

Università degli Studi di Roma “La Sapienza”

Facoltà di Scienze Statistiche

Corso di Laurea in Scienze Statistiche e Attuariali

**Il controllo della gestione finanziaria
nei fondi pensione**

Relatore

Prof. Massimo De Felice

Candidato

Federico Lama

Correlatore

Prof. Gilberto Castellani

Anno Accademico 2002/2003

Indice

I	Normativa di riferimento	4
1	Ruoli e responsabilità nei fondi pensione negoziali	5
1.1	Ruolo e responsabilità degli Amministratori	7
1.1.1	Attività interna	8
1.1.2	Esternalizzazione dell'attività	10
1.2	Ruolo e responsabilità della Banca Depositaria	14
1.3	Ruolo e responsabilità del Gestore	15
1.4	Vincoli alla gestione	17
1.4.1	Ruolo dell'organo amministrativo del fondo nella gestione convenzionata: linee di indirizzo alla gestione	24
2	Convenzione di gestione	31
2.1	Gli schemi-tipo della convenzione di gestione	32
II	Gestione finanziaria dei fondi pensione	37
3	Definizione delle strategie e procedure di controllo	38
3.1	Schema Semi-Passivo	39
3.2	Mandato con strategia	40

III	Grandezze caratteristiche nella gestione di portafogli titoli	42
4	Misure di Rendimento	46
4.1	Il Benchmark	47
4.2	Calcolo del Rendimento	48
4.2.1	Andamento del valore	48
4.3	Metodo Time-Weighted	49
4.4	Metodo Money-Weighted	50
4.5	Il rendimento benchmark	51
4.6	Tracking Error e Tracking Error Volatility	54
5	Misure di Rischio	57
5.1	Definizioni preliminari	58
5.2	Il modello del mercato di riferimento	59
5.2.1	Il modello di Cox, Ingersoll e Ross	59
5.2.2	La logica di Black e Scholes	62
5.3	Il valore dei contratti finanziari di riferimento	63
5.3.1	Obbligazioni	63
5.3.2	Azioni	63
5.3.3	Contratti derivati	64
5.4	Misure di sensitività del valore rispetto al tasso d'interesse	70
5.4.1	Misure di sensitività tradizionali	70
5.4.2	Misure di sensitività nel modello CIR	76
5.5	Altre misure di rischiosità	80
5.5.1	Contratti <i>interest rate sensitive</i>	80
5.5.2	Contratti di tipo "azionario"	81

5.6	Value-at-Risk	82
5.6.1	Metodo del Percentile Sottostante	84
5.6.2	Proprietà del VaR	84
5.6.3	VaR di Tasso	85
5.6.4	VaR Azionario	86
5.6.5	VaR di Cambio	87
5.6.6	Logica del Back-Testing	87
5.7	Risk Capital	89
5.7.1	Risk Capital di Tasso	89
5.7.2	Risk Capital Azionario	91
5.7.3	Risk Capital di Cambio	92
6	Applicazione	93
6.1	Situazione generale del fondo	93
6.2	Analisi di dettaglio	99
IV	Bibliografia	105

Parte I

Normativa di riferimento

Capitolo 1

Ruoli e responsabilità nei fondi pensione negoziali

In questo ambito si vuole trattare quale sia il ruolo del consiglio d'amministrazione dei fondi negoziali e dei soggetti che rientrano nella loro gestione – banca depositaria e gestori – per poter quindi analizzare le regole di responsabilità alle quali essi rispondono.

Di cruciale importanza è la struttura di governo che caratterizza il fondo quale complesso di regole che definiscono l'assetto organizzativo con riguardo ai poteri decisionali e di controllo, ai diritti di partecipazione e d'intervento degli aderenti e al complesso dei doveri competenti agli amministratori del fondo stesso. Tali regole devono avere a riguardo la tutela e l'interesse dei partecipanti nonchè garantire e soddisfare i requisiti di trasparenza, adattabilità e di controllabilità.

I fondi negoziali (o chiusi) sono prevalentemente costituiti secondo il modello associativo¹, visto come una forma giuridica mediante la quale i singoli realizzano la gestione collettiva di un patrimonio nell'interesse comune e distinti nell'ambito delle categorie di lavoratori, sia

¹come prevede l'art.4 del d.lgs.124/93, co.1

subordinati che autonomi, verso le quali sono rivolti.

Naturalmente tale modello prevede, per il singolo aderente al fondo, la partecipazione congiunta a due tipi di rapporti:

- ASSOCIATIVO: rispetto al quale egli è socio dell'ente
- A STRUTTURA BILATERALE: tra ente e aderente inteso come soggetto autonomo

Il primo rapporto, di natura collettiva, risponde alle necessità di creare una struttura organizzativa atta alla realizzazione della gestione del fondo comune di tipo previdenziale.

Il secondo, di tipo individuale, è necessario per definire la prestazione che l'ente assicura all'aderente a fronte di una contribuzione.

