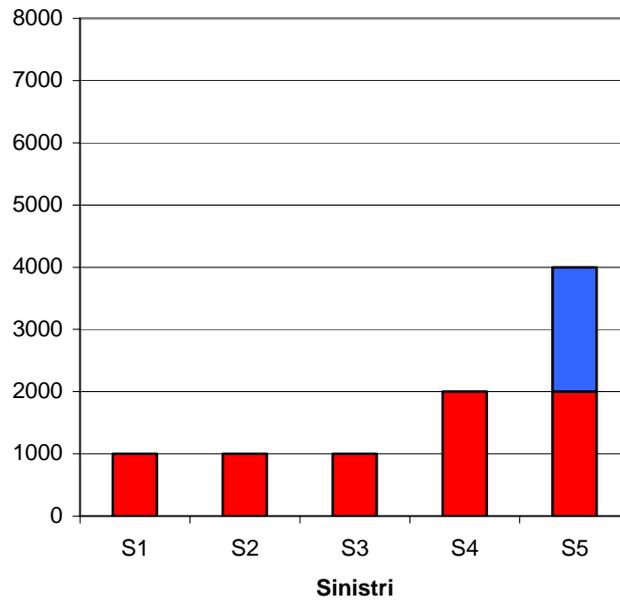
**Figura 16 – Combinazione di WXL/R e di CATXL**

Motiviamo gli importi relativi all'ultima ipotesi: nel caso di cinque sinistri, tutti ricollegabili allo stesso evento catastrofico, si ha un'iniziale priorità a carico dell'assicuratore diretto pari a 2.000 e riferita alla copertura WXL/R; successivamente è il riassicuratore che ha venduto quest'ultima a restare coinvolto, sebbene unicamente in relazione al sinistro S5 che ha superato la priorità prevista nel trattato, dunque sarà a suo carico l'eccesso pari a 2.000; resterebbero però nelle responsabilità del cedente importi per complessivi 7.000, il che automaticamente fa innescare il meccanismo della protezione aggiuntiva di tipo CATXL che prevede una priorità di 4.000, che corrisponderà all'importo definitivamente a carico dell'assicuratore diretto<sup>28</sup>, mentre cadranno sotto la responsabilità del riassicuratore cessionario della copertura catastrofale i restanti 3.000.

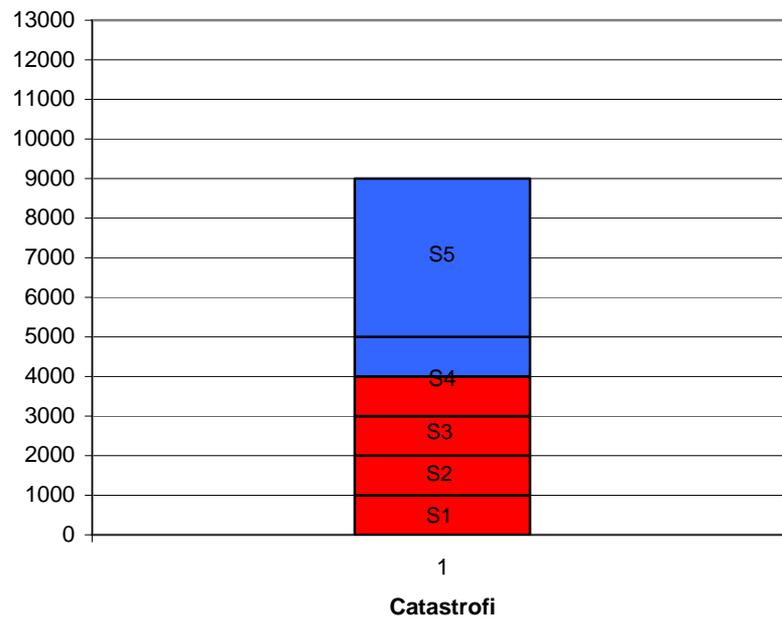
Quanto detto è illustrato graficamente di seguito, dove, come di consueto, si è indicato, per entrambe le forme assicurative, con il colore rosso i risarcimenti conservati dall'assicuratore diretto, mentre il colore blu indica la parte dei risarcimenti di competenza dei riassicuratori.

<sup>28</sup> In quanto i danni non eccedono la portata del trattato CATXL.

### WXL/R



### CATXL



**Figura 17 – Grafici relativi alla combinazione di WXL/R e di CATXL**

### 4.1.3 Riassicurazione aggregate XL

Attraverso la forma riassicurativa dell'*aggregate excess of loss* l'impresa assicurativa cedente si tutela contro il rischio di perdite di esercizio che si possono verificare in un dato ramo o nella gestione di un certo gruppo di rischi omogenei, fissando come priorità un valore monetario che rimarrà a suo carico in riferimento al risarcimento globale scaturito dall'intero portafoglio descritto nel trattato. Tale valore è indicato come priorità globale e nella schematizzazione che segue è rappresentato da  $L^G$ ; inizialmente ipotizziamo al solito che non sia prevista una portata.

Il risarcimento globale conservato dal riassicurato è dunque immediatamente calcolabile, essendo dato da:

$$X^A = \min(X; L^G)$$

mentre il riassicuratore si farà carico dell'importo:

$$X^R = \max(X - L^G; 0)$$

Se adesso assumiamo l'ipotesi più realistica di una portata limitata dal valore monetario  $Q^G$ , avremo che l'importo ceduto al riassicuratore sarà pari a:

$$X^R = \min[\max(X - L^G; 0); Q^G]$$

ed il risarcimento globale a carico dell'assicurato diventerà conseguentemente:

$$X^A = \min(X; L^G) + \max(X - Q^G; 0)$$

Molteplici sono gli evidenti vantaggi che una copertura di questo tipo è in grado di offrire al soggetto riassicurato, primo tra tutti la possibilità per il cedente di limitare i danni derivanti da un'errata previsione a livello dell'intero portafoglio, dunque in riferimento al cosiddetto rischio di tariffazione<sup>29</sup>.

#### Esempio

A conclusione del paragrafo inseriamo un breve esempio di riassicurazione *aggregate XL*, con cui visualizzare i possibili esiti di una tale copertura. Per far ciò, l'unico importo che è necessario ipotizzare, oltre ai valori di  $L^G$  e  $Q^G$ , è quello relativo al

---

<sup>29</sup> E' un rischio connesso all'attività dell'attuario, alla capacità di immettere sul mercato un prodotto equilibrato ma concorrenziale.

risarcimento globale dell'intero portafoglio oggetto della copertura, che è riportato, come la successiva spartizione tra cedente e cessionario, nella tabella che segue.

Priorità globale	60.000
Portata	90.000
Risarcimento globale generato dal portafoglio	70.000
Risarcimento globale a carico dell'assicuratore	60.000
Risarcimento globale dovuto dal riassicuratore	10.000

**Figura 18 – Esempio di *aggregate XL***

## 4.2 Riassicurazione *stop-loss*

Il trattato *stop-loss* è progettato per quegli assicuratori diretti che sono alla ricerca della forma di copertura più ampia possibile; questa tipologia riassicurativa risponde a detto criterio di ricerca in quanto il riassicuratore cessionario risulta obbligato a farsi carico di tutto l'onere dei sinistri totali che eccede il limite stabilito per la quota del riassicurato.

Si può sicuramente notare come la definizione fin qui fornita sia adattabile anche alla forma *aggregate excess of loss*; ciò che contraddistingue la nuova modalità riassicurativa dalle altre forme non proporzionali in genere e dalla modalità *aggregate* in particolare, risiede infatti nel modo in cui sono definite portata e priorità, presenti anche in questi trattati, non più indicate in importi monetari, bensì stabilite in termini percentuali.

Il contratto riassicurativo verte infatti sulla definizione di un rapporto percentuale sinistri a premi di competenza del portafoglio, il cosiddetto *loss ratio*<sup>30</sup>:

$$\text{loss ratio} = \frac{\text{sinistri netti di competenza}}{\text{premi netti di competenza}}$$

<sup>30</sup> Nel calcolo del rapporto si utilizzano gli importi dei sinistri e dei premi al netto di precedenti, eventuali riassicurazioni, nella pratica quasi sempre presenti.

Questo rapporto, che indicheremo nel seguito con  $q$ , corrisponde al massimo risarcimento, in percentuale dei premi, che l'assicuratore è intenzionato ad effettuare in conseguenza dei sinistri che interesseranno il portafoglio lungo il corso del trattato. Riprendiamo infine l'usuale schematizzazione e supponiamo di essere in presenza di una riassicurazione *stop-loss* avente per oggetto un portafoglio di assicurazioni di responsabilità civile composto da  $n$  contratti omogenei.

Ipotizziamo quindi che sia prevista una priorità globale<sup>31</sup> fissata nella misura di  $q^{SL}$ , ed inizialmente supponiamo che la portata sia totale.

La percentuale dell'ammontare complessivo dei premi<sup>32</sup> conservata dal riassicurato nelle suddette condizioni, sarà pari a:

$$q^A = \min(q; q^{SL})$$

mentre quella ceduta al riassicuratore sarà data da:

$$q^R = \max(q - q^{SL}; 0)$$

oppure, nel caso sia inserita nel trattato una portata pari a  $q^*$ , avremo:

$$q^R = \min[\max(q - q^{SL}; 0); q^*]$$

Poiché l'obiettivo di tale copertura, ed in generale di tutte le riassicurazioni, non è e non può essere quello di esonerare l'assicuratore diretto da tutto il rischio tipico dell'iniziativa imprenditoriale, il riassicuratore richiede ragionevolmente al cedente che questo incorra in una perdita tecnica<sup>33</sup> prima che la copertura *stop-loss* intervenga a protezione del capitale sociale<sup>34</sup>.

Sempre in questo contesto, è utile notare come la *stop-loss* presenti, come l'*aggregate XL*, un importante rischio di *moral hazard* per il riassicuratore che, in questa forma omnicomprendiva di riassicurazione, si trova a fronteggiare rischi come:

- il rischio di riservazione, o *reserving risk*: è legato alla possibile insufficienza delle riserve tecniche accantonate;
- il rischio di fallimento dei riassicuratori che offrono coperture anteriori alla propria;
- rischio dell'inadeguatezza delle basi tecniche;

---

<sup>31</sup> Come nel caso della forma *aggregate XL*, la priorità si dice anche priorità globale.

<sup>32</sup> Riferiti ai contratti coperti dal trattato e di competenza del corrispondente periodo temporale.

<sup>33</sup> Vale a dire che i premi incassati risultano insufficienti per coprire i risarcimenti ed i costi.

<sup>34</sup> Oppure del fondo di garanzia nel caso di imprese di assicurazioni operanti in forma di mutue.

Per i motivi suddetti l'assicurazione *stop-loss* è una tipologia molto interessante per il riassicurato e contemporaneamente la meno gradita dal riassicuratore.

Questa forma di copertura risulta quindi rara nella pratica, dove trova comunque spazio se associata ad ulteriori ed antecedenti coperture riassicurative, nonché nei casi in cui l'impresa cedente e la cessionaria siano società appartenenti ad un medesimo gruppo, ad esempio un'impresa controllata ed un'impresa madre, dove quest'ultima decide di offrire questo tipo di supporto alla società di nuova costituzione o all'impresa che si trova in temporanee difficoltà.

### Esempio

Per concludere questa sezione presentiamo un esempio di riassicurazione *stop-loss*, nel quale visualizziamo gli esiti di una copertura supposta operante per tre anni consecutivi.

Le ipotesi:

- ammontare dei premi diretti<sup>35</sup> di competenza: 50.000;
- costi sostenuti dall'assicuratore diretto: 15.000 = 30%;
- condizioni del trattato *stop-loss*:  $q=100\%$  e  $q^{Sl}=50\%$

Si segnala come il trattato in questione, che prevede una copertura pari al 50% dell'ammontare dei premi diretti di competenza, una volta che i risarcimenti abbiano superato il 100% di tale valore, imponga che la portata risulti pari ai premi conseguiti. Questo comporta automaticamente che l'assicuratore diretto accetti di incorre in una perdita d'esercizio pari al 30% di detti premi e corrispondente all'ammontare dei costi diretti<sup>36</sup> sostenuti, prima che intervenga la *stop-loss*.

Anno	Totale risarcimenti	Conservato	Ceduto
Anno 1	55.000	50.000	5.000
Anno 2	45.000	45.000	0

<sup>35</sup> Si è indicato con la dicitura "premi diretti" quelli incassati dall'assicuratore diretto da parte degli assicurati.

<sup>36</sup> Ancora una volta caratterizziamo con questo aggettivo gli importi, in questo caso oneri, derivanti dalla stipula dei contratti tra assicurato e assicuratore.

Anno 3	90.000	50.000 + 15.000	25.000
--------	--------	-----------------	--------

**Figura 19 – Esempio di *stop-loss***

Un ultimo commento relativo al terzo anno: l'assicuratore diretto vede imputare a suo carico non solo la priorità, bensì anche la parte eccedente la portata del riassicuratore, da qui l'attribuzione degli ulteriori 15.000.

### 4.3 Condizioni contrattuali

In questo paragrafo effettueremo una descrizione di alcune delle clausole e delle condizioni che possono interessare i contratti oggetto della nostra analisi. In particolare, ci interesseremo di:

- ◆ clausola di reciprocità;
- ◆ *basis of coverage* (basi della copertura);
- ◆ *coinsurance clause* (clausola di coassicurazione);
- ◆ *stability clause* (clausola di stabilità);
- ◆ *reinstatement clause* (clausola dei reintegri) e limiti alla copertura;

Iniziamo illustrando il significato comunemente attribuito alla clausola di reciprocità, o all'affare di reciprocità come viene spesso definito. Detto affare consiste in una particolare operazione riassicurativa mediante la quale due assicuratori si impegnano reciprocamente a trasferirsi le quote di rischio superiori al loro rispettivo pieno di conservazione. Occorre ricordare che questa pratica si è sviluppata agli inizi del XX secolo con lo scopo di fronteggiare una certa scarsità di offerta sul mercato riassicurativo; per questo motivo ci si riferisce inizialmente ad una reciprocità di servizio. Successivamente però l'impiego di questo tipo di operazione muta di fisionomia, in particolare si ricerca con questo sistema una riduzione dell'alea che corre il riassicuratore cessionario, mentre notevoli sono i vantaggi ottenuti dal punto di vista dell'equilibrio industriale.

La reciprocità consente infatti:

- di acquisire una maggiore stabilità nel portafoglio di entrambe le imprese in considerazione della legge dei grandi numeri e dell'aumento dei rischi assicurati;
- in riferimento a nuovi mercati per il settore assicurativo, l'interscambio di rischi con riassicuratori di mercati più evoluti sotto l'aspetto tecnico-attuariale consente di perseguire un equilibrio geografico altrimenti non raggiungibile nella ristretta dimensione degli affari nazionali;
- di riequilibrare il flusso negativo di importi impiegati per la riassicurazione passiva, il che produce effetti positivi anche sulla bilancia dei pagamenti.

La reciprocità presenta però anche alcuni aspetti non positivi, in particolare se utilizzata in misura eccessiva: occorre tener presente, infatti, che il nuovo portafoglio idealmente realizzato per ciascuna impresa in seguito a questo interscambio presenta sì un miglior requisito di massa, ma può risultarne inficiato il carattere dell'indipendenza e quello dell'omogeneità qualitativa. In quest'ottica è sconsigliabile un disincantato approccio a questa operazione, magari con l'unico scopo di conseguire un "vistoso" aumento della produzione lorda in bilancio per "abbagliare" gli azionisti e gli *stakeholders* in generale.

Per quanto concerne invece le basi con cui si intende far operare la copertura riassicurativa, attraverso qualunque forma questa sia realizzata, si è soliti distinguere tra coperture operanti:

- *claims made basis* (in base alle richieste di risarcimento);
- *losses occurring basis* (in base all'accadimento dei sinistri);
- *policies incepted during basis*, o *PID basis* (in base alle polizze stipulate durante)

Una riassicurazione che adotta la *claims made basis* copre i sinistri di cui il cedente viene a conoscenza durante il periodo del trattato e che comunica immediatamente al riassicuratore. Molto spesso i trattati che prevedono questo funzionamento contengono anche un'indicazione temporale atta a limitare la retroattività tipica di questa modalità, cioè sarà stabilita una data che esclude dalla copertura i sinistri verificatisi prima di tale data.