Da questo duplice rapporto, derivante dalla forma associativa, conseguono tutta una serie di diritti di diversa natura esercitati dai partecipanti e idonei al fine di perseguire la loro tutela.

Tali diritti possono essere sia di forma collettiva, con intervento di un organo assembleare delegato dai singoli aderenti, che di tipo individuale ed esercitati direttamente da questi ultimi nei confronti dell'ente.

Nel primo caso essi prevedono l'intervento di quella che è definita "*Assemblea dei delegati*" composta da membri rappresentanti sia i lavoratori che i datori di lavoro e deputata a raccogliere le istanze dei partecipanti per garantire loro adeguata partecipazione nelle operazioni cruciali dell'organizzazione del fondo quali nomina degli organi di amministrazione e controllo, nonché nell'esercizio dell'azione di responsabilità di tali organi (art. 2392 c.c.), approvazione del bilancio, modifiche statutarie, scioglimento o liquidazione del fondo e attivazione dei flussi informativi nell'organizzazione dello stesso ai fini di trasparenza e controllo. In altri casi è possibile reagire contro una cattiva amministrazione del fondo tramite rimedi

di tipo individuale nei quali l'azione di responsabilità è esercitata direttamente dal singolo nei confronti dell'ente o del CdA (art.2395 c.c.).

Elemento chiave che distingue l'organizzazione del fondo da una propria e più comune associazione sta nell'obbligatorietà prevista per l'ente nell'affidare la gestione finanziaria del proprio patrimonio ad un terzo. Naturalmente, tale esternalizzazione dell'attività gestoria, non modifica i rapporti di natura collettiva che legano gli associati all'ente che risponderà, assieme ai suoi amministratori, di eventuali danni ad essi causati.

È proprio la natura associativa del fondo che fornisce una tutela e una protezione agli aderenti che si trovano, sia per incapacità che per scarsa attitudine, in una situazione di scarso controllo e monitoraggio della destinazione e della gestione dei contributi da loro versati.

Così, per cercare di attenuare tale asimmetria informativa in cui si trovano i partecipanti, sono conferiti loro una serie di diritti che garantiscono maggior trasparenza e possibilità di reazione ad una mala gestione².

1.1 Ruolo e responsabilità degli Amministratori

Gli amministratori svolgono un ruolo centrale nella vita del fondo pensione. Per poter meglio comprendere la loro attività e quindi il conseguente regime di responsabilità, è necessario fare una distinzione tra quelle attività che il fondo svolge direttamente, delle quali gli amministratori sono investiti nel rapporto con l'ente, e quelle che il fondo svolge facendo ricorso a convenzione con soggetti terzi.

Naturalmente è compito degli amministratori esternalizzare tali attività con competenza e professionalità; quest'ultime possono riguardare sia la gestione delle risorse che l'erogazione

²CAFAGGI,F., IAMICELI,P., *I fondi pensione: struttura di governo e regole di responsabilità*, Roma, MEFOP, Quaderni, n. 5, 2002

delle rendite.

Si sottolinea tra l'altro come parlare di una responsabilità degli amministratori, anziché dell'ente, comporta una maggiore tutela per gli iscritti avendo un impatto in termini di incentivi al comportamento diligente da parte di costoro.

1.1.1 Attività interna

Vogliamo innanzitutto analizzare quali siano le responsabilità del consiglio d'amministrazione per ciò che concerne l'attività *interna* del fondo.

In questo senso gli amministratori rispondono di violazioni commesse sia nei confronti dell'ente che direttamente verso gli aderenti.

- i) Nel primo caso, l'esercizio dell'azione di responsabilità risulta essere compito dell'assemblea deleganda – come già visto: art.2392 c.c. –

Il suddetto articolo “impone a tutti gli amministratori un dovere di vigilanza sul generale andamento della gestione” e prevede la responsabilità solidale di chi viola tale dovere “salvo che non provi di non aver potuto impedire il fatto”.

Tale sorveglianza e l'obbligo di utilizzare misure idonee ad impedire il compimento di attività con conseguenze dannose deriva dall'esigenza di aumentare il livello di tutela dei partecipanti.

Naturalmente una corretta attuazione dell'azione di responsabilità dipende direttamente dalla possibilità di un buon funzionamento di nomina dell'assemblea delegata. L'art. 2393-bis prevede una legittimazione dell'azione eseguita da una minoranza di soci (definita secondo la composizione paritetica³). Le conseguenze di tale azione conducono al risarcimento del danno accertato tramite intervento di reintegrazione del patrimonio

³art.5 d.lgs.124/93

da parte degli amministratori e perciò concedono una garanzia effettiva agli iscritti. Tra l'altro si sottolinea come l'esercizio dell'azione di responsabilità, se effettuato dall'intera collettività (tramite l'assemblea), determina inoltre una forte minaccia per gli amministratori sul piano della deterrenza a causa del grande rischio che comporterebbe un'azione collettiva sulla compensazione dell'intero patrimonio.

ii) Nel caso previsto di un danno causato da violazioni del CdA ai singoli partecipanti al fondo, le cose si complicano a causa dell'accertamento della configurabilità della lesione che investe la posizione individuale del soggetto rispetto all'intera collettività dei soci. In tale situazione il rapporto associativo si tramuta in un diritto individuale per il singolo quale trasferimento, riscatto della posizione previdenziale o conseguimento della rendita.

Fra i problemi che insorgono sta il possibile disallineamento temporale che può esistere tra il momento in cui avviene la violazione e quello in cui essa è realmente accertata dal singolo e cioè nel momento in cui esso può godere dei benefici derivanti dalla gestione del fondo.

Ciò comporta una difficoltà oggettiva nell'esercizio dell'azione da parte del singolo sotto il profilo della prova, della colpa e dell'individuazione e quantificazione del danno risarcibile.

La tutela perciò sarà tanto maggiore quanto più è efficace l'informazione fornita dall'organizzazione sia al fondo che all'organo di vigilanza (COVIP)

1.1.2 Esternalizzazione dell'attività

Argomento alquanto complesso è lo studio della disciplina riguardante la tutela degli aderenti nel caso di “lesioni” causate a quest’ultimi derivanti da violazioni avvenute sulle attività svolte per obbligo di legge tramite convenzione con soggetti terzi.

L’affidamento del patrimonio in gestione ad un’impresa esterna concorre ad accentuare il vincolo di destinazione del fondo, riducendo i margini di distraibilità del fondo stesso da parte degli amministratori che avranno così spazi decisionali assai ridotti.

Si tratta quindi di andare a definire la responsabilità degli amministratori sia verso l’ente che nei confronti dei singoli secondo i vari aspetti che regolano tale funzione:

1. Scelta dell’esternalizzazione: riguarda naturalmente il caso in cui questa sia facoltativa e rappresenta una scelta autonoma che avviene secondo criteri di diligenza, correttezza e secondo determinate competenze ricercate all’esterno dell’ente.
2. Modalità di esternalizzazione: riguarda i criteri utilizzati per la scelta del terzo incaricato che poggiano sui principi della trasparenza e coerenza tra obiettivi e modalità gestionali.⁴ Agli amministratori verrà attribuita la responsabilità per “*culpa in eligendo*” nel caso di violazione dei criteri imposti dalla legge. Con riguardo a tale aspetto bisogna ricordare la presenza di un controllo preventivo sulla legittimità delle convenzioni, per lo più associato ai compiti regolamentari e di vigilanza della COVIP.⁵
3. Definizione delle linee di indirizzo nell’ambito delle convenzioni: presenti sia nel momento di stipula del mandato sia nel corso del contratto; considerata quindi anche la possibilità di modificare unilateralmente le condizioni contrattuali al fine di realizzare l’interesse dei partecipanti. Tale potere è riconosciuto in capo al fondo ed ai suoi ammi-

⁴Definiti nell’art.6 d.lgs.124/93 in merito alle convenzioni di gestione.

⁵art.17, co.2, lett.f

nistratori. In tale ambito viene specificata un'area di responsabilità degli amministratori essendo il potere della società limitato dal ruolo svolto da quest'ultimi.

4. Controllo sull'operato del gestore esterno: il D.M. 703/96 stabilisce, infatti, delle regole di controllo mediante l'utilizzo di parametri oggettivi inseriti nella convenzione gestoria e stabiliti dalla COVIP. Tale obbligo di monitoraggio prevede anche dei requisiti di professionalità, in capo agli amministratori del fondo, riguardo a competenze nei settori assicurativo, creditizio e finanziario.⁶ D'altronde la legge prevede che non possano esserci riduzioni di responsabilità per via della *delega gestoria*, anzi la responsabilità del mandante implica capacità dinamiche di indirizzo, di verifica e di controllo cui non si può abdicare.

La convenzione prevede comunque delle regole contrattuali che descrivono alcuni vincoli da rispettare (D.M. 703/96) aventi a riguardo: la sana e prudente gestione, la diversificazione degli investimenti e dei rischi, il contenimento dei costi, la massimizzazione dei rendimenti netti e un'efficiente gestione del portafoglio.⁷ Naturalmente contestuali a principi di trasparenza e adeguata informazione cui la gestione deve ispirarsi.⁸ Perciò il CdA deve perseguire la logica del modello interno di controllo tramite un'adeguata sorveglianza.

Con riguardo ai poteri degli amministratori, rilevante importanza ha la "*facoltà di recesso*" subordinata a giusta causa, prevista nel caso in cui il consiglio d'amministrazione ritenga che la convenzione non soddisfi più gli interessi dei partecipanti oppure accerti una violazione del contratto da parte del gestore.