Nell'ipotesi invece che la riassicurazione stipulata individui la *losses occurring*, o LOC, come base operativa, il cessionario sarà chiamato a pagare la sua parte di tutti i

sinistri la cui data di accadimento ricade nel periodo di calendario coperto dal trattato; si osserva quindi un'estensione temporale della copertura rispetto alla clausola precedente.

Diversamente succede nel caso di una base del tipo PID, la quale fa sì che il riassicuratore offra protezione contro tutti i sinistri legati ai contratti stipulati durante il periodo di validità del trattato. Si comprende come un contratto di riassicurazione contenente questa clausola comporti un'espansione, sul piano temporale, del periodo di esposizione del cessionario, che può essere anche esteso di diversi anni in più rispetto a contratti operanti con una delle altre clausole<sup>37</sup>.

Occorre sottolineare l'importanza che deve essere data alla verifica della scelta della clausola più opportuna, specie nei momenti in cui si dovesse optare per un cambiamento di quella precedentemente adottata perché potrebbe altrimenti verificarsi un'assenza od un eccesso di copertura. La prima delle situazioni descritte si realizzerebbe passando da una copertura con clausola LOC ad una che adotta la PID: resterebbero privi di riassicurazione i sinistri occorsi durante il periodo di valenza del nuovo trattato ma scaturiti da contratti stipulati sotto il trattato previgente. L'altra situazione, altrettanto non desiderabile in quanto antieconomica, si avrebbe passando da un trattato con clausola PID ad uno operante tramite la condizione LOC: sarebbero sovrapposte le coperture relative ai sinistri originati dai contratti, quelli non ancora scaduti, stipulati nel periodo di valenza del precedente trattato.

Altra peculiarità che è possibile trovare in alcuni trattati, specie quelli dove gli importi in gioco sono particolarmente elevati, è la clausola di coassicurazione. Questa postilla obbliga il soggetto cedente a trattenere una quota del sinistro che verrebbe altrimenti ceduta in quanto eccedente la *retention* stabilita nel trattato *excess of loss*.

L'utilità di un accordo di questo tipo, che viene naturalmente tenuto presente in sede di *pricing* dal riassicuratore, è duplice: un vantaggio è evidente dal punto di vista del cessionario, che vede ridursi il rischio di *moral hazard* in quanto il soggetto cedente viene ad avere un interesse finanziario nel mantenere un attento controllo sui risarcimenti garantiti agli assicurati; l'altro aspetto positivo riguarda invece il mercato riassicurativo inteso in senso generale, mercato che soffre tipicamente di una spirale

---

<sup>37</sup> La durata dell'esposizione in questa modalità dipende dalla durata prevista dal contratto originario stipulato dal riassicurato con i gli assicurati diretti.

di collegamenti tra le società di riassicurazione che amplifica, trasferendo l'onere da un riassicuratore ad un altro, i costi dei risarcimenti<sup>38</sup>, mercato per il quale questa clausola rappresenta un modo per far uscire parte dei sinistri di maggiori dimensioni da detto ciclo, noto anche come *claim spiral*.

Occupiamoci adesso di una clausola che tutela il riassicuratore dall'onere di fronteggiare da solo il mutare dei fattori economici, legando anche il riassicurato alla dinamica degli affari del lungo periodo: la clausola di stabilità. I rapporti economici mutano a seguito della crescente inflazione, che fa aumentare il costo dei risarcimenti nel tempo. Senza questo tipo clausola, oggi in uso in molti tipi di contratti, l'intero ammontare aggiuntivo, derivante dall'inflazione, sarebbe a carico del riassicuratore, mentre attraverso questo accordo, l'inflazione è distribuita proporzionalmente sulla base di quanto stabilito nel trattato, dove è indicato anche un valore di riferimento con cui indicizzare gli importi<sup>39</sup>, ad esempio l'indice dei salari o quello dei prezzi al consumo. Ora, attraverso un esempio, vediamo come si realizza questa compartecipazione.

### Esempio

Supponiamo sia stato stipulato un trattato relativo ad una copertura *excess of loss*, in particolare una 900.000 XS 300.000, nel quale si è inserita una clausola di stabilità, che prevede che l'assicuratore diretto debba fornire al cessionario, oltre agli importi pagati per i vari sinistri, anche le date in cui sono stati effettuati tali pagamenti. L'ammontare di ogni singolo risarcimento sarà adeguato mediante la formula:

$$\text{importo effettivamente pagato} \times \frac{\text{valore base dell'indice}}{\text{importo adeguato del pagamento}} = \text{indice al momento del pagamento}$$

Sempre nel trattato è però specificato che tale adeguamento si applica solo agli importi per cui l'indice di riferimento abbia subito una deviazione superiore al 10% rispetto al valore di base, cioè al valore che lo stesso indice aveva nel momento della stipula del trattato, che supporremo essere pari a 115 e riferito al 1 Gennaio 2001.

Ipotizziamo una situazione di sinistrosità come riportata nella tabella seguente:

---

<sup>38</sup> Si pensi alle somme ingenti necessarie per far fronte ad eventi catastrofici.

<sup>39</sup> Per questo la clausola di stabilità è anche indicata con il nome di *indexation clause*.

Sinistro	Importo effettivamente pagato	Data di pagamento	Valore indice alla data di pagamento	Fattore di adeguamento	Importo adeguato del pagamento
Sinistro A	60.000	01/09/2001	123,0	nessuno <sup>40</sup>	60.000
Sinistro B	75.000	19/04/2002	127,4	$\frac{75.000 \times 115}{127,4}$	67.700,16
Sinistro C	590.000	12/02/2004	153,7	$\frac{590.000 \times 115}{153,7}$	441.444,37
	725.000				569.144,53

**Figura 20 – Adeguamento dei valori ad un indice**

Analizziamo adesso la ripartizione dei risarcimenti, che può avvenire tramite due equivalenti procedure:

- la prima modalità, partendo dalla ridefinizione di priorità e portata in termini percentuali del nuovo totale degli importi adeguati, procede poi alla spartizione dell'ammontare effettivamente pagato tramite questa percentuale;
- la seconda modalità prevede invece l'utilizzo del rapporto

$$\frac{\text{totale degli importi effettivamente pagati}}{\text{totale degli importi adeguati}}$$

che, moltiplicato per la priorità e per la portata, fornisce i nuovi importi, adeguati, di tali valori.

Terminando il nostro esempio avremo dunque:

Metodo di calcolo n. 1			
Step 1	Totale degli importi adeguati	569.144,53	= 100,0000%
	Priorità	300.000	= 52,7107%
	Sinistri che hanno colpito il layer	269.144,53	= 47,2893%
Step 2	Totale dei risarcimenti effettivi		725.000
	Nuova priorità	52,7107% di 725.000	= 382.152,58
	Risarcimento a carico del riassicuratore	47,2893% di 725.000	= 342.847,42

<sup>40</sup> Si noti che lo scostamento dal valore base dell'indice è inferiore al 10%.

Metodo di calcolo n. 2		
$\frac{\text{totale degli importi effettivamente pagati}}{\text{totale degli importi adeguati}}$	$= \frac{725.000}{569.144,53}$	$= 1,27384163$
Nuova priorità	$1,27384163 \times 300.000$	$= 382.152,49$
Risarcimento a carico del riassicuratore	$1,27384163 \times 269.144,53$	$= 342.847,50$

**Figura 21 – Ripartizione dei risarcimenti sotto la clausola di stabilità**

Si sottolinea che le differenze riscontrate tra i risultati dei due metodi proposti sono da imputare unicamente ad imprecisioni di calcolo dovute agli arrotondamenti; l'uso di un maggior numero di decimali aumenterebbe la precisione e quindi diminuirebbe la distanza tra i risultati.

Un modo differente per tener conto dell'inflazione, limitandone, come attraverso la clausola di stabilità, gli effetti negativi per il riassicuratore, sarà presentato nel paragrafo 4.4.

Una clausola che è in grado di far variare in maniera considerevole la misura del trasferimento degli oneri e dunque l'ammontare dei premi spettanti al riassicuratore è la clausola dei reintegri, utilizzata nei trattati *excess of loss*.

Attraverso questo accordo, nel contratto è limitato l'ammontare totale che il riassicurato potrà recuperare da quella copertura, mediante l'indicazione di un numero di reintegri. In altre parole, la somma assicurata su ogni rischio coperto dal trattato si riduce automaticamente nel corso del contratto del danno liquidato dal cessionario, ed il riassicurato può ricostituire tale somma pagando un premio integrativo, detto *reinstatement premium* (premio di reintegro), nei limiti delle ricostituzioni consentite dalla clausola.

Riprendendo la schematizzazione adottata precedentemente e facendo riferimento questa volta alla somma dei vari risarcimenti, ovvero indicando con  $N$  il numero aleatorio dei sinistri, con  $Y_i^R$  l'onere del risarcimento per l' $i$ -esimo sinistro a carico del riassicuratore, avremo che l'importo totale a carico del riassicuratore sarà pari a:

$$X^R = \sum_{i=0}^N Y_i^R$$

Prima di mostrare cosa accade all'esborso aleatorio del cessionario in presenza di una clausola di reintegro, occorre fare un passo indietro e introdurre altre definizioni che spesso compaiono nei trattati in questione.

Abbiamo detto, semplificando, che l'ammontare totale a carico del riassicuratore sotto quel contratto è dato da  $X^R$  ed è funzione unicamente della priorità  $l$  e della portata  $m$  specificate nel trattato<sup>41</sup>; nella realtà assicurativa ci sono ulteriori assunzioni che concorrono a tale determinazione, quali ad esempio l'*aggregate deductible* e l'*aggregate limit* (limite aggregato).

La prima quantità, che indicheremo con  $L$ , è utilizzata qualora il cessionario intenda stipulare una copertura *excess of loss* per una certa classe di rischi ma sia disposto ad accettare un certo livello di perdita riferito a quel *layer* di copertura entro il quale non far intervenire la riassicurazione; l'*aggregate deductible* esprime dunque il valore soglia della perdita che il cedente è preparato ad accettare, pur rientrando altrimenti nel *layer* indicato nel contratto, in cambio di una riduzione del premio di riassicurazione.

L'*aggregate limit*, invece, possiamo dire essere il concetto complementare a quello appena esposto, in quanto consiste nel valore soglia, indicato con  $M$ , riferito all'ammontare complessivo dei risarcimenti a carico del riassicuratore oltre il quale ulteriori cessioni ritornano ad essere imputate al riassicurato.

Sia l'*aggregate deductible*,  $L$ , che l'*aggregate limit*,  $M$ , sono spesso definiti nel trattato come multipli rispettivamente delle quantità  $m$  ed  $l$  che potremmo definire i concetti corrispondenti in termini però di singoli risarcimenti.

Definite queste nozioni, torniamo alla clausola sui reintegri; a tal proposito è utile osservare che l'esborso aleatorio del riassicuratore per una copertura  $m$  XS  $l$  che prevede un *aggregate deductible* pari a  $L$  e che consente  $k$  reintegri, sarà dato da:

$$X^R_{(L,M)} = \min(\max(X^R - L, 0), (k+1)m)$$

dove  $M$ , l'*aggregate limit*, è definito pari a  $(k+1)*m$ , in quanto il riassicuratore avrà un'esposizione massima complessiva pari a quella massima prevista per un singolo sinistro,  $m$ , a cui si aggiungono i  $k$  reintegri concessi dal trattato, pari a  $k*m$ .

Nella maggioranza dei casi, il premio inizialmente richiesto per un trattato di questo tipo è commisurato ad una copertura globale pari ad  $m$ , e solo successivamente saranno computati i premi di reintegro; in particolare, non appena venga superata la

<sup>41</sup> Le due variabili influenzano infatti i valori  $Y_i^R$ .

soglia L, ed il risarcimento del riassicuratore vada a intaccare parte del primo dei k+1 livelli di copertura contemplati nel trattato, è necessario calcolare il premio di reintegro.

I reintegri possono essere limitati od illimitati, gratuiti o a pagamento; un contratto può, ad esempio, prevedere due reintegri gratuiti<sup>42</sup> e due a pagamento.

Vi sono principalmente due modalità con cui è possibile calcolare il premio di reintegro:

- *pro rata amount*;
- *pro rata temporis*.

L'applicazione del primo dei due metodi proposti consente di calcolare un premio proporzionale alla copertura erosa, mentre con il secondo metodo il premio calcolato è proporzionale alla durata residua della copertura riassicurativa.

Nel dettaglio, la formula per un calcolo del tipo *pro rata amount* sarà:

$$\frac{\text{ammontare dei risarcimenti pagati dal riassicuratore} \times P}{\text{portata del trattato}} \times c\%$$

dove con c% si è indicata l'aliquota concordata nel trattato, ad esempio il 100% o il 50%, e con P il premio del trattato di riassicurazione.

Con l'adozione di un criterio *pro rata temporis* avremo invece:

$$\frac{\text{ammontare dei risarcimenti pagati dal riassicuratore} \times P \times \text{numero di giorni alla scadenza}}{\text{portata del trattato} \times 365}$$

in cui il premio del trattato di riassicurazione è stato nuovamente indicato con P.

Prima di illustrare con un esempio quanto detto fin qui, si rileva che generalmente i premi di reintegro non sono esplicitamente pagati dall'assicuratore, ma sono detratti dai risarcimenti a questo dovuti dal riassicuratore; inoltre, si segnala che, come nell'assicurazione di primo livello, anche nella riassicurazione il soggetto cedente il rischio è tenuto a versare il premio anticipatamente, sebbene sia usuale che il riassicuratore accetti un *deposit premium* (premio in acconto) che spesso coincide con il premio minimo che il cedente dovrà pagare, comunque vadano gli eventi, per quella copertura. Il *deposit premium* ammonta genericamente all'80-90% del premio stimato per la copertura e durante il periodo di valenza del trattato, quindi anche negli eventuali momenti in cui è necessario calcolare i premi di reintegro, si tende a sostituire nelle formule suddette il premio del trattato con questo premio "certo".

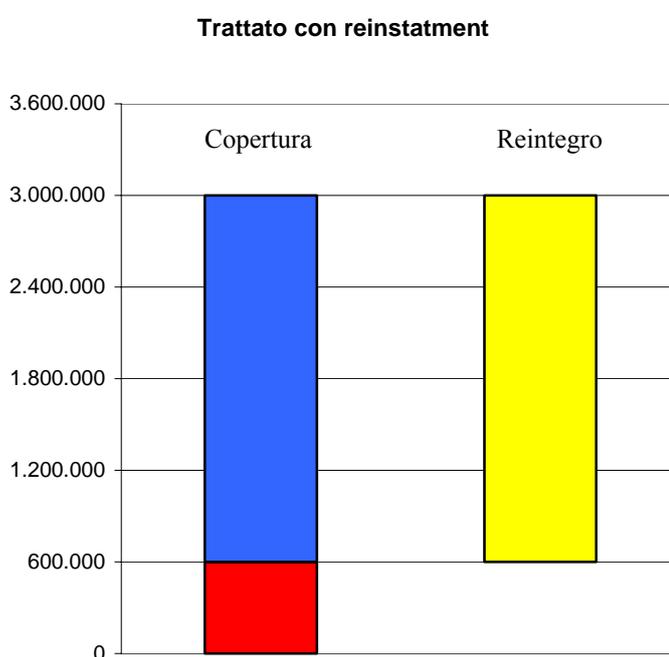
---

<sup>42</sup> In questa ipotesi il riassicuratore ha già conteggiato la possibilità di reintegrazione della procedura nel computo del premio del trattato.

### Esempio

Poniamoci nella seguente situazione: un trattato del tipo CATXL è stato stipulato con pieno catastrofale, cioè la priorità, pari a 600.000, la portata pari a 2.400.000 ed è stabilita una clausola che consente un reintegro con aliquota del 50%<sup>43</sup>. Supponiamo infine che il *deposit premium* ammonti a 500.000.

Lo schema seguente illustra una possibile lettura del trattato, dove sono evidenziate la copertura ed il reintegro concordati.



**Figura 22 – Clausola dei reintegri, step 1**

Ipotizziamo dunque che si realizzi una prima catastrofe, ad esempio un terremoto, che provochi danni complessivi per 1.200.000, di cui il riassicuratore dovrà versare 600.000. La copertura offerta dal trattato si riduce quindi di 600.000, consumati per questo primo evento estremo, passando da 2.400.000 a 1.800.000 ed è poi immediatamente reintegrata a 2.400.000. Il calcolo del premio di reintegro avviene utilizzando il *deposit premium* come segue:

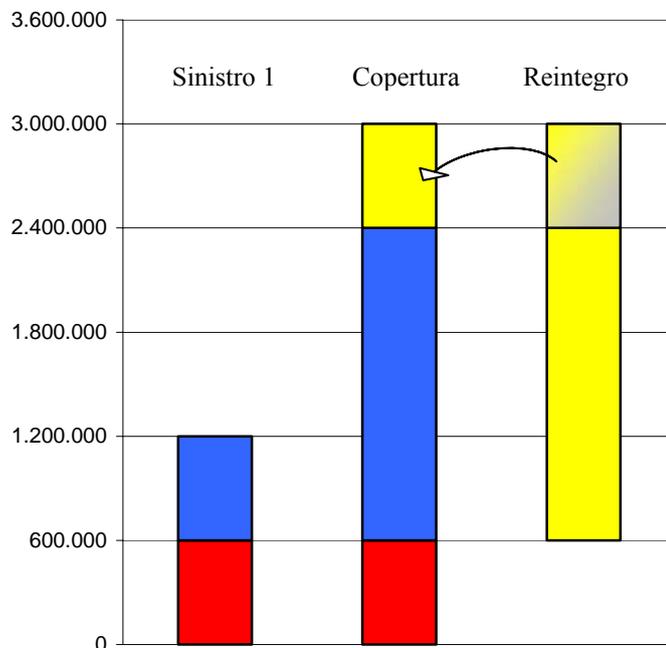
$$\frac{600.000 \times 500.000}{2.400.000} \times 50\% = 62.500$$

<sup>43</sup> Dunque si adotta un metodo di calcolo del tipo *pro rata amount*.

Il riassicuratore dovrà quindi versare al riassicurato:

$$600.000 - 62.500 = 537.500$$

Illustriamo il cambiamento intervenuto con il seguente grafico:



**Figura 23 – Clausola dei reintegri, step 2**

Si verifica un secondo evento: un maremoto che provoca danni per 2.100.000; di questi il riassicuratore ha a carico 1.500.000. La copertura è perciò ridotta a 900.000 ed immediatamente reintegrata. Il premio di reintegro ammonta a:

$$\frac{1.500.000 \times 500.000}{2.400.000} \times 50\% = 156.250$$

Si assisterà dunque ad un versamento del riassicuratore pari a:

$$1.500.000 - 156.250 = 1.343.750$$

Infine, supponiamo che un terzo evento catastrofico, un grande incendio ad esempio, causi danni per 1.600.000; in questo caso, il riassicuratore avrà a suo carico un risarcimento pari a 1.000.000, per cui la copertura inizialmente si ridurrà a 1.400.000 per essere poi reintegrata. Adesso però una ricostituzione completa non è più possibile, in quanto la dotazione di reintegri si esaurisce dopo aver apportato in forza

alla copertura gli ultimi 300.000 disponibili, copertura che passa dunque a 1.700.000, valore questo non più incrementabile per tutta la residua durata del trattato.

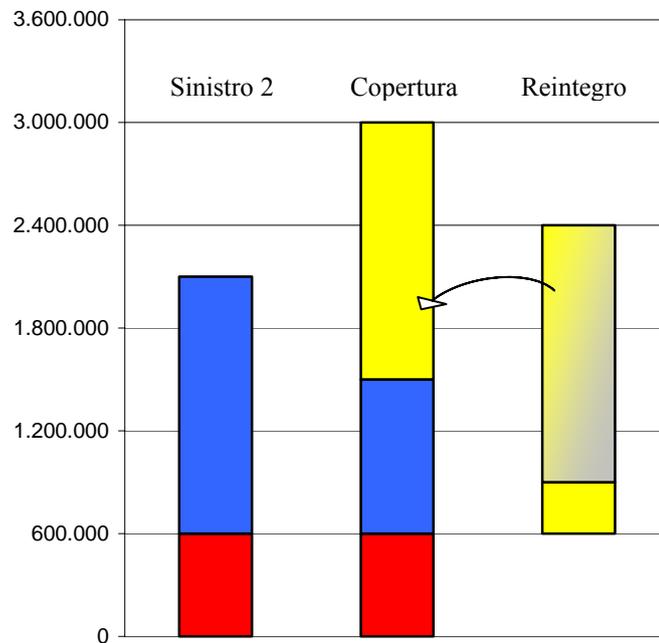
Il costo di quest'ultimo reintegro sarà dunque:

$$\frac{300.000 \times 500.000}{2.400.000} \times 50\% = 31.250$$

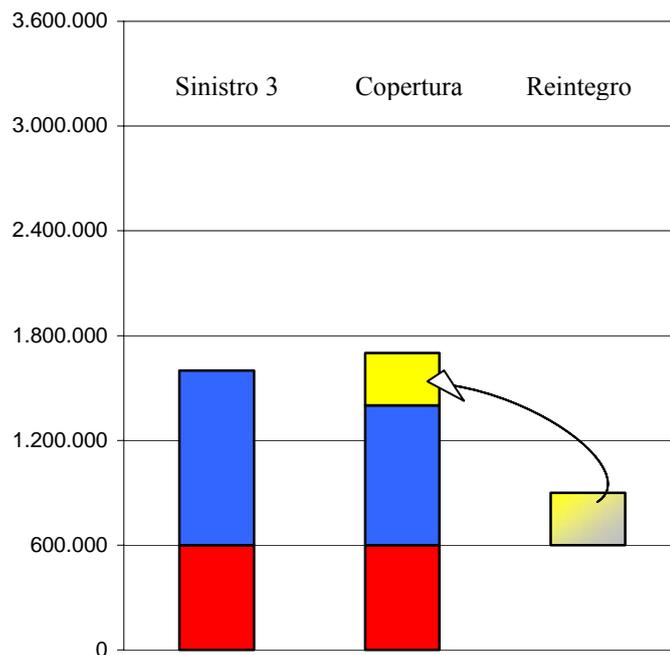
ed il riassicuratore dovrà versare all'assicuratore:

$$1.000.000 - 31.250 = 968.750$$

Si riportano di seguito le illustrazioni grafiche delle modifiche intervenute successivamente al verificarsi del secondo e del terzo evento, rispettivamente:



**Figura 24 – Clausola dei reintegri, step 3**



**Figura 25 – Clausola dei reintegri, step 4**

#### ***4.4 Riassicurazione E.CO.MO.R.***

Abbiamo già analizzato come il fenomeno dell’inflazione possa provocare l’incremento degli oneri per risarcimenti dovuti dal riassicuratore e abbiamo presentato la clausola di stabilità come un possibile accordo per la ripartizione degli incrementi tra cedente e cessionario. In questo paragrafo analizzeremo invece una particolare copertura riassicurativa, ancora del tipo non proporzionale, che consente di limitare le conseguenze negative suddette e non solo: infatti, il modello che presentiamo in questa sezione viene incontro anche all’esigenza del riassicurato di tutelarsi, in particolare, contro i più grossi esborsi monetari.

La copertura riassicurativa in questione è stata introdotta dall’attuario francese A. Thépaut nel 1950 con il nome di “*Excedent du Cout Moyen Relatif*”, o brevemente E.CO.MO.R.. Per la sua schematizzazione, occorre far riferimento alla statistica dei sinistri ordinata in modo non crescente in base all’ammontare del relativo risarcimento.

Indicheremo ancora una volta con  $N$  la variabile aleatoria rappresentate il numero dei sinistri e con  $Y$  quella relativa ai risarcimenti, ma adesso saranno da intendersi riferite all'intero portafoglio e non più al singolo contratto<sup>44</sup>.

Il trattato identifica la priorità con il risarcimento relativo all' $m$ -esimo sinistro della statistica ordinata suddetta, trasferendo a carico del riassicuratore i risarcimenti eccedenti tale priorità, risarcimenti che, per costruzione del modello, saranno associati agli  $m-1$  più grandi sinistri.

Se consideriamo un portafoglio di contratti omogenei di durata annuale, possiamo indicare con:

$$Y_{1:N} \geq Y_{2:N} \geq \dots \geq Y_{j:N} \geq \dots \geq Y_{N:N}$$

i risarcimenti stocastici ordinati degli  $N$  sinistri che supponiamo interessino il portafoglio oggetto della copertura.

Avremo quindi che il riassicurato manterrà a suo carico il risarcimento globale

$$X^A = \sum_{j=m+1}^N Y_{j:N} + mY_{m:N}$$

mentre il riassicuratore vedrà trasferirsi il risarcimento globale pari a:

$$X^R = \sum_{j=1}^m Y_{j:N} - mY_{m:N}$$

vale a dire

$$X^R = \sum_{j=1}^m \max(Y_{j:N} - Y_{m:N}; 0)$$

L'ultima espressione vuole evidenziare come la riassicurazione E.CO.MO.R. possa essere letta come una copertura *excess of loss* in cui il ruolo della priorità è svolto dal risarcimento originato dall' $m$ -esimo più grande sinistro; la priorità è dunque una variabile aleatoria, non un importo certo, al momento della stipula del trattato, dove l'accordo è ricercato solo relativamente al valore di  $m$ .

Questa tipologia di copertura ha incontrato delle difficoltà ad entrare nell'uso comune delle imprese di riassicurazione, principalmente a causa della complessità tecnica che la caratterizza. Vogliamo qui accennare all'impostazione semplificatrice che lo stesso

---

<sup>44</sup> Si fa quindi riferimento all'impostazione collettiva, non più a quella individuale, della teoria del rischio.

Thépaut propose per il *pricing* di una E.CO.MO.R che supporremo essere riferita ad un portafoglio di assicurazioni omogenee, del tipo *property*, di durata annuale.

A posteriori avremo a disposizione gli importi dei risarcimenti dei  $k$  sinistri che avranno interessato il portafoglio; possiamo dunque costruire la statistica ordinata in senso non crescente:

$$y_{1:k} \geq y_{2:k} \geq \dots \geq y_{j:k} \geq \dots \geq y_{k:k}$$

Alla stipula del trattato è stato fissato  $m$  tale che il risarcimento  $y_{m:k}$  rappresenta adesso la priorità. Se assumiamo che il risarcimento abbia distribuzione di probabilità  $Y$  modellabile secondo una distribuzione di Pareto semplice di parametro  $\alpha$ , vale a dire con funzione di ripartizione

$$F_Y(y) = 1 - y^{-\alpha}$$

dove  $y \geq 1$ , abbiamo che il premio per il rischio<sup>45</sup>,  $P$ , risulta:

$$\begin{aligned} P &= E(X^R) = (m-1)E[Y | Y > y_{m:k}] = \\ &= (m-1) \frac{\int_{y_{m:k}}^{+\infty} y^{-\alpha} dy}{1 - F_Y(y_{m:k})} = (m-1) \frac{y_{m:k}}{\alpha - 1} \end{aligned}$$

Si segnala infine che  $P$  è espresso anche in funzione dell'importo  $y_{m:k}$ , il quale sarà noto solo al termine della copertura.



<sup>45</sup> Per la scomposizione del premio del trattato si veda il paragrafo 5.1.

## 5. Il Premio

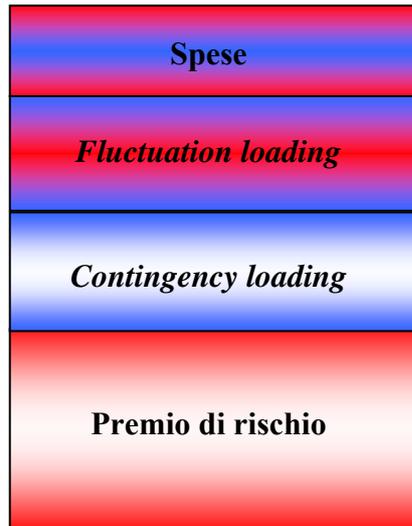
In questo capitolo daremo una definizione di ciò che intendiamo per premio di riassicurazione e descriveremo quelle che sono le metodologie di *pricing* di tale premio. Quando si parla di modelli per la valutazione del premio per la riassicurazione dei rami danni, generalmente ci si riferisce alle forme di tipo non proporzionale ed alle *excess of loss* in particolare, in quanto per le forme proporzionali i premi di riassicurazione, come detto nel capitolo terzo, sono immediatamente ricavabili applicando l'aliquota di cessione ai premi delle assicurazioni dirette, considerando inoltre quelle che avevamo definito commissioni di riassicurazione.

Contrariamente a quanto accade per le forme proporzionali, il premio per una riassicurazione non proporzionale non è ricavabile direttamente dal premio della copertura originale sottostante il trattato; è necessario ricorrere a specifici modelli di calcolo.

Per poter arrivare a calcolare il premio per un contratto di riassicurazione, iniziamo con il chiarire cosa si intende con tale denominazione.

### 5.1 Scomposizione del premio

Il premio pagato per una copertura riassicurativa è composto da vari elementi, come illustrato nella figura seguente:



**Figura 26 – Le componenti del premio di riassicurazione**

Delle quattro componenti individuate, la più importante è sicuramente rappresentata dal premio di rischio, che consiste nel premio necessario a coprire il costo medio dei sinistri nel lungo periodo secondo le condizioni stabilite nel trattato. In altre parole, il premio per il rischio altro non è che il valore atteso degli oneri per sinistri a carico del riassicuratore. Del modo di calcolare questa fondamentale componente ci occuperemo a breve.

Passando in rassegna le altre parti che compongono il premio di riassicurazione, troviamo:

- il *contingency loading*: stante il fatto che il premio di rischio è un valore stimato e non un importo certo, e in considerazione che spesso nella pratica i riassicuratori per poter competere in termini di concorrenza tendono a sottostimare tale valore per attrarre, con prezzi inferiori, i possibili riassicurati, attraverso questa forma di caricamento, il riassicuratore bilancia i possibili effetti di un'inaccurata stima; è usualmente fissato in misura pari al 10% del premio di rischio stabilito per quel portafoglio;
- il *fluctuation loading*: un ulteriore, distinto caricamento, relativo al costo del capitale<sup>46</sup> necessario al mantenimento di un'attività riassicurativa e comprendente un margine di profitto<sup>47</sup>;

<sup>46</sup> E' talvolta indicato anche come *capital loading*.

<sup>47</sup> Per questo è noto anche come *margin loading*.

- le spese: quest'ultima componente include le spese di amministrazione interna all'impresa di riassicurazione ma anche i costi a questa esterni, come quelli sostenuti per l'attività dei *brokers* o il pagamento delle tasse.

Nel computo del premio occorre infine considerare alcuni fattori di natura non tecnica, quali i rapporti esistenti tra l'assicuratore ed il riassicuratore<sup>48</sup>, quelli tra le imprese e gli intermediari coinvolti nel trattato nonché le condizioni del mercato riassicurativo nel suo complesso.

## 5.2 Metodi di calcolo del premio di rischio

Il calcolo più interessante da un punto di vista attuariale resta comunque quello relativo al premio di rischio, che da adesso chiameremo semplicemente premio. Per la valutazione di quest'ultimo in riferimento a riassicurazioni non proporzionali ed in particolare per le *excess of loss*, due sono le principali modalità, che si concretizzano nel ricorso al:

- ◆ metodo dell'*experience rating*;
- ◆ metodo dell'*exposure rating*.