Si pensi all'efficacia di tale esercizio che comporta al gestore la restituzione di tutte le attività finanziarie nelle quali sono investite le risorse del fondo. In questo senso agli aderenti sono garantiti strumenti di tutela *ex-post*.

⁶art.4 d.m.211/97

⁷art.2 d.m.703/96

⁸art.2, co.3 e 4 d.m.703/96

In più gli amministratori godono di ulteriori strumenti quali la già citata azione di responsabilità verso il gestore con reintegro del patrimonio in misura del danno causato e risoluzione del contratto con eventuale scelta di un nuovo gestore. I due rimedi: facoltà di recasso e azione di responsabilità, possono concorrere.

Ulteriore distinzione in ambito di responsabilità e controllo va fatta tra convenzioni *pure e con garanzia di capitale o di rendimento* per il rischio assunto dall'ente rispetto agli esiti degli investimenti.

In questo senso, il problema cruciale è domandarsi se gli amministratori siano comunque responsabili al verificarsi del danno causato da una mala gestione del terzo quale che sia la convenzione stipulata. Nel caso in cui questi ultimi siano impossibilitati nel rilevare la violazione, ci si domanda: sono essi sottoposti a responsabilità *oggettiva o per colpa?*

Una delle funzioni della responsabilità è garantire una condotta corretta e diligente, ma una responsabilità a prescindere dalla colpa rischia di diventare elemento dannoso a causa dell'irrigidimento delle scelte degli amministratori.

Dall'altro, un'ipotesi di esternalizzazione facoltativa non può ridurre la tutela degli aderenti e la responsabilità del CdA. Perciò il fine della normativa è che il fondo operi efficacemente a riguardo della posizione dei partecipanti tramite una costante attività di monitoraggio che non sia invasiva nei confronti del terzo.

Quindi non sembra esservi spazio per una responsabilità oggettiva del fondo e si opterà per una valenza generale del criterio della colpa a prescindere dalla natura, obbligatoria o facoltativa, dell'esternalizzazione⁹; occorre dunque sottolineare l'importanza dell'insieme de-

⁹A differenza di quanto succede nei fondi aperti in cui si distingue una responsabilità per colpa nel caso di esternalizzazione obbligatoria, mentre vige una responsabilità oggettiva nel caso in cui il gestore del fondo eserciti una mera facoltà di esternalizzare.

gli strumenti di tutela di cui il fondo dispone nell'interesse dei soci.

Esistono poi degli strumenti alternativi tra i quali rientra la possibilità di azioni dirette da parte dei singoli partecipanti nei confronti del terzo. In tal senso vige la responsabilità solidale tra gestore delegante (il fondo-soggetto) e gestore delegato tramite mandato, nonché nel rapporto tra gestore (o fondo) e banca depositaria¹⁰. Naturalmente, per permettere che tale diritto sia effettuabile, il fondo deve garantire un'informazione costante ed efficace agli aderenti, così da poter permettere loro di agire in via giudiziaria o attraverso rimedi interni con tempestività.

Andiamo ora ad analizzare il caso in cui si prospetti una situazione di squilibrio finanziario nell'assetto del fondo. Secondo l'art.11 del d.lgs.124/93, gli organi del fondo devono comunicare preventivamente alla COVIP i provvedimenti necessari alla salvaguardia del fondo e quindi applicarli tempestivamente come prevede la *Deliberazione COVIP del 13 Luglio 1999*. Di tale adozione rispondono gli amministratori.

In più la COVIP ha poteri di convocare presso di sé gli organi del fondo o di convocare l'assemblea fissandone l'ordine del giorno in base all'art.17, co.4 d.lgs.124/93.

Altro problema che sorge nell'esternalizzazione della gestione è il rischio di *conflitto di interesse* che riguarda le scelte d'investimento del gestore. L'art.7 del D.M. 703/96 prevede che, nel caso di operazioni da parte del gestore che abbiano, direttamente o indirettamente, un interesse in conflitto, il fondo deve darne comunicazione all'Organo di Vigilanza ed al fondo stesso.

Naturalmente le situazioni di conflitto riguardano sia gli investimenti che qualsiasi altra

¹⁰Rispettivamente: art.36, co.5 e art.38, co.2 TUF

relazione d'affari tra fondo, gestore, banca depositaria, sottoscrittori e datori di lavoro¹¹.

Questa normativa è stata fatta per evitare che gli interessi economici dei soggetti predisposti alla gestione possano dirottare il fine previdenziale in uno più strettamente personale.

Secondo l'art.8, co.3 del D.M.703/96, la comunicazione assume forma di una vera e propria assunzione di responsabilità e, nel caso in cui venga omessa, il rappresentante non potrà opporre alla COVIP la propria ignoranza potendo eventualmente risarcire il danno.

Nel caso invece di comunicazione infedele o inaccurata, la Commissione di Vigilanza prevede che il fondo ne faccia comunicazione agli aderenti che possono eventualmente esercitare i propri strumenti di tutela.