Il primo metodo si caratterizza per l'impiego di dati statistici riferiti all'esperienza di sinistrosità registrata per contratti precedenti, contratti che coinvolgevano rischi di natura analoga a quelli che si è interessati a prezzare. Questo metodo può essere utilizzato in modo retrospettivo, qualora si intenda adeguare i premi applicati alle coperture in scadenza alla sinistrosità registrata, oppure in modo prospettivo, se l'impiego è rivolto all'ottenimento di una stima iniziale di un nuovo rischio riassicurato.

Rientra nello schema dell'*experience rating* il cosiddetto metodo del *burning cost* (costo vivo), cioè del rapporto percentuale sinistri a premi annui di competenza del riassicuratore. Questo metodo prevede il calcolo di un'opportuna media dei valori dei *burning costs* registrati dal riassicuratore negli ultimi anni, solitamente cinque, su un

---

<sup>48</sup> Si pensi a particolari legami societari, come il controllo esercitato da una *holding*.

portafoglio di rischi riassicurati, attraverso una precedente indicizzazione dei dati storici in modo da renderli confrontabili tra loro.

In particolare, indicando con  $S_j^R$ ,  $j=1, \dots, 5$ , i sinistri del riassicuratore indicizzati, relativi all'anno  $j$ -esimo<sup>49</sup> e con  $P_j^R$  i corrispondenti premi di competenza a loro volta indicizzati, il tasso di premio,  $\tau$ , resta così individuato:

$$\tau = \frac{\sum_{j=1}^5 S_j^R}{\sum_{j=1}^5 P_j^R}$$

Il metodo dell'*exposure rating* invece, mira a determinare il costo della riassicurazione ripartendo tra assicuratore e riassicuratore i premi dell'assicurazione diretta, al netto dei vari caricamenti per spese e dei costi di eventuali precedenti riassicurazioni, in funzione dell'effettiva esposizione di entrambe le parti. Possiamo quindi affermare che questa metodologia ripercorre la linea tracciata dal metodo di calcolo del premio per le forme proporzionali, che prevedeva appunto la ripartizione del premio in considerazione della quota di esposizione dei soggetti coinvolti.

Con l'*exposure rating* l'aliquota di premio riconosciuta al riassicuratore terrà conto della differenza esistente tra la distribuzione degli importi di un sinistro e la distribuzione dei massimali di garanzia, nel caso di assicurazioni di responsabilità civile, o quella dei valori assicurati, nel caso di assicurazioni di danni a beni di proprietà. Per quanto detto, un assicuratore che ha contratto una riassicurazione che prevede una priorità pari al 50% del massimale, esemplificando il caso di assicurazioni di responsabilità civile, dovrà cedere un'aliquota di premio al riassicuratore certamente inferiore al 50%.

Nella prassi esistono principalmente due modalità con le quali è possibile effettuare questa ripartizione dei premi, vale a dire utilizzando le:

- *first loss scales*;
- *exposure curves*.

---

<sup>49</sup> Cioè all'anno di calendario che precede di  $j$  anni quello in corso.

Sono note come *first loss scales* specifiche tavole, costruite grazie ai dati raccolti congiuntamente da assicuratori e riassicuratori, aventi lo scopo di stabilire l'aliquota di premio di pertinenza dei soggetti coinvolti per ciascun valore della fissata priorità, che sarà espressa in percentuale del valore assicurato, nel caso di rischi *property*, o del massimale assicurato, nel caso si tratti di assicurazioni di responsabilità civile.

Qualora inoltre la garanzia preveda un limite alla portata del riassicuratore, l'aliquota del premio spettante al riassicuratore sarà ottenuta come differenza tra la quota corrispondente alla somma della portata e della priorità e quella che le tavole associano alla sola priorità. Un'ultima osservazione in merito alle *first loss scales*: queste tavole variano non solo in funzione della categoria dei rischi assicurati ma anche, essendo basate su dati statistici raccolti dagli interessati, da riassicuratore a riassicuratore.

L'altra modalità, attraverso la quale è possibile suddividere tra le parti coinvolte il premio secondo un criterio basato sull'effettiva esposizione, trova fondamento su una particolare tipologia di diagrammi, le cosiddette *exposure curves*. Queste curve, che giacciono nel primo quadrante del piano cartesiano, forniscono l'aliquota di premio che l'assicuratore deve trattenere in funzione dei valori riportati sull'asse delle ascisse e cioè in funzione del valore percentuale assunto dal rapporto tra la priorità ed il massimale di garanzia o il valore assicurato<sup>50</sup>.

Si segnala inoltre che le *exposure curves* sono sempre collocate, per loro costruzione, sopra la bisettrice principale o al massimo possono sovrapporsi ad essa. In quest'ultima ipotesi saremmo in presenza di una situazione riassicurativa che prevede, eccezionalmente, la ripartizione proporzionale dei premi in base al rischio assunto. All'opposto possiamo dire che all'aumento della concavità verso il basso di dette curve, corrisponde una crescente incidenza di sinistri di importo non totale, cioè inferiore al massimale di garanzia o al valore assicurato<sup>51</sup>.

Un metodo alternativo alle due principali tipologie presentate, *experience* ed *exposure rating*, è quello adottato nella prassi per il *pricing* delle CATXL, che si basa su due valori: il *payback period* ed il *rate on line*. Quest'ultimo è ottenuto rapportando alla

---

<sup>50</sup> La distinzione è ancora una volta relativa al caso di assicurazioni *property* e assicurazioni di responsabilità civile.

<sup>51</sup> Vedi nota precedente.

portata globale del trattato, che supponiamo di durata annuale, i premi annui. Il reciproco di questo rapporto indica il numero di anni necessari a recuperare, attraverso l'introito di premi costanti, il cosiddetto sinistro globale<sup>52</sup> e prende appunto il nome di *payback period* (periodo di recupero).

Infine, un modello che può essere utilizzato in congiunzione sia con l'*experience* sia con l'*exposure rating*: il modello di Pareto; a questo interessante modello è dedicato il capitolo successivo.



---

<sup>52</sup> Un sinistro che provoca al riassicuratore un esborso eguale alla portata globale del trattato.

## 6. Il modello di Pareto

### 6.1 Definizione e costruzione del modello

Nel paragrafo 5.2, descrivendo i diversi metodi di calcolo utilizzati per il *rating* delle coperture riassicurative, abbiamo chiarito che sono principalmente due gli approcci disponibili, il cui impiego è condizionato dalla tipologia di informazioni a disposizione: dati riferiti ad eventi passati (*experience rating*) oppure caratteristiche e composizione del portafoglio corrente (*exposure rating*).

Il modello in esame, come anticipato nel paragrafo precedente, può essere utilizzato in congiunzione con entrambi i suddetti metodi, nel senso che se i dati a disposizione fanno riferimento esclusivamente ai sinistri accaduti in passato nel portafoglio oggetto dell'attuale trattato, rientra tra i metodi dell'*experience rating*, mentre se nel calcolo vengono tenute in considerazione anche le caratteristiche del portafoglio allo scopo di adattare maggiormente i dati storici, allora l'impiego del modello è letto secondo un metodo di *exposure rating*.

Il modello che abbiamo sin qui descritto è noto come modello di Pareto ed è spesso utilizzato per stimare il premio di rischio per trattati *excess of loss* che presentano un'alta priorità, di conseguenza l'esperienza di sinistrosità è scarsa e potrebbe perciò risultare fuorviante.

La necessità di un modello matematico per la stima del premio di rischio di un trattato *excess of loss* nasce in quanto le coperture di questo tipo sono raramente contraddistinte da un *burning cost* particolarmente stabile, che permetterebbe di procedere al *pricing* sulla base unicamente dei sinistri accaduti, certi di una loro "costanza" nel tempo. Un modello matematico consente invece un'astrazione più o meno semplificatrice della realtà, effettuata adattando i dati a disposizione attraverso i parametri caratteristici del modello stesso.

Uno dei modelli più utilizzati per il *rating* delle riassicurazioni XL, grazie alla sua semplicità d'impiego ed alla sua efficacia, è appunto il modello di Pareto, che consta di un unico parametro che chiameremo  $\alpha$ .

Nel seguito, alterneremo nozioni teoriche ad implementazioni pratiche per meglio chiarire la procedura di *pricing* secondo il modello oggetto della nostra analisi.

In quest'ottica, presentiamo nella tabella seguente dati storici relativi all'esperienza di sinistrosità registrata in tre anni successivi per un contratto di riassicurazione stipulato da una compagnia di assicurazione italiana<sup>53</sup>; la tabella riporta anche i valori che si registreranno al termine del quarto anno di copertura. Si segnala inoltre che gli importi sono indicati in migliaia di lire italiane e sono indicizzati per essere impiegati con riferimento al quarto anno; in particolare, questo comporta che, essendo interessati a sinistri di entità superiore a 50.000, dovremo ricalcolare questa soglia, che possiamo caratterizzare fin da adesso come *observation point* (punto di osservazione) o OP, per gli anni precedenti, nel modo che segue:

$50.000 : 119.0 =$  soglia adeguata riferita all'anno  $xy : \text{valore indice anno } xy$   
in quanto il valore dell'indice al quarto anno è pari a 119.0.

Sinistri dell'anno 1 eccedenti la soglia di 46.471		Sinistri dell'anno 2 eccedenti la soglia di 47.563		Sinistri dell'anno 3 eccedenti la soglia di 49.328		Sinistri dell'anno 4 eccedenti la soglia di 50.000
Indice 110,6	Indice 119,0	Indice 113,2	Indice 117,4	Indice 119,0	Indice 119,0	Indice 119,0
60.800,0	65.417,7	91.000,0	60.690,0	61.517,1	95.662,5	84.000,0
55.640,0	59.865,8	165.500,0	60.380,0	61.202,9	173.979,7	148.050,0
98.800,0	106.303,8	101.460,0	60.690,0	61.517,1	106.658,5	84.090,0
54.250,0	58.370,3	76.500,0	87.000,0	88.185,7	80.419,6	66.500,0
167.700,0	180.436,7	53.000,0	63.000,0	63.858,6	55.715,5	66.400,0
80.000,0	86.075,9	-	132.200,0	134.001,7	-	177.550,0
112.520,0	121.065,8	-	-	-	-	71.000,0
126.000,0	135.569,6	-	-	-	-	85.000,0
-	-	-	-	-	-	61.000,0
-	-	-	-	-	-	63.100,0

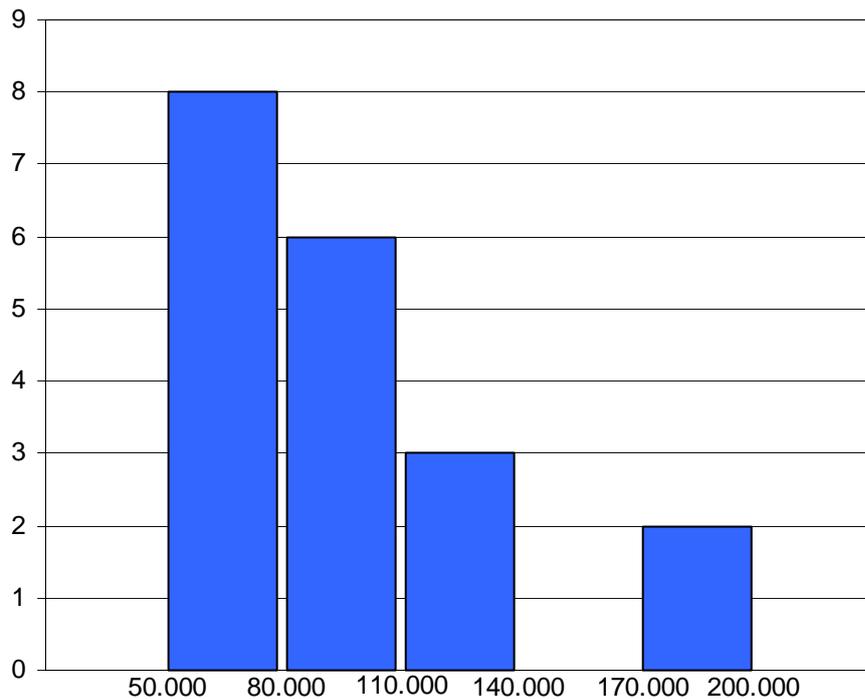
<sup>53</sup> I dati riportati nella figura 27 sono ripresi dalla pubblicazione della Swiss Re, ad opera di Schmitter H. e Butikofer P., citata in bibliografia.

-	-	-	-	-	-	58.000,0
---	---	---	---	---	---	----------

**Figura 27 – Dati storici di sinistrosità**

Con riferimento alla sinistrosità registrata nei primi tre anni, possiamo rappresentare la distribuzione dei sinistri indicizzati adottando, ad esempio, le cinque classi riportate nella tabella seguente, a cui abbiamo associato il corrispondente grafico:

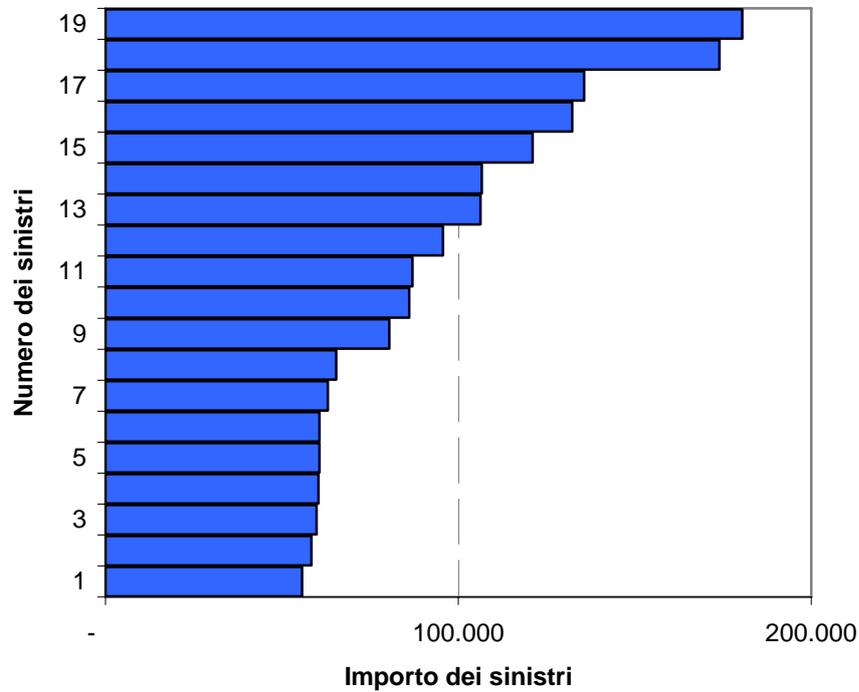
50.000-79.999	8 sinistri
80.000-109.999	6 sinistri
110.000-139.999	3 sinistri
140.000-169.999	0 sinistri
170.000-199.999	2 sinistri



**Figura 28 – Una rappresentazione della sinistrosità storica**

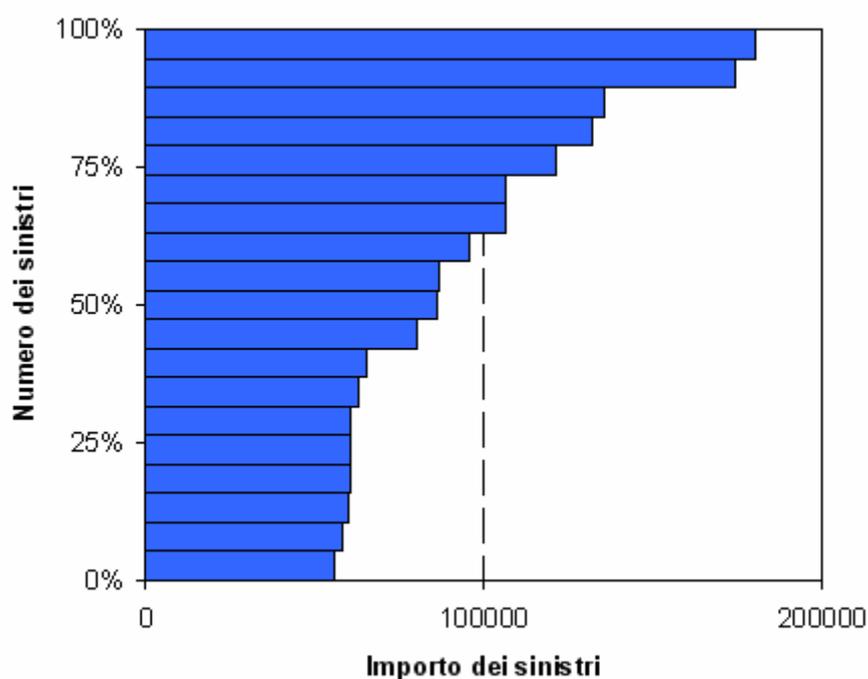
Ciò che si è rappresentato dipende però fortemente dalla scelta arbitraria operata nella suddivisione in classi; per evitare questa soggettività della rappresentazione, presentiamo un metodo che non risente di scelte opinabili: si ordinano i sinistri registrati nei tre anni dal più piccolo al più grande e si dispongono in quest'ordine a

giacere sull'asse delle ascisse. Il risultato avrà una forma caratteristica, detta a gradini, mostrata nella figura 29.



**Figura 29 – Grafico a gradini**

Il grafico suesposto permette di visualizzare quanti sinistri non hanno ecceduto un fissato livello; nell'esempio abbiamo tracciato la linea verticale al valore 100.000 e dall'asse delle ordinate ricaviamo che sono stati 12 su 19 i sinistri che hanno comportato un esborso minore di tale importo. Una rappresentazione dal significato analogo si ha indicando sull'asse delle y il numero dei sinistri in termini percentuali, come nel grafico che segue:



**Figura 30 – Funzione di distribuzione empirica**

Un grafico di questo tipo prende il nome di funzione di distribuzione empirica: all'aumentare del numero delle osservazioni, diminuirà "l'altezza dei gradini" e se ipotizziamo di raggiungere una dimensione campionaria tendente all'infinito, otterremo una curva liscia. E' qui che entra in gioco il modello matematico, il quale ci permette di costruire ugualmente una curva necessitando però unicamente dei dati a disposizione ed approssimando il più possibile, attraverso la gestione dei propri parametri, la curva a tali dati; i modelli di questo tipo prendono il nome di funzioni di distribuzione, ed il modello di Pareto è uno di questi.

Per ottenere una curva che sia in grado di sostituire i gradini, occorre conoscere il punto di partenza e la ripidezza degli stessi. Nel nostro esempio abbiamo considerato sinistri di entità non inferiore a 50.000. Per quanto riguarda la ripidezza, questa deve essere modellata attraverso l'impiego del parametro  $\alpha$ .

Prima di riferire circa la procedura per ottenere il valore "migliore" per questo parametro, è opportuno chiarire cosa intendiamo con distribuzione di Pareto.

Sinistri, che eccedono la soglia OP, hanno distribuzione di Pareto di parametro  $\alpha$ , se la probabilità che un sinistro X sia compreso nell'intervallo infinitesimale  $x \leq X \leq x+dx$  è pari a:

$$\alpha \cdot OP^\alpha \cdot x^{-\alpha-1} dx$$

il che equivale a richiedere che la funzione di densità dei sinistri sia data da:

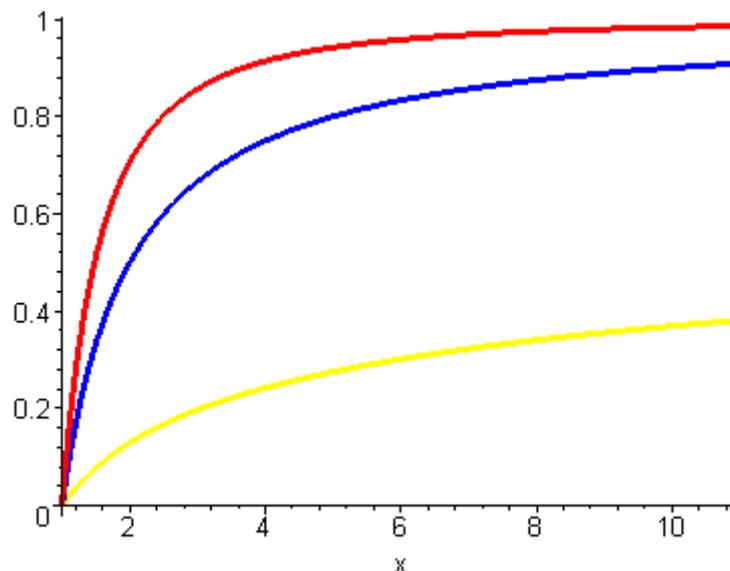
$$f(x) = \alpha \cdot OP^\alpha \cdot x^{-\alpha-1}$$

Con funzione di distribuzione di Pareto indicheremo quindi la funzione così definita:

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{OP}^x \alpha \cdot OP^\alpha \cdot y^{-\alpha-1} dy = 1 - \left[ \frac{OP}{x} \right]^\alpha$$

dove OP, che per quanto detto in precedenza è il punto di osservazione, deve risultare  $0 < OP \leq x$ , mentre è  $\alpha > 0$ .

Il grafico seguente illustra la funzione di distribuzione di Pareto per tre valori del parametro  $\alpha$ , in particolare la curva gialla corrisponde ad  $\alpha$  pari a 0,2, la blu ad  $\alpha$  pari a 1 ed infine la curva rossa è tracciata con  $\alpha=1,77$ .



**Figura 31 – Funzioni di distribuzione di Pareto per differenti  $\alpha$**

Vediamo adesso come è possibile stimare il parametro di Pareto,  $\alpha$ . Assumendo di avere a disposizione n sinistri,  $x_1, \dots, x_n$ , che eccedono OP, il parametro  $\alpha$  che meglio approssima la funzione di distribuzione empirica definita dalla statistica a disposizione, è ricavabile attraverso la stima di massima verosimiglianza come segue:

$$\hat{\alpha} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \ln(x_i) - n \ln(OP)} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \ln\left(\frac{x_i}{OP}\right)}$$

Nel nostro caso, la stima di  $\alpha$  fornisce un valore del parametro pari a 1,77, la cui distribuzione di Pareto corrispondente è stata raffigurata in rosso nel precedente grafico. Nell'esempio, per quanto detto, avremo dunque che la probabilità che la perdita derivante da un sinistro sia inferiore o uguale ad un importo  $x$  sarà pari a:

$$P(X \leq x) = 1 - \left[ \frac{50.000}{x} \right]^{1.77}$$

In realtà dobbiamo fare attenzione al fatto che, avendo assunto OP pari a 50.000, niente è noto in riferimento ad i sinistri di importo inferiore, per cui la probabilità rappresentata è più propriamente la probabilità che un sinistro, la cui perdita sappiamo eccedere il valore di 50.000, provochi danni non inferiori all'importo  $x$ .

Alcune osservazioni:

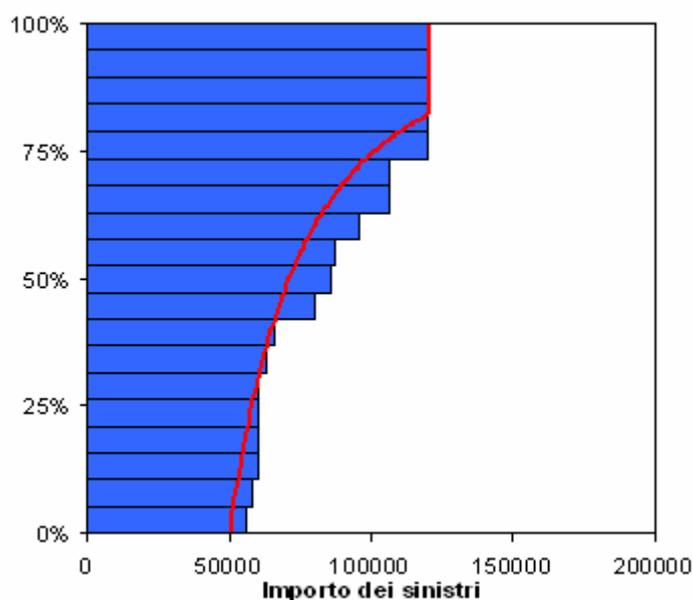
- l'*observation point* o OP definisce il più piccolo sinistro preso in considerazione dell'analisi del modello e, nel *pricing* di trattati *excess of loss*, coincide spesso con la priorità o altrimenti con il più piccolo sinistro registrato;
- è stato osservato che il parametro di Pareto,  $\alpha$ , statisticamente assume valori differenti a seconda delle classi di rischio trattate, in particolare per descrivere distribuzioni del rischio incendi varia spesso tra 1,5 e 2,5, mentre per la modellizzazione di sinistri catastrofici il suo valore è circa 1 (o anche minore, quindi tra 0 e 1).

Il passo successivo nella costruzione di un modello capace di rappresentare la struttura di un trattato XL consiste nel riprodurre l'effetto che si genera con l'introduzione di una portata sulla funzione di distribuzione; per far questo, si ricorre all'utilizzo della cosiddetta funzione di distribuzione troncata, ottenuta assegnando probabilità pari ad 1 all'eventualità che il sinistro sia inferiore all'ammontare massimo stabilito. In particolare, per il modello di Pareto la funzione di distribuzione troncata sarà data da:

$$F(x) = \begin{cases} 1 - \left[ \frac{OP}{x} \right]^\alpha & \text{se } OP \leq x < EP \\ 1 & \text{se } x \geq EP \end{cases}$$

in cui si è indicato con EP, acronimo di *exit point*, il valore raggiunto sommando alla priorità, che indicheremo con DE, la portata del trattato, che chiameremo CO, cioè il valore oltre il quale il trattato non offre copertura.

Il grafico seguente mostra la funzione di distribuzione empirica, troncata al valore di EP=120.000, a cui si è sovrapposta la curva di Pareto che modella tale distribuzione e che corrisponde alla funzione di distribuzione troncata.



**Figura 32 – Funzione di distribuzione di Pareto troncata**

Obiettivo della nostra analisi è il calcolo del premio di rischio, che è dato da:

$$\text{Premio di rischio} = \text{frequenza attesa} \times \text{sinistri attesi}$$

dove, per un trattato di riassicurazione *excess of loss*, per sinistri attesi si intende il valore atteso di un sinistro trasferito al riassicuratore; il premio di rischio, secondo un principio di equità, corrisponde quindi al valore atteso del complesso dei sinistri ceduti in forza del trattato.

Procederemo quindi in tre *step* successivi, il primo volto a stimare la frequenza di sinistrosità prevista per il portafoglio, il secondo avente lo scopo di ottenere la stima dell'importo medio di un sinistro; infine si ricaverà il premio di rischio moltiplicando i valori ottenuti.

L'obiettivo finale sarà quello di calcolare il premio di una riassicurazione *excess of loss* con priorità, DE, pari a 100.000 e portata, o CO, anch'essa pari a 100.000, per il quarto anno di copertura del portafoglio la cui sinistrosità è stata rappresentata nella figura 27.

## 6.2 Stima della frequenza di sinistrosità del portafoglio

Per frequenza intendiamo il numero medio di sinistri registrati in ciascun anno di contratto sul portafoglio riassicurato; si sottolinea che molto spesso si ipotizza di conoscere la frequenza ad un particolare punto della distribuzione, chiamato *low deductible*<sup>54</sup>, e si procede poi alla stima della frequenza, questa invece non nota, dei sinistri eccedenti un qualsiasi *deductible*, che generalmente è definito *high deductible* per distinguerlo dal precedente valore. Quest'ultimo passaggio si può compiere a livello grafico, utilizzando una curva del tipo rappresentato nella figura 31, oppure, ed è ciò che sarà presentato nel seguito, ricorrendo ad opportune formule.

Proseguendo nel nostro esempio numerico, vogliamo adesso mostrare come sia possibile ricavare una frequenza iniziale per il *low deductible*. Per far ciò, sono necessari altri dati storici, relativi al cosiddetto *gross net premium income*, brevemente GNPI, che indica il premio (perciò *premium*) che rimane nella disponibilità dell'assicuratore diretto (quindi *income*) prima della detrazione delle spese di acquisizione e dei costi di gestione (da qui *gross*) e dopo aver sottratto tutti i premi per le coperture riassicurative di tipo proporzionale (da ciò *net*). I dati necessari alla nostra analisi, sono riportati nella tabella seguente:

---

<sup>54</sup> Ovvero si ipotizza di conoscere il numero medio annuo dei sinistri non eccedenti il *low deductible*.

Anno	Indice	GNPI	GNPI indicizzato	Numero di sinistri eccedenti 50.000
1	110,6	4.630.000	4.981.646	8
2	113,2	5.110.000	5.371.820	5
3	117,4	5.690.000	5.767.547	6
1-3			16.121.013	19
4	119,0	6.250.000	6.250.000	$\hat{N}_l$

**Figura 33 – GNPI**

Nella tabella si è indicato con  $\hat{N}_l$  il valore della stima, da calcolare, relativa ai sinistri che nel quarto anno di copertura eccedono la soglia di 50.000.

Nell'ipotesi che il portafoglio non abbia subito modifiche sostanziali, tale valore è dato da:

$$\hat{N}_l = \frac{\text{numero totale sinistri anni passati}}{\text{GNPI totale anni passati}} \times \text{nuovo GNPI}$$

Ricordando che il numero totale dei sinistri richiesto dalla formula fa riferimento naturalmente a quelli eccedenti la soglia di 50.000 che abbiamo fissato come *low deductible*, nel nostro caso la stima sarà pari a:

$$\hat{N}_l = \frac{19}{16.121.013} \times 6.250.000 = 7,37$$

Partendo da questo dato, che possiamo reputare sufficientemente affidabile dato il numero non troppo piccolo di sinistri che giacciono sotto il valore soglia prescelto, occorre estrapolare adesso la frequenza attesa considerando la portata di 100.000.

In generale, la frequenza ad un arbitrario punto  $x$ , con  $x \geq OP^{55}$ , è ricavabile tramite la seguente espressione:

$$freq(x) = freq(OP) \cdot P(X > x) = freq(OP) \cdot (1 - F(x)) = freq(OP) \cdot \left(\frac{OP}{x}\right)^\alpha$$

<sup>55</sup> In realtà, il procedimento illustrato è matematicamente applicabile anche nel caso in cui sia  $x < OP$  ma verrebbero meno i motivi logici per cui si è inizialmente proceduto alla stima di una frequenza relativa ad un *deductible* più basso per il quale le osservazioni sono più numerose, per poi da questa passare alla frequenza relativa ad una soglia più alta che presenta quindi una numerosità campionaria minore.

Poiché nel nostro caso è  $\text{freq}(\text{OP}) = \hat{N}_l = 7,37$ ,  $\alpha = 1.77$  e  $x = 100.000$ , abbiamo che<sup>56</sup>:

$$\begin{aligned} \text{freq}(100.000) &= 7,37 \cdot P(X > 100.000) = 7,37 \cdot (1 - F(100.000)) = \\ &= 7,37 \cdot \left( \frac{50.000}{100.000} \right)^{1,77} = 2,1609 \end{aligned}$$

Prima di procedere al secondo *step* ai fini del calcolo del premio di rischio, sembra opportuno effettuare ancora due osservazioni sulla stima della frequenza:

- nel caso che la frequenza da stimare sia relativa ad eventi catastrofici, spesso si ricorre a fonti diverse dalla sola sinistrosità storica del portafoglio oggetto del *pricing*, tipicamente povera, in termini di consistenza numerica, per la natura stessa degli eventi trattati; in particolare, si può far uso delle statistiche di mercato, se disponibili, inerenti quel settore: ad esempio, se si rileva che un terremoto colpisce una certa zona e provoca danni non inferiori al 2‰ una volta ogni 20 anni, possiamo assumere il valore 2‰ come *low deductible*, a cui corrisponde la frequenza di  $(1/20) = 0,05$  e da questi dati, con la procedura illustrata in precedenza, è possibile estrapolare la frequenza stimata per un qualsiasi *high deductible*;
- come accennato precedentemente, in alternativa alle formule proposte, potevamo ricavare la stima della frequenza impiegando il grafico di figura 31; senza entrare nel merito, vogliamo unicamente evidenziare come varia la distribuzione di Pareto al variare del relativo parametro: si può notare<sup>57</sup> che più piccolo è  $\alpha$ , più alta sarà la frequenza dei grossi sinistri in relazione a quella di sinistri di piccola entità.