1.2 Ruolo e responsabilità della Banca Depositaria

A presidio del principio di *non distraibilità* del patrimonio rispetto al fine previdenziale, è la convenzione che il fondo stipula con una banca depositaria.

La legge definisce tutta quella serie di doveri cui è soggetta tale banca che riguardano: obblighi di custodia dei titoli acquistati con il patrimonio del fondo, obblighi di regolamento delle operazioni, di informazione nei confronti dell'Autorità di Vigilanza rispetto alle irregolarità riscontrate e soprattutto obblighi di controllo sulle operazioni relative alla gestione del fondo. Si tratta di un controllo di conformità e legittimità alle fonti istitutive ed alle linee di gestione definite nelle convenzioni di gestione.

Da questa serie di doveri deriva il regime di responsabilità cui è soggetta la banca depositaria che risponde nei confronti della società di gestione e dei partecipanti al fondo nel caso di inadempimento dei propri obblighi; la legge ammette perciò che gli iscritti al fondo pos-

¹¹BESSONE,M., *Gestione finanziaria dei fondi pensione. La disciplina delle attività, le situazioni di conflitto d'interesse*, Milano, Contr. Impr., 2002

sano far valere la responsabilità che la banca ha nei loro confronti pur non avendo concluso direttamente il contratto con essa.

Di rilevante importanza è andare a verificare se la banca depositaria debba andare a rispondere o no delle conseguenze derivanti da azioni svolte su istruzioni del fondo o del gestore e se, in questo ultimo caso, possa esservi responsabilità per gli amministratori del fondo.

L'ABI ha sottolineato che, ai sensi dell'art.38 del T.U.F., la responsabilità della banca sia nei soli confronti del fondo e non dei partecipanti.

Da ciò alcune convenzioni, che si rifanno a tale articolo, stipulate tra fondi e banche, definiscono la possibilità data al fondo di esercitare l'azione di responsabilità verso la banca per la mancata rilevazione di una violazione delle regole definite nel mandato di gestione.

Altre ammettono che le convenzioni di gestione siano parte della disciplina di riferimento nell'esecuzione dell'incarico della banca.

A prescindere dalla dissociazione che può esistere tra regole contrattuali e regole legali, è fondamentale sottolineare il ruolo che la banca depositaria ha nell'esercitare la funzione di monitoraggio affidatale dal fondo così da esonerare quest'ultimo dalla responsabilità su violazioni del gestore sulle quali non abbia controllo reale. Da ciò deriva la necessità che la banca sia costantemente informata del contenuto della convenzione e di eventuali modificazioni.

1.3 Ruolo e responsabilità del Gestore

Il gestore di un fondo pensione negoziale è quel soggetto terzo al quale il fondo stesso conferisce per vincolo di legge, tramite un mandato, la gestione finanziaria delle sue risorse.

Quest'ultima avviene tramite sottoscrizione o acquisizione di azioni o quote di società immobiliari o, entro certi limiti, di quote di fondi comuni di investimento chiusi che il gestore compie avendo sempre presenti le linee di investimento definite nel mandato.

Il legislatore ha voluto mantenere l'ordine di tutela dei partecipanti prestando attenzione alle competenze tecniche e ciò ha ribadito la necessità di affidare la gestione di grandi patrimoni nei confronti di imprese che presentassero i requisiti di solidità patrimoniale e fossero soggetti ai sistemi di vigilanza propri dei mercati finanziari.

Per tali imprese vale il principio della *diligenza professionale*; anche per esse vige un ruolo essenziale di responsabilità nella gestione del fondo.

Di primaria importanza, secondo il punto di vista dell'assetto patrimoniale, è la norma secondo la quale il fondo affidato in gestione è patrimonio separato rispetto a quello dell'impresa gestoria. Tale separazione patrimoniale comporta che sul patrimonio gestito possano soddisfarsi tutti i creditori del fondo-soggetto e non quelli dell'impresa addetta alla gestione. Dunque il fondo non deve sopportare il rischio connesso all'impresa di gestione come il caso in cui quest'ultima sia posta in liquidazione coatta; nè dall'altro lato gli aderenti potranno soddisfare sul patrimonio dell'impresa delegata i diritti vantanti verso il fondo.

Nel caso però in cui il fondo pensione sia incapace di assolvere ai propri impegni a causa dell'inadempienza del gestore, allora quest'ultimo risponde con il proprio patrimonio che andrà a reintegrare il fondo gestito nella misura del danno corrispondente e concedendo perciò una maggiore garanzia nei confronti degli aderenti altrimenti data dalle sole consistenze patrimoniali interne al fondo, incluse la liquidità e le riserve per coprire spese di amministrazione¹².