### 6.3 Stima del valore atteso del sinistro

Per introdurre questo secondo *step*, torniamo a riconsiderare il grafico illustrato nella figura 29: l'area coperta dai sinistri rappresenta naturalmente il totale dei sinistri

<sup>56</sup> I calcoli sono effettuati arrotondando alla quarta cifra decimale.

<sup>57</sup> Direttamente dall'andamento delle curve per i diversi valori del parametro, curve che ricordiamo rappresentano la  $P(X \leq x)$ .

osservati e dunque, volendo calcolare il sinistro medio, occorrerebbe dividere tale area per il numero totale dei sinistri, che nel nostro esempio è pari a 19.

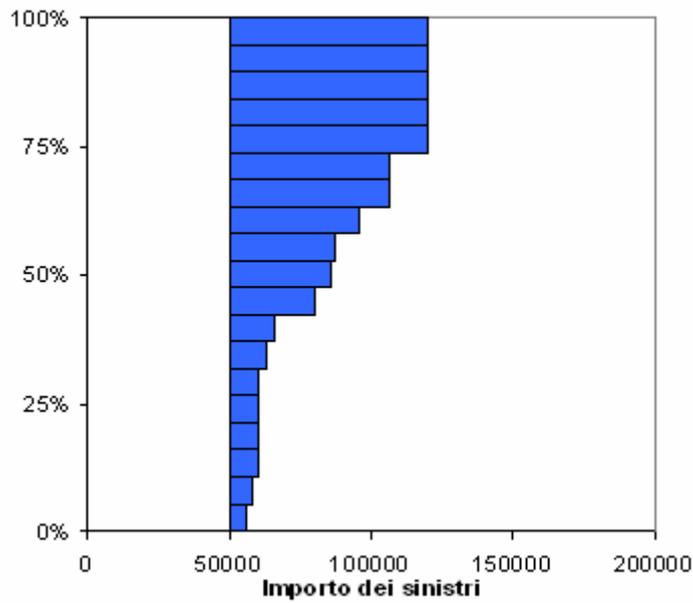
Se invece del grafico a gradini riprendiamo la funzione di ripartizione empirica, rappresentata nella figura 30, il valore medio del sinistro coinciderà adesso con l'area colorata; considerazioni analoghe sono valide sia per la distribuzione troncata sia quindi per la distribuzione troncata di Pareto. Di conseguenza, ricollegandoci all'esempio grafico proposto in precedenza, sarà l'area che giace sopra la curva disegnata in figura 32 a rappresentare il valore atteso dei sinistri troncati per una copertura eccesso di sinistri con  $EP=120.000$ .

Anche in questo caso è possibile attribuire un significato immediato al parametro di Pareto in relazione al contesto di analisi: è evidente che, per quanto detto, il valore atteso dipende dalla forma della curva, vale a dire che più bassa è la curva, più grande sarà il valore atteso, e poiché una curva più bassa è originata da un parametro  $\alpha$  più piccolo, possiamo concludere che più piccolo è  $\alpha$ , più grande sarà la stima del valor medio dei sinistri.

Estraniandoci per un momento dal nostro esempio numerico guida<sup>58</sup>, torniamo ad interessarci, per coerenza con il supporto grafico utilizzato nei paragrafi precedenti, di una copertura che preveda un EP pari a 120.000 e supponiamo che DE sia fissato nel valore di 50.000. Il valore atteso di un sinistro sarà dunque rappresentato dall'area colorata della funzione di distribuzione empirica, o brevemente f.d.e., raffigurata di seguito.

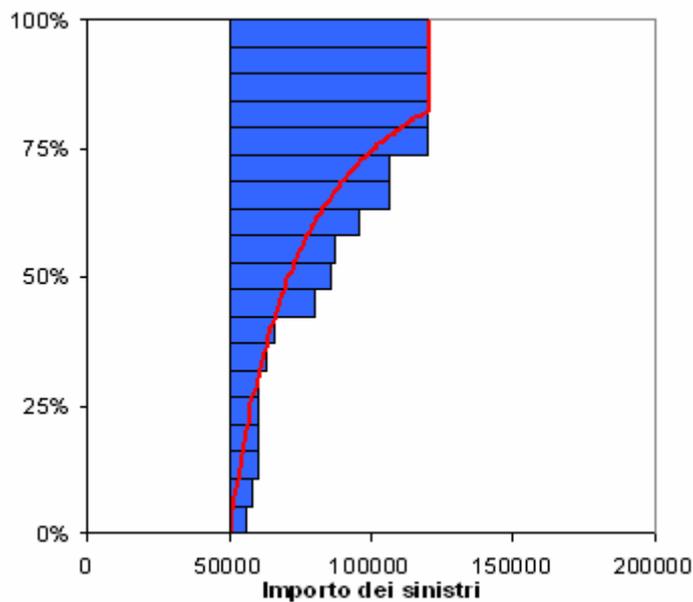
---

<sup>58</sup> Quello cioè che ci porterà a calcolare il premio per una 100.000 XS 100.000.



**Figura 34 – Rappresentazione del valore atteso tramite la f.d.e.**

Se invece consideriamo la funzione distribuzione, o f.d., di Pareto, la speranza matematica di un sinistro oggetto del trattato sarà pari all'area che sovrasta la curva presentata nella figura successiva, delimitata dal perimetro della f.d.e., vale a dire al valore dagli assi verticali ai valori di 50.000, il DE, e di 120.000, l'EP, nonché dall'asse orizzontale al corrispondente al 100%.



**Figura 35 – Rappresentazione del valore atteso tramite la f.d. di Pareto.**

Generalizzando, è quindi possibile calcolare il valore atteso del sinistro oggetto del trattato dati il parametro  $\alpha$ , il deductible,  $DE$ , e la portata,  $CO$ . Infatti, poichè con  $EP$  avevamo indicato il valore oltre il quale non agisce la copertura riassicurativa, cioè il valore dato da  $DE+CO$ , se adesso definiamo l'indicatore dell'ampiezza relativa del *layer* come:

$$RL = \frac{DE + CO}{CO} = \frac{EP}{CO}$$

potremo indicare con  $EL$  il valore atteso di un sinistro ed esprimere questa quantità in forma chiusa; vediamo di descrivere adesso la procedura per ricavare questa formula. Nel caso di una copertura  $DE \leq x \leq CO$ , per i sinistri  $x$  compresi tra  $DE$  ed  $EP$ , l'eccesso di sinistro, a carico del riassicuratore, è pari a  $x - DE$ , mentre per i sinistri il cui ammontare eccede  $EP$ ; l'esborso monetario a carico del cessionario equivale a  $CO$ . Perciò, possiamo calcolare il valore atteso dei sinistri ceduti come:

$$EL = \int_{DE}^{EP} (x - DE) \cdot \alpha \cdot OP^\alpha \cdot x^{-\alpha-1} dx + \int_{EP}^{\infty} CO \cdot \alpha \cdot OP^\alpha \cdot x^{-\alpha-1} dx$$

che risulta essere:

$$EL = \frac{DE}{1-\alpha} \cdot (RL^{1-\alpha} - 1) \text{ se } \alpha \neq 1$$

oppure

$$EL = DE \cdot \ln(RL) \text{ se } \alpha = 1$$

Tornando infine al nostro esempio guida, avevamo  $\alpha=1,77$ , priorità pari a 100.000 e portata anch'essa pari a 100.000. Avremo dunque che:

$$RL = \frac{100.000 + 100.000}{100.000} = \frac{200.000}{100.000} = 2$$

ed essendo  $\alpha \neq 1$ , la stima per valor medio del sinistro ceduto sarà:

$$EL = \frac{100.000}{1-1,77} (2^{1-1,77} - 1) = 53.714,2857$$

## 6.4 Stima del premio di rischio

Avendo imparato a stimare il valore medio della frequenza e quello del sinistro ceduto, possiamo adesso calcolare il premio di rischio, che coincide con il valore atteso del complesso dei sinistri ceduti e sarà dato da:

Premio di rischio = numero sinistri attesi x valore atteso sinistro

Riprendendo la simbologia utilizzata nei paragrafi precedenti, il premio di rischio, che indicheremo con RP, sarà ottenuto mediante la formula:

$$RP = freq(DE) \cdot EL$$

ovvero tramite l'espressione:

$$RP = freq(OP) \cdot \left(\frac{OP}{DE}\right)^\alpha \cdot \frac{DE}{(1-\alpha)} \cdot (RL^{1-\alpha} - 1) \text{ se } \alpha \neq 1$$

oppure

$$RP = freq(OP) \cdot \frac{OP}{DE} \cdot DE \cdot \ln(RL) = freq(OP) \cdot OP \cdot \ln(RL) \text{ se } \alpha = 1$$

In riferimento alla copertura di 100.000 XS 100.000, possiamo infine calcolare la stima del premio di rischio, che risulta pari a<sup>59</sup>:

$$RP = 2,1609 \cdot 53.714,2857 = 116.071$$

Per testare la bontà delle stime effettuate, confrontiamo adesso questo valore con l'effettivo risarcimento, a carico del riassicuratore, che si è prodotto nel quarto anno di contratto. In forza dei dati di sinistrosità che avevamo anticipato nella tabella riportata in figura 27, ed in considerazione della copertura 100.000 XS 100.000, avremo:

Sinistri dell'anno 4 eccedenti la soglia di 50.000	Importi a carico dell'assicuratore	Importi a carico del riassicuratore
84.000	84.000	0
148.050	100.000	48.050,0

<sup>59</sup> Questa volta il risultato è stato arrotondato all'unità per mere ragioni espositive.

84.090	84.090	0
66.500	66.500	0
66.400	66.400	0
177.550	100.000	77.550,0
71.000	71.000	0
85.000	85.000	0
61.000	61.000	0
63.100	63.100	0
58.000	58.000	0
		125.600

**Figura 36 – Ripartizione effettiva dei sinistri**

Dunque a fronte del premio da noi stimato per il contratto di copertura pari a 116.071, la sinistrosità effettiva che produce oneri per il cessionario ammonta a 125.600; la differenza tra i due valori, inferiore a 10.000, presumendo che il modello adottato e le ipotesi ad esso correlate siano corrette, è da imputarsi all'impossibilità oggettiva di predire con esattezza gli eventi futuri, in questo caso i sinistri ceduti, da cui consegue un'incapacità altrettanto oggettiva delle stime di eguagliare puntualmente quelli che saranno gli effettivi risultati, incapacità che genera quell'incertezza che è alla base stessa dell'esistenza dell'attività assicurativa.

### **6.5 Estrapolazione del premio di rischio per ulteriori layers**

Nei paragrafi precedenti abbiamo illustrato una procedura che consente di stimare il premio di rischio di un trattato *excess of loss*, per un *layer* qualunque. Nella pratica riassicurativa però, molto spesso, una volta che sono noti il parametro del modello di Pareto e il premio di rischio per un determinato *layer*, la determinazione del premio per il rischio di un qualsiasi altro *layer* riferito a quel portafoglio, non è effettuata andando ad ripercorre gli *steps* illustrati ma viene attribuita automaticamente attraverso una formula chiusa. In definitiva, possiamo affermare che è prassi ricorrere all'estrapolazione del premio di rischio in maniera diretta, nel modo che illustreremo

tra breve, senza ricorrere alla stima della frequenza e del valore medio del sinistro, non appena sia noto il costo di una copertura riassicurativa dello stesso portafoglio seppure con DE e CO diversi.

In particolare, la formula usualmente impiegata a questo scopo è la seguente:

$$RP_1 = \frac{\ln(RL_1)}{\ln(RL_0)} \cdot RP_0 \text{ se } \alpha = 1$$

oppure

$$RP_1 = \frac{\frac{DE_1}{DE_0}}{\left(\frac{DE_1}{DE_0}\right)^\alpha} \cdot \frac{\left(RL_1^{(1-\alpha)} - 1\right)}{\left(RL_0^{(1-\alpha)} - 1\right)} \cdot RP_0 \text{ se } \alpha \neq 1$$

dove la simbologia utilizzata è la medesima di quella presentata in precedenza, con la sola eccezione dei pedici che distinguono il *layer* di cui abbiamo effettuato il *pricing* in via analitica secondo la procedura illustrata nei paragrafi precedenti, pedice 0, da quello per il quale stiamo estrapolando il premio di rischio, pedice 1.

Illustriamo di seguito un esempio dove confrontiamo i due procedimenti proposti.

### Esempio

Riprendiamo l'esemplificazione che ci ha guidati verso la stima del premio del trattato stipulato da una compagnia di assicurazioni italiana, dove avevamo:

DE <sub>0</sub>	100.000
CO <sub>0</sub>	100.000
RL <sub>0</sub>	2
OP <sub>0</sub>	50.000
freq(OP)	7,37
α	1,77
RP <sub>0</sub>	116.071

**Figura 37 – Tabella dati**

Supponiamo adesso di essere interessati al *pricing* del *layer* 500.000 XS 500.000 e confrontiamo i risultati dei due metodi per la stima o l'estrapolazione del premio.

Cominciamo con il metodo in tre *steps*, calcolando anzitutto la frequenza del *high deductible*, pari a 500.000, supponendo data la frequenza del *low deductible*, 50.000, pari a 7,37; avremo dunque:

$$\begin{aligned} freq(500.000) &= freq(50.000) \cdot P(X > 500.000) = 7,37 \cdot (1 - F(500.000)) = \\ &= 7,37 \cdot \left( \frac{50.000}{500.000} \right)^{1,77} = 0,1252 \end{aligned}$$

Il secondo passaggio prevede la stima del costo medio del sinistro per il riassicuratore; il valore cercato, indicato con  $EL_1$  è pari a:

$$EL_1 = \frac{DE_1}{1-\alpha} \cdot (RL_1^{1-\alpha} - 1) = \frac{500.000}{1-1,77} \cdot (2^{1-1,77} - 1) = 268.560,1$$

essendo

$$RL_1 = \frac{500.000 + 500.000}{500.000} = \frac{1.000.000}{500.000} = 2$$

Infine, il premio per il rischio sarà dato da:

$$RP_1 = freq(DE_1) \cdot EL_1 = 0,1252 \cdot 268.560,1 = 33.623,72$$

Confrontiamo adesso questo risultato con quello che otterremmo applicando direttamente il metodo dell'estrapolazione del premio tramite le informazioni relative ad un primo<sup>60</sup> *layer*, vale a dire con:

$$\begin{aligned} RP_1 &= \frac{DE_1}{DE_0} \cdot \frac{(RL_1^{(1-\alpha)} - 1)}{(RL_0^{(1-\alpha)} - 1)} \cdot RP_0 = \\ &= \frac{500.000}{100.000} \cdot \frac{(2^{(1-1,77)} - 1)}{(2^{(1-1,77)} - 1)} \cdot 116.071 = 33.613,74 \end{aligned}$$

Si sottolinea quanto sia piccola la differenza tra i risultati forniti dai due metodi, differenza in parte imputabile anche ad errori di approssimazione.

---

<sup>60</sup> Con primo *layer* non intendiamo necessariamente riferirci al cosiddetto *working layer*, ma semplicemente ad un qualsiasi altro *layer* per il quale sia stato calcolato con il metodo della stima in tre successivi *steps* il premio per il rischio.