In più questa regola di responsabilità costituisce un ulteriore punto di forza in termini di

¹²BESSONE,M., *Fondi pensione chiusi e discipline di controllo. La regola di salvaguardia dell'equilibrio finanziario, il regime delle situazioni di crisi*, Milano, Banca borsa e titoli di credito, n. 3, Maggio-Giugno 2002, p. [312-336]

tutela poiché l'azione può essere fatta valere non solo dal singolo aderente, con tutte le difficoltà che tale azione comporta sul versante informativo, ma anche dall'ente soggetto in tutela dell'intera collettività.

D'altronde, in quest'ultimo caso, la dimensione collettiva opera sia sulla compensazione dell'intero patrimonio, che sulla deterrenza in quanto, per il gestore, un'eventuale minaccia dell'intera collettività ha di gran lunga peso maggiore.

Tra l'altro si vuole sottolineare la corrispondenza che esiste, in questo senso, tra responsabilità del gestore e quella degli amministratori.

1.4 Vincoli alla gestione

A questo punto è doveroso soffermarsi sulla normativa che regola le modalità della *gestione finanziaria* dei fondi pensione; tale aspetto richiede accurati accorgimenti.

Iniziamo con l'affermare che, come già visto, lo schema seguito dal legislatore si basa sulla distinzione di ruoli e controlli incrociati in una sorta di "triangolazione" nello svolgimento dell'attività gestoria. Questa prevede, da una parte, la presenza del *fondo pensione* stesso a cui compete la funzione di indirizzo della gestione nonché di controllo e verifica del rispetto, da parte dei gestori, delle linee guida dell'investimento definite nella convenzione; dall'altra si colloca il *gestore* addetto alla gestione operativa, affiancato dall'azione svolta dalla *banca depositaria* che ha funzioni di custodia del patrimonio e di ulteriore controllo.

Naturalmente tale modello gode di un buon funzionamento e comunque prevede che la gestione sia delegata ad intermediari specializzati sottoposti per legge a vigilanza ed a stringenti requisiti di professionalità.

Con la riforma del 1995, il legislatore vuole creare un contesto comune nello svolgimento di questa attività, nonché vuole dare una "tipizzazione" alla convenzione gestoria attraverso

una serie di regole che i gestori dovessero applicare, contenute sia nella normativa primaria (d.lgs. n. 124/1993), sia in quella secondaria (D.M. n. 703/1996).

Andiamo dunque a vedere quali siano i soggetti ai quali è consentita la stipula di convenzioni di gestione con i fondi pensione. Secondo l'art.6, co.1 del decreto in commento, possono assumere la veste di gestore:

- I soggetti autorizzati all'esercizio dell'attività di gestione di patrimoni mediante operazioni aventi ad oggetto valori mobiliari (Banche, Sim, Società fiduciarie, SGR).
- Le imprese di assicurazione abilitate allo svolgimento del ramo VI.
- Le società di gestione dei fondi comuni di investimento mobiliare aperti.

Le singole autorità dei mercati (Banca d'Italia, Consob, Isvap) definiscono nel dettaglio le condizioni patrimoniali e organizzative che i soggetti abilitati devono soddisfare per svolgere questa funzione. Gli intermediari finanziari e assicurativi operano infatti all'interno di mercati fortemente regolamentati nei quali le Autorità di vigilanza svolgono un ruolo di tutela complessiva del risparmio. Il rilascio di un'autorizzazione ad operare in un nuovo mercato deve quindi tener conto dei riflessi operativi e reddituali di ogni singolo segmento di mercato nei confronti dell'attività complessiva svolta dall'intermediario.

In alcuni casi al fondo è consentito svolgere anche investimenti diretti riferiti comunque a gestioni di risparmio e non direttamente sui mercati. In questo senso i responsabili del fondo possono:

- Sottoscrivere o acquisire azioni o quote di società immobiliari, nelle quali il fondo può detenere partecipazioni anche superiori ai limiti consentiti dalla legge.

- Sottoscrivere e acquisire quote di fondi comuni di investimento mobiliare chiusi non superiori al 20% del proprio patrimonio ed al 25% del capitale del fondo chiuso.

Il comma 4 dell'art.6 del d.lgs.124/93, introduce i requisiti patrimoniali minimi che i soggetti abilitati alla gestione del fondo devono possedere e le specifiche regole di comportamento da adottare. Questi requisiti sono differenziati per tipologia di prestazione offerta e rappresentano un elemento di garanzia per i partecipanti.

Un primo elemento volto a garantire l'uniformità di condizioni in base alle quali gli intermediari indicati devono svolgere il ruolo di gestori del patrimonio del fondo, rinvenibile nell'articolo appena citato del decreto, si basa nell'affidare alle rispettive autorità di vigilanza il compito di fissare dei *ratios* patrimoniali minimi nel rispetto dei quali i soggetti abilitati possono stipulare convenzioni per la gestione delle risorse.

La Commissione di Vigilanza rilascerà l'autorizzazione alla stipula delle convenzioni tra fondi e gestori a quei soggetti che godono di una sicura solidità patrimoniale, come definito ai sensi dell' art.17, co.2, lett.f.