## 7. Conclusioni

Nell'esposizione si è cercato di presentare i vari aspetti delle diverse forme riassicurative, soffermandoci maggiormente su quelle di natura non proporzionale, in quanto i metodi utilizzati per il calcolo dei relativi premi presentano spunti di grande interesse per chi opera nel campo attuariale. Come precisato nel capitolo 5, l'interesse è principalmente rivolto alla quantificazione del premio di rischio, cioè di quella componente del premio riassicurativo che rappresenta il valore atteso degli oneri per sinistri a carico del riassicuratore.

In merito a ciò, si è descritto nei dettagli il cosiddetto modello di Pareto, un modello che può essere utilizzato in congiunzione sia con l'*exposure rating* sia con l'*experience rating*, e si è illustrato, anche attraverso lo svolgimento di un esempio guida, come sia possibile effettuare il *pricing* di una copertura *excess of loss*.

Nel testo si è cercato di prestare particolare attenzione anche all'aspetto pratico dei temi proposti: è in quest'ottica, infatti, che i vari argomenti sono stati corredati da esemplificazioni, ed è con questa finalità che è stata inserita un'appendice dove è proposta una procedura Maple in grado di effettuare automaticamente, una volta inseriti gli *inputs*, la stima del premio di rischio per una riassicurazione *excess of loss* secondo il modello di Pareto.



## Appendice 1: Procedura Maple

### Modello di Pareto

Cominciamo dando il comando di restart di Maple:

```
[>restart;
```

Iniziamo a costruire le procedure necessarie per la stima del premio di rischio secondo il processo in tre steps.

In primo luogo occupiamoci della stima della frequenza ad un *high deductible*, data la frequenza ad un *low deductible*.

### Stima della frequenza

Sapendo che vale la:

$$\text{freq}(x) := \text{freq}(OP) (1 - F(x)) = \text{freq}(OP) \left( \frac{OP}{x} \right)^\alpha$$

possiamo definire la seguente funzione:

```
[>frequenza := (FOP, OP, alpha, x) -> FOP * ((OP/x)^alpha);
```

$$\text{frequenza} := (FOP, OP, \alpha, x) \rightarrow FOP \left( \frac{OP}{x} \right)^\alpha$$

Per riprendere l'esempio proposto nel capitolo 6, calcoliamo detta frequenza partendo dalla frequenza data al valore 50000, pari a 7.37, con l'obiettivo di prezzare una copertura 100000 XS 100000, per il cui portafoglio è stato stimato un alpha pari a 1.786304193 (a differenza di quanto mostrato nel capitolo 6, in cui i calcoli, come segnalato in nota, erano stati fatti considerando quattro cifre decimali e portavano a stimare un valore di 1.77).

```
[>frequenza(7.37, 50000, 1.786304193, 100000);
```

```
2.136664549
```

```
[>
```

## Stima del parametro $\alpha$

Volendo fare un passo indietro, possiamo mostrare come sia possibile stimare il valore di  $\alpha$  avendo a disposizione un vettore contenente la sinistrosità storica.

Vediamo di seguito la procedura:

```
[>data:=[55715.50,58370.30,59865.80,60380.00,60690.00,60690.00,63000.00,65417.70,80419.60,86075.90,87000.00,95662.50,106303.80,106658.50,121065.80,132200.00,135569.60,173979.70,180436.70];
```

```
data := [55715.50, 58370.30, 59865.80, 60380.00, 60690.00, 60690.00, 63000.00, 65417.70, 80419.60, 86075.90, 87000.00, 95662.50, 106303.80, 106658.50, 121065.80, 132200.00, 135569.60, 173979.70, 180436.70]
```

```
[>alphast:=OP-  
nops(data)/sum(ln(data[i]/OP),i=1..nops(data));
```

$$\text{alphast} := OP \rightarrow \frac{\text{nops}(\text{data})}{\sum_{i=1}^{\text{nops}(\text{data})} \ln\left(\frac{\text{data}_i}{OP}\right)}$$

```
[>alphast1:=alphast(50000);  
alphast1 := 1.786304193
```

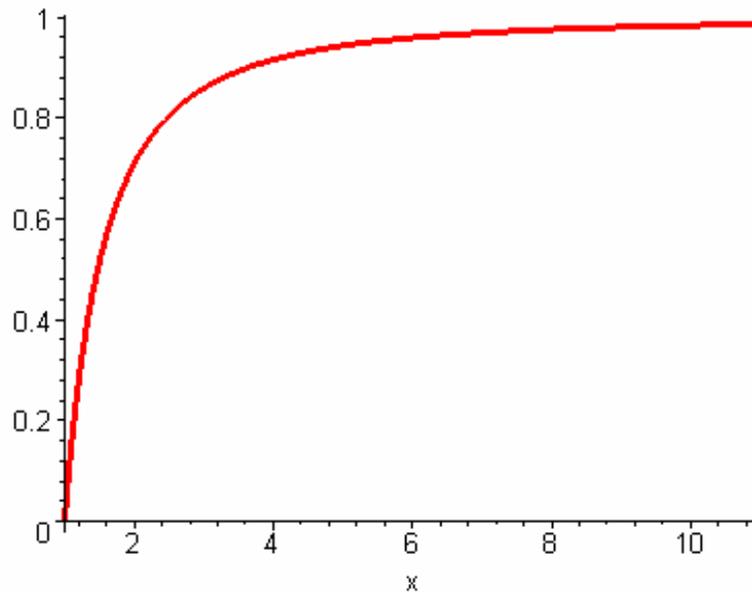
```
[>
```

Solo per completezza presentiamo di seguito il grafico della funzione di distribuzione di Pareto per il parametro stimato:

```
[>FddP:=x->(1-(1/x^alphast1));
```

$$FddP := x \rightarrow 1 - \frac{1}{x^{\text{alphast1}}}$$

```
[>plot(FddP(x),x=1..11,color=red,thickness=3);
```



### Stima del costo medio del sinistro ceduto

Il secondo passaggio si occupa di stimare il valore del costo medio del sinistro trasferito al riassicuratore

Sapendo che vale la:

$$EL := \int_{DE}^{EP} (x - DE) \alpha OP^\alpha x^{(-\alpha-1)} dx + \int_{EP}^{\infty} CO \alpha OP^\alpha x^{(-\alpha-1)} dx$$

cioè

$$\frac{DE (RL^{(1-\alpha)} - 1)}{1 - \alpha} \text{ se } \alpha \text{ è diverso da } 1$$

oppure la

$$DE \ln(RL) \text{ se è uguale a } 1$$

possiamo definire la seguente funzione:

```
[>valoremidiosin:=proc(CO,DE,alpha) local a, c, d, vms,
  errelle;
[>a:=alpha;c:=CO;d:=DE;errelle:=(c+d)/d;
[>if a=1 then vms:=d*ln(errelle);
[>else vms:=d*(errelle^(1-a)-1)/(1-a);
```

```
[>fi;
[>end;
valoremediosin := proc (CO, DE,  $\alpha$ )
local a, c, d, vms, errelle;
  a :=  $\alpha$ ;
  c := CO;
  d := DE;
  errelle := (c + d)/d;
  if a = 1 then vms := d*ln(errelle)
  else vms := d*(errelle^(1 - a) - 1)/(1 - a)
  end if
end proc
```

Per proseguire con l'esempio del capitolo 6, calcoliamo con questa procedura la stima cercata per una copertura 100000 XS 100000, per il cui portafoglio è stato stimato un alpha pari a 1.77.

```
[>valoremediosin(100000,100000,1.786304193);
53436.37314
```

```
[>
```

## Stima del premio di rischio

Sapendo che vale la:

$$RP := \text{freq}(DE) EL$$

possiamo definire la seguente, semplice, funzione:

```
[>premiodirischio := (f, v) -> f*v;
premiodirischio := (f, v) -> f*v
```

Per concludere l'esempio guida, per quanto calcolato fino ad adesso, avremo che il premio per il rischio per detta copertura 100000 XS 100000 sarà pari a:

```
[>premiodirischio(2.136664549, 53436.37314);
114175.6041
```

```
[>
```

## Un'unica procedura per la stima del premio di rischio

Presentiamo adesso un'unica procedura che, partendo dai dati della sinistrosità e della frequenza del *low deductible*, dai valori prescelti per OP, per CO e per DE, sia in grado di calcolare automaticamente il valore del parametro  $\alpha$ , la stima della sinistrosità, quella del costo medio e quindi il premio di rischio:

```
[>procRP:=proc(sins::list,OP,CO,DE,freqOP) local sinsl,
  OPp, COp, DEp, freqOPp, alphastp, frequenzap,
  valoremediosinp, vmsp, premiodirischiop, RLp;
[>sinsl:=sins;OPp:=OP;COp:=CO;DEp:=DE;freqOPp:=freqOP;
[>alphastp:=nops(sinsl)/sum(ln(sinsl[i]/OPp),
  i=1..nops(sinsl));
[>frequenzap:=freqOPp*((OPp/DEp)^alphastp);
[>valoremediosinp:=proc(COq,DEq,alphastq) local a, c, d,
  vms, errelle;
[>a:=alphastq;c:=COq;d:=DEq;errelle:=(c+d)/d;
[>if a=1 then vms:=d*ln(errelle);
[>else vms:=d*(errelle^(1-a)-1)/(1-a);
[>fi;
[>end;
[>vmsp:=valoremediosinp(COp,DEp,alphastp);
[>premiodirischiop:=(f,v)->f*v;
[>RLp:=premiodirischiop(frequenzap,vmsp);
[>print(`Il parametro del modello è stato stimato in`);
  print (alphastp);
[>print(`La frequenza media è stimata in`);
  print(frequenzap);
[>print(`Il costo medio di un sinistro trasferito è
  stimato in`); print(vmsp);
[>print(`Infine, il premio di rischio è stimato in`);
  print(RLp);
[>end;
```

```

procRP := proc (sins::list, OP, CO, DE, freqOP)
local sinsl, OPp, COp, DEp, freqOPp, alphastp, frequenzap, valoremediosinp,
vmsp, premiodirischio, RLp;
    sinsl := sins;
    OPp := OP;
    COp := CO;
    DEp := DE;
    freqOPp := freqOP;
    alphastp := nops(sinsl)/sum(ln(sinsl[i]/OPp), i = 1 .. nops(sinsl));
    frequenzap := freqOPp*(OPp/DEp)^alphastp;
    valoremediosinp := proc (COq, DEq, alphastq)
        local a, c, d, vms, errelle;
            a := alphastq;
            c := COq;
            d := DEq;
            errelle := (c + d)/d;
            if a = 1 then vms := d*ln(errelle)
            else vms := d*(errelle^(1 - a) - 1)/(1 - a)
            end if
        end proc;
    vmsp := valoremediosinp(COp, DEp, alphastp);
    premiodirischio := (f, v) → f*v;
    RLp := premiodirischio(frequenzap, vmsp);
    print(`Il parametro del modello è stato stimato in`);
    print(alphastp);
    print(`La frequenza media è stimata in`);
    print(frequenzap);
    print(`Il costo medio di un sinistro trasferito è stimato in`);
    print(vmsp);
    print(`Infine, il premio di rischio è stimato in`);
    print(RLp)
end proc

```

```

[>procRP([55715.50, 58370.30, 59865.80, 60380.00,
60690.00, 60690.00, 63000.00, 65417.70, 80419.60,
86075.90, 87000.00, 95662.50, 106303.80, 106658.50,
121065.80, 132200.00, 135569.60, 173979.70, 180436.70],
50000, 100000, 100000, 7.37);

```

*Il parametro del modello è stato stimato in*

1.786304193

*La frequenza media è stimata in*

2.136664549

*Il costo medio di un sinistro trasferito è stimato in*

53436.37314

*Infine, il premio di rischio è stimato in*

114175.6041

Una procedura più snella è invece utilizzabile nel caso si ipotizzi di conoscere già il parametro del modello di Pareto; in questo caso possiamo utilizzare la schematizzazione seguente:

```
[>procRPv1:=proc(alpha,OP,CO,DE,freqOP) local alphal,
  OPp, COp, DEp, freqOPp, frequenzap, valoremediosinp,
  vmisp, premiodirischiop, RLp, alphastl;
[>alphastl:=alpha; OPp:=OP; COp:=CO; DEp:=DE;
  freqOPp:=freqOP;
[>frequenzap:=freqOPp*((OPp/DEp)^alphastl);
[>valoremediosinp:=proc(COq,DEq,alphastl) local a, c, d,
  vms, errelle;
[>a:=alphastl;c:=COq;d:=DEq;errelle:=(c+d)/d;
[>if a=1 then vms:=d*ln(errelle);
[>else vms:=d*(errelle^(1-a)-1)/(1-a);
[>fi;
[>end;
[>vmisp:=valoremediosinp(COp,DEp,alphastl);
[>premiodirischiop:=(f,v)->f*v;
[>RLp:=premiodirischiop(frequenzap,vmisp);
[>print(`La frequenza media è stimata in`);
  print(frequenzap);
[>print(`Il costo medio di un sinistro trasferito è
  stimato in`); print(vmisp);
[>print(`Infine, il premio di rischio è stimato in`);
  print(RLp);
```

```

[>end;
procRPv1 := proc (α, OP, CO, DE, freqOP)
local alphal, OPp, COp, DEp, freqOPp, frequenzap, valoremediosinp, vmsp,
premiodirischio, RLp, alphastl;
    alphastl := α;
    OPp := OP;
    COp := CO;
    DEp := DE;
    freqOPp := freqOP;
    frequenzap := freqOPp × (OPp/DEp)^alphastl;
    valoremediosinp := proc (COq, DEq, alphastl)
        local a, c, d, vms, errelle;
            a := alphastl;
            c := COq;
            d := DEq;
            errelle := (c + d)/d;
            if a = 1 then vms := d × ln(errelle)
            else vms := d × (errelle^(1 - a) - 1)/(1 - a)
            end if
        end proc;
    vmsp := valoremediosinp(COp, DEp, alphastl);
    premiodirischio := (f, v) → f × v;
    RLp := premiodirischio(frequenzap, vmsp);
    print(`La frequenza media è stimata in`);
    print(frequenzap);
    print(`Il costo medio di un sinistro trasferito è stimato in`);
    print(vmsp);
    print(`Infine, il premio di rischio è stimato in`);
    print(RLp)
end proc

```

```

[>procRPv1(1.786304193, 50000, 100000, 100000, 7.37);

```

*La frequenza media è stimata in*

2.136664549

*Il costo medio di un sinistro trasferito è stimato in*

53436.37314

*Infine, il premio di rischio è stimato in*

114175.6041

```

[>

```

## Estrapolazione del premio di rischio per ulteriori *layers*

Infine, presentiamo la procedura per l'estrapolazione del premio di rischio di un *layer* qualsiasi per una copertura riassicurativa di cui è già noto il premio di rischio per un altro *layer*.