In tale ambito, con lo scopo di omogeneizzare la disciplina applicabile ai soggetti gestori, rientra il decreto del Ministero del Tesoro n. 673/1996. Ad una prima lettura di tale decreto è rintracciabile il favore per una normativa molto generica frutto di un compromesso tra le esigenze di controllo del gestore e la sua libertà di comportamento. Dai principi e dalle regole di condotta cui esso deve ispirarsi, è possibile individuare a che tipo di obblighi deve sottostare.

Viene imposto uno standard di comportamento che ha come primo obiettivo *l'interesse del fondo*, così da obbligare il gestore ad agire in maniera diligente, corretta e professionale¹³.

Facendo un'analisi sul tipo di gestione effettivamente realizzabile dal soggetto terzo, pos-

¹³SALERNO,M.E., *Fondi pensione negoziali: costituzione, gestione e vigilanza*, Milano, Giuffrè, 2002

siamo evidenziare come questa non possa che essere di tipo “individuale” nel senso che ogni fondo deve essere gestito separatamente con una propria contabilità, ciò derivante dal principio della separatezza patrimoniale. Non sembra quindi esservi possibilità di una gestione “in monte” degli investimenti per una pluralità di fondi ognuno dei quali definito da una convenzione diversa.

In più si può affermare che l’investimento nei fondi pensione ha la condizione ideale per una politica del risparmio; infatti i contributi, che sono versati nel conto individuale del socio, sono liquidabili solo a fronte del diritto alla pensione obbligatoria e/o della perdita del rapporto di lavoro e/o della scomparsa del socio, tutti fattori oggettivi e mediamente misurati in anni, che favoriscono la definizione di una strategia di lungo periodo, che consente di sommare alla costante crescita del patrimonio derivante dalla contribuzione, i rendimenti valorizzati su patrimoni sempre crescenti¹⁴.

Tornando al D.M. 703/96 andiamo ad analizzare i criteri di investimento possibili. La normativa secondaria relativa alle politiche d’investimento si affida alle stesse esigenze di uniformità e di neutralità applicabili ai gestori. Tale decreto cerca di trovare un compromesso tra i diversi centri di interesse coinvolti e cioè tra gli obiettivi propri dei mercati finanziari e la funzione previdenziale dei fondi.

L’esigenza primaria è che gli intermediari abilitati alla gestione non abbiano una libertà di azione troppo limitata a causa dell’esigenza di investire il patrimonio del fondo in titoli a basso rischio. In questo senso dunque la disciplina del Ministero del Tesoro mantiene un orientamento alquanto liberista non prescrivendo alcun vincolo all’acquisto di azioni od obbligazioni, bensì definisce alcuni limiti di natura prudenziale.

¹⁴SALERNO, M.E., *Fondi pensione negoziali: costituzione, gestione e vigilanza*, Milano, Giuffrè, 2002

L'art.1 del D.M. 703/96 definisce quali siano le attività oggetto d'investimento e cioè: titoli di debito, titoli di capitale, contratti derivati, Oicvm, fondi chiusi e liquidità. Va da sé che, per ogni oggetto di investimento così come per la liquidità detenuta, saranno indicate le soglie quantitative da non superare.

Nell'art.2 del decreto vengono stabiliti i criteri ai quali si rifanno gli investimenti delle risorse dei fondi pensione. Il primo tra questi è il principio della "*sana e prudente gestione*" dei contributi con il fine di massimizzare la redditività attraverso una gestione efficiente compatibilmente con il necessario contenimento dei rischi e dei costi realizzato in via primaria tramite la diversificazione degli investimenti (co.1).

Accanto a tali principi, il decreto affida alla Commissione di Vigilanza il compito di stabilire ulteriori parametri, oggettivi e confrontabili, da inserire nelle convenzioni, sulla base dei quali il fondo potrà verificare i risultati della gestione (co.2). In più viene sempre conferito alla COVIP il potere di determinare limiti agli investimenti che siano più o meno stringenti rispetto a quelli definiti nel regolamento (art.4, co.3 e 4). Da tali disposizioni si evince il ruolo fondamentale di regolamentazione che viene assegnato all'Autorità di Vigilanza.

Corollario a tale tipo di disposizioni è la necessità che il gestore rispetti i doveri di informazione e trasparenza in merito al proprio operato nei confronti del fondo (co.3).

Un ulteriore vincolo alla gestione è definito nella normativa primaria in cui si descrive come obiettivo degli investimenti la necessità di finanziamento alle piccole e medie imprese.

Il regolamento del Ministero del Tesoro individua tipologia e limiti di impiego per le attività in cui può essere investito il risparmio previdenziale. Nell'art.3 sono indicati gli investimenti e le operazioni consentiti; in più, da tale articolo, emerge l'ampio spazio di operatività concesso ai gestori; unica preclusione, che deriva dalla precauzionalità di una prudente gestione collettiva, è relativa al divieto di effettuare vendite allo scoperto.