Per far questo, si ricordano le formule:

$$RP_1 := \frac{\ln(RL_1) RP_0}{\ln(RL_0)} \text{ se } \alpha = 1$$

e

$$RP_1 := \frac{DE_1 (RL_1^{(1-\alpha)} - 1) RP_0}{DE_0 \left( \frac{DE_1}{DE_0} \right)^\alpha (RL_0^{(1-\alpha)} - 1)} \text{ se } \alpha \text{ è diverso da } 1$$

Implementiamo quindi la procedura, che avrà come inputs  $\alpha$ ,  $DE_0$ ,  $DE_1$ ,  $CO_0$ ,  $CO_1$  e  $RP_0$  e fornirà come input  $RP_1$

```
[>estrproc:=proc(alphac,DE0,DE1,CO0,CO1,RP0)  local  ac,
  D0, D1, C0, C1, R0, RL1, RL0, RPp1;
[>ac:=alphac;D0:=DE0;D1:=DE1;C0:=CO0;C1:=CO1;R0:=RP0;
[>RL1:=(D1+C1)/C1;RL0:=(D0+C0)/C0;
[>if ac=1 then
[>RPp1:=(ln(RL1)*R0)/ln(RL0);
[>else  RPp1:=  (  D1*(RL1^(1-ac)-1)*R0  )  /  (
  D0*((D1/D0)^(ac))*(RL0^(1-ac)-1)  ); fi;
[>print(`Il premio estrapolato per la copertura è`);
  print(RPp1);
[>end;
[>
estrproc := proc (alphac, DE0, DE1, CO0, CO1, RP0)
local ac, D0, D1, C0, C1, R0, RL1, RL0, RPp1;
  ac := alphac;
  D0 := DE0;
  D1 := DE1;
```

```

CO := CO0;
CI := COI;
RO := RP0;
RLI := (D1 + CI)/CI;
RLO := (D0 + CO)/CO;

if ac = 1 then RPP1 := ln(RLI)×RO/ln(RLO)
else RPP1 :=
    D1×(RLI^(1 - ac) - 1)×RO/(D0×(D1/D0)^ac×(RLO^(1 - ac) - 1))
end if ;
print( `Il premio estrapolato per la copertura è` );
print(RPP1)
end proc

```

Terminiamo confrontando i valori del premio di rischio ottenuti per una copertura 500000 XS 500000, prima con il metodo dei tre *steps*:

```
[>procRPv1(1.786304193, 50000, 500000, 500000, 7.37);
```

*La frequenza media è stimata in*

.1205489119

*Il costo medio di un sinistro trasferito è stimato in*

267181.8657

*Infine, il premio di rischio è stimato in*

32208.48319

ed infine con il metodo dell'extrapolazione appena descritto:

```
[>estrproc(1.786304193, 100000, 500000, 100000, 500000,
114175.6041);
```

*Il premio estrapolato per la copertura è*

32208.48320



## Appendice 2: Alcune cifre

In questa seconda appendice sono raccolti alcuni dati relativi al settore riassicurativo, analizzato sia a livello mondiale che a livello nazionale. Sono inoltre fornite alcune valutazioni circa gli eventi catastrofici.

I dati qui riportati sono ripresi dai lavori, citati in bibliografia, di Gionta, sulla riassicurazione nei rami danni, di Zanetti, che ha curato per la Swiss Re la pubblicazione del numero di Sigma annualmente dedicato alle catastrofi, e dalla relazione annuale dell'Ania, resa pubblica lo scorso 27 Giugno.

PAESI	IMPRESE	PREMI NETTI DI RIASSICURAZIONE		VARIAZIONE	COMBINED RATIO		QUOTA DI MERCATO	
		2004	2003		2004	2003	2004	2003
Germania	15	45.419,10	46334,20	-2,0%	94,3%	94,4%	27,2%	28,7%
U.S.A.	44	35.034,30	36.162,00	-3,1%	104,9%	100,8%	21,0%	22,4%
Svizzera	9	23.461,60	20.394,00	15,0%	102,7%	96,8%	14,1%	12,6%
Bermuda	26	14.203,00	12.250,90	15,9%	89,0%	71,3%	8,5%	7,6%
Regno Unito	23	12.597,20	13.155,00	-4,2%	95,8%	93,4%	7,5%	8,1%
Giappone	11	12.079,10	11.140,50	8,4%	97,3%	77,7%	7,2%	6,9%
Francia	7	5.424,00	5.089,80	6,6%	95,0%	113,3%	3,2%	3,1%
Irlanda	16	3.031,10	3.821,00	-20,7%	120,5%	114,1%	1,8%	2,4%
Altri	59	15.649,80	13.251,00	18,1%	NA	NA	9,4%	8,2%
Totale	210	166.899,20	161.598,40	3,3%			100,0%	100,0%

**Figura 38 – Mercato Riassicurativi Mondiale (valori in milioni di \$)**

Riassicuratore	Standard and Poor's		A.M. Best		Fitch	
	Rating	Outlook	Rating	Outlook	Rating	Outlook

Converium	BBB+	Stabile	B++	Stabile	BBB-	Stabile
Hannover Re	AA-	Negativo	A	Negativo	A+	Stabile
Munich Re	A+	Stabile	A+	Negativo	AA-	Stabile
SCOR	A-	Stabile	B++	Positivo	BBB+	Stabile
Swiss RE	AA	Stabile	A+	Negativo	AA+	Negativo

**Figura 39 – Rating dei principali riassicuratori europei**

I premi indiretti del lavoro italiano ed estero, al lordo della retrocessione, raccolti dai riassicuratori professionali, sono diminuiti rispetto al 2004, facendo ridurre la quota di mercato riservata alle imprese che esercitano la sola riassicurazione.

RIASSICURATORI PROFESSIONALI	PREMI	VARIAZIONE	% SUL TOTALE PREMI INDIRETTI
1997	1.729	8,5%	33,2%
1998	1.835	6,2%	35,1%
1999	1.669	-9,1%	35,7%
2000	2.025	21,3%	37,5%
2001	1.891	-6,6%	34,6%
2002	2.171	14,8%	38,2%
2003	1.828	-15,8%	30,8%
2004	1.857	1,6%	33,8%
2005	1.627	-12,4%	32,4%

**Figura 40 – Premi indiretti dei riassicuratori professionali (valori in milioni di €)**

Anche la raccolta dei premi indiretti nel suo complesso, ossia il totale dei premi di riassicurazione raccolti da società operanti in Italia, risulta ridimensionata rispetto al 2004.

INTERO MERCATO	PREMI	VARIAZIONE	% SUL TOTALE PREMI DIRETTI E INDIRETTI

1997	5.215	6,7%	11,0%
1998	5.233	0,3%	9,3%
1999	4.678	-10,6%	7,0%
2000	5.401	15,5%	7,4%
2001	5.461	1,1%	6,7%
2002	5.683	4,1%	6,1%
2003	5.934	4,4%	5,8%
2004	5.487	-7,5%	5,1%
2005	5.025	-8,4%	4,4%

**Figura 41 – Premi del lavoro indiretto italiano ed estero (valori in milioni di €)**

Il risultato d'esercizio dei riassicuratori professionali, riferito all'anno 2004, è stato positivo per 169 milioni di €, mentre quello del conto tecnico si è chiuso in attivo per 196 milioni di €.

CONTO ECONOMICO	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Conto tecnico						
Premi indiretti	1.135	1.447	1.356	1.638	1.390	1.429
Variazione riserve premi (-)	193	230	196	197	88	72
Utile investimenti	159	219	176	201	277	210
Oneri relativi ai sinistri (-)	760	1.083	934	1.146	998	983
Spese di gestione (-)	339	425	404	445	364	373
Saldo altri proventi e oneri	7	-11	-12	-2	-8	-15
Risultato	9	-83	-14	49	209	196
Conto non tecnico						
Proventi	33	32	21	25	44	29
Saldo altri proventi e oneri	-34	-20	-22	-6	-16	-10
Risultato attività ordinaria	8	-71	-15	68	237	215
Risultato attività straordinaria	-151	109	-1	12	54	-10
Imposte (-)	9	3	0	20	34	36
Risultato dell'esercizio	-152	35	-16	60	257	169

**Figura 42 – Conto Economico riassicuratori professionali (valori in milioni di €)**

Nel corso del 2005 sono state 97.000 le vittime nel Mondo di catastrofi, sia naturali che *man-made*, di cui circa 73.300 diretta conseguenza del terremoto che ha colpito la regione del Kashmir (tra Pakistan ed India) lo scorso Ottobre. I danni globali ammontano a più di 230 miliardi di \$ (l'uragano Katrina incide per 135 miliardi), di cui 83 miliardi a carico delle assicurazioni, essendo più di un terzo dei rischi coinvolti oggetto di una copertura. Le catastrofi naturali hanno gravato sul bilancio degli assicuratori per 78 miliardi, mentre ammontano a 5 miliardi i costi relativi a disastri *man-made*.

	Numero	%	Vittime	%	Sinistri assicurati	%
Catastrofi naturali	149	37,5%	88.083	90,8%	78.330	93,9%
Catastrofi man-made	248	62,5%	8.935	9,2%	5.066	6,1%
Totale	397	100,0%	97.018	100,0%	83.396	100,0%

**Figura 43 – Catastrofi naturali e *man-made* nel 2005 (valori in milioni di \$)**



## Bibliografia

- ANIA (2006), “L’assicurazione Italiana 2005/2006”
- Angeli G. (1996), *La Riassicurazione*, Giuffrè Editore, Milano.
- Bernegger S. (1997), “The Swiss Re exposure curves and the MBBEFD distribution class”, *ASTIN Bulletin* 27/1.
- Booth P., Chadburn R., Cooper D., Haberman S. e James D. (1999), *Modern actuarial theory and practice*, Chapman & Hall/CRC, London.
- Bouchemmama J., Calvi D., De Marco N., Luscher M., Muller L., Kingsley M.P. e Rappold P. (2000), “Non-proportional reinsurance accounting”, Swiss Reinsurance Company.
- Bugmann C. (1997), “Proportional and non-proportional reinsurance”, Swiss Reinsurance Company.
- Campana A. (2004), “Metodologie di pricing nelle riassicurazioni danni”, Dipartimento di Scienze Economiche, Gestionali e Sociali.
- Chiarlo M. (1997), *Economia dell’assicurazione danni*, ECIG, Genova.
- Durand R. (2002), “La Riassicurazione – uno strumento di consolidamento del margine di solvibilità disponibile”, SCOR Group.
- Gionta G. (2005), *La Riassicurazione dei rami danni: ieri, oggi e domani*, Dispense per il XXV corso di formazione attuariale permanente.

Grasso F. (2006), La Riassicurazione, Dispense per il corso di Tecnica Attuariale delle Assicurazioni Contro i Danni.

Guggisberg D. (2000), “Exposure rating”, Swiss Reinsurance Company.

Mata J.A. (2000), “Pricing excess of loss reinsurance with reinstatements”, ASTIN Bulletin 30/2.

Schmitter H. e Butikofer P. (1998), “Estimating property excess of loss premiums by means of the Pareto model“, Swiss Reinsurance Company.

Schmutz M. e Doerr R.R. (1998), “The Pareto model in property reinsurance“, Swiss Reinsurance Company.

Zanetti A. (2006), “Calamità naturali e catastrofi *man-made* nel 2005”, Sigma n. 2/2006, Swiss Reinsurance Company.



## **Glossario**

### **Assicurazione**

Impresa che esercita professionalmente e in forma esclusiva l'attività assicurativa. L'impresa di assicurazione, grazie all'esercizio dell'attività su basi tecniche e al numero elevato di rischi assunti, è in grado di stimare la probabilità del verificarsi di rischi determinati, ripartendone le conseguenze negative tra una pluralità di soggetti esposti al medesimo tipo di rischio.

### **Burning Cost**

Termine inglese usato nella riassicurazione non proporzionale per determinare il premio puro, prima dei caricamenti; si ottiene con il rapporto tra sinistri a carico della copertura non proporzionale fratto l'incasso premi del rischio.

### **Clausola dei Reintegri**

Clausola contrattuale che limita, mediante l'indicazione di un numero di reintegri, l'ammontare totale che il riassicurato potrà recuperare dalla sottostante copertura; con questo accordo la somma assicurata su ogni rischio coperto dal trattato si riduce automaticamente per le quantità corrispondenti al danno ceduto ed il riassicurato ha la possibilità di ricostituire tale somma, nelle limitazioni concesse dalla clausola, pagando un premio integrativo detto premio di reintegro.

### **Coassicurazione**

Contratto con il quale il medesimo rischio viene assicurato, per quote prefissate, da più assicuratori. In caso di sinistro, ciascuno dei coassicuratori è tenuto a corrispondere l'indennizzo in proporzione alla quota assicurata di sua competenza.

### **Combined Ratio**

Il principale degli indici di bilancio utilizzati per valutare l'andamento di un'impresa di assicurazioni; consiste nel rapporto percentuale tra la somma dei sinistri e delle spese sui premi incassati.

## **E.CO.MO.R.**

Particolare tipologia riassicurativa proposta dall'attuario francese Thépaut nel 1950. L'“*Excedent du Cout Moyen Relatif*” si caratterizza per la sua capacità di ripartire gli effetti derivanti dall'inflazione tra cedente e cessionario, impostando la sua struttura sulla statistica ordinata dei danni subiti dai rischi assicurati. E' utilmente impiegata anche per la copertura dei grandi sinistri.

## **Excess of Loss**

Un accordo di riassicurazione, di tipo non proporzionale, nel quale le due parti concordano un importo monetario, la priorità, sopra il quale tutte le perdite sono trasferite al riassicuratore, fino ad un limite contrattuale definito portata. Le definizioni di questi valori possono essere date in termini di singolo sinistro (*per risk*), di evento (*per event* o *CATXL* nel caso di eventi estremi) o dell'intero portafoglio (*aggregate*).

## **Retrocessione**

Frazione dei rischi che la compagnia di riassicurazione cede ad un altro riassicuratore, in questo caso detto retrocessionario.

## **Riassicurazione**

Operazione con la quale un assicuratore (il riassicurato), dietro corrispettivo, riduce la propria esposizione economica, sia su un rischio singolo (riassicurazione facoltativa), sia su un vasto numero di rischi (riassicurazione obbligatoria o per trattato), attraverso la cessione ad altra impresa assicuratrice (il riassicuratore) di parte degli impegni derivanti dai contratti di assicurazione.

## **Rischio**

In senso lato si intendono gli oggetti, i pericoli o gli interessi per i quali viene prestata l'assicurazione.

## **Stop Loss**

Modalità riassicurativa del tipo non proporzionale, nella quale le definizioni di priorità e portata sono definite in termini percentuali ed a livello dell'intero portafoglio.

### **Surplus**

Riassicurazione proporzionale in cui vengono assunti i rischi che superano il conservato, in termini di *liability*, della cedente.

### **Quota-Share**

Riassicurazione proporzionale in cui la copertura viene applicata su una percentuale uniforme dei rischi in un determinato ramo assicurativo.



## Elenco delle figure

Figura n.	Nome Figura	Pagina
1	L'antica sala delle sottoscrizioni	10
2	Edificio dei Lloyd's e la torre ovale della Swiss Re a Londra	13
3	Distribuzione dei rischi	17
4	Coassicurazione e Riassicurazione a confronto	18
5	Esempio di <i>quota share</i>	28
6	Rappresentazione grafica del <i>quota-share</i>	29
7	<i>Surplus</i> caso A	33
8	<i>Surplus</i> caso B	33
9	<i>Surplus</i> caso C	33
10	Rappresentazione grafica del <i>surplus</i>	34
11	Tabella <i>Layers</i>	38
12	Tabella WXL/R	42
13	Tabella WXL/E	42
14	Grafico WXL/R	43
15	Grafico WXL/E	43
16	Combinazione di WXL/R e di CATXL	45
17	Grafici relativi alla combinazione di WXL/R e di CATXL	46
18	Esempio di <i>aggregate XL</i>	48
19	Esempio di <i>stop-loss</i>	51
20	Adeguamento dei valori ad un indice	55
21	Ripartizione dei risarcimenti sotto la clausola di stabilità	55
22	Clausola dei reintegri, <i>step 1</i>	59
23	Clausola dei reintegri, <i>step 2</i>	60
24	Clausola dei reintegri, <i>step 3</i>	61
25	Clausola dei reintegri, <i>step 4</i>	62
26	Le componenti del premio di riassicurazione	66
27	Dati storici di sinistrosità	72

28	Una rappresentazione della sinistrosità storica	73
29	Grafico a gradini	74
30	Funzione di distribuzione empirica	75
31	Funzioni di distribuzioni di Pareto per differenti $\alpha$	76
32	Funzione di distribuzione di Pareto troncata	78
33	GNPI	80
34	Rappresentazione del valore atteso tramite la f.d.e.	83
35	Rappresentazione del valore atteso tramite la f.d. di Pareto	83
36	Ripartizione effettiva dei sinistri	86
37	Tabella dati	87
38	Mercato riassicurativi mondiale	100
39	<i>Rating</i> dei principali riassicuratori europei	101
40	Premi indiretti dei riassicuratori professionali	101
41	Premi del lavoro indiretto italiano ed estero	102
42	Conto Economico riassicuratori professionali	102
43	Catastrofi naturali e <i>man-made</i> nel 2005	103