Inoltre l'ultimo comma dell'art.3 attribuisce al fondo la possibilità di predisporre linee di investimento diverse, così da consentire agli iscritti di scegliere quella a loro più consona alle proprie esigenze secondo diversi profili di Rischio-Rendimento.

Gli artt.4 e 5 del decreto descrivono le soglie di impiego dei contributi. Nell'esercizio della delega conferita, la normativa secondaria, non impone ai gestori alcun vincolo di portafoglio nell'ambito delle attività domestiche. In tal modo si consente ai soggetti terzi di poter perseguire l'obiettivo della diversificazione degli investimenti secondo le proprie capacità realizzando migliori *performance* in favore del fondo. In più, considerando che, più la correlazione tra i mercati è minore tanto maggiore sarà la diversificazione del rischio, il decreto non impone nessuna riserva di investimento a favore dei mercati esteri. Si prevede comunque un obbligo di congruenza, per almeno un terzo degli investimenti, tra la valuta di denominazione di questi ultimi e quella dei trattamenti pensionistici da erogare (art.4, co.5). Ciò potrebbe comportare un rischio di cambio eccessivo, in aggiunta ai rischi di controparte e di Paese; da ciò la normativa prevede delle soglie di limitazione derivanti dal soggetto emittente e dal mercato di quotazione.

L'art.5 della disciplina riguarda gli investimenti in titoli derivati necessari per operazioni di copertura dei rischi finanziari. Alla negoziazione di tali titoli viene dato un limite in quanto possono essi permettere grossi guadagni ma anche ingenti perdite e pertanto particolarmente rischiosi.

Si citano inoltre gli artt.7 e 8 che regolano le i conflitti d'interesse riguardanti gli investimenti nell'ambito dei rapporti di gruppo ed eventuali altre rilevanti situazioni.

Nella normativa primaria, e più precisamente nell'art.6, com.4-*quinques* del d.lgs.124/93, viene introdotto il concetto dei criteri di individuazione e di ripartizione del rischio nella

scelta degli investimenti. Da tale normativa, aggiunto a quanto indicato nel decreto del Ministero del Tesoro, seguono le regole entro le quali devono essere eseguiti gli investimenti delle risorse.

In base al comma 5, i fondi pensione non possono assumere e concedere prestiti. Inoltre il patrimonio del fondo non può essere investito in:

- Azioni o quote con diritto di voto, emesse da una stessa società, per un valore nominale superiore al 5% del valore nominale complessivo di tutte le azioni o quote con diritto di voto emesse dalla società medesima se quotata, ovvero al 10% se non quotata; nè, comunque, azioni o quote con diritto di voto per un ammontare che comporti un'influenza dominante sulla società emittente.
- Azioni o quote emesse da soggetti tenuti alla contribuzione o da questi controllati direttamente o indirettamente, per interposta persona o tramite società fiduciaria, o agli stessi legati da rapporti di controllo, in misura complessiva superiore al 20% delle risorse del fondo.

Risulta importante accennare al problema della titolarità dei beni oggetto della gestione (definita nell'art.6, co.4 del d.lgs.124/93) che risulta in capo al fondo. A volte le istituzioni previdenziali possono rinunciare a tale titolarità trasferendola al gestore a patto che la gestione sia accompagnata dalla garanzia di restituzione del capitale. Viene affidata allora alla COVIP, in accordo con l'Autorità di Vigilanza del soggetto gestore abilitato, la possibilità di definire i criteri, le modalità e i limiti per l'ipotesi di gestione con garanzia rilasciata anche da terzi aventi a riguardo i principi della trasparenza e comparabilità delle condizioni offerte. La garanzia di restituzione del capitale può essere formulata sostanzialmente in tre versioni:

- Garanzia di restituzione del capitale nominale.
- Garanzia di restituzione del capitale reale.

- Garanzia di un rendimento minimo.

La prima prevede che il lavoratore abbia diritto alla restituzione dei contributi versati, perde quindi di interesse nel caso di inflazione alta. A tale inconveniente risponde la seconda che prevede la restituzione dei contributi maggiorati del tasso di inflazione registrato nel corso degli anni. La terza si differenzia dalle precedenti perché è prevista in ogni caso la capitalizzazione dei contributi versati ad un fissato tasso d'interesse.

1.4.1 Ruolo dell'organo amministrativo del fondo nella gestione convenzionata: linee di indirizzo alla gestione

Secondo la normativa del 1995, il fondo pensione si configura come un soggetto capace di svolgere la propria funzione istituzionale di indirizzo nei confronti del gestore in piena autonomia decisionale. Questa avviene tramite la predisposizione *ex-ante* delle linee guida riguardanti gli investimenti delle risorse, tramite la decisione delle politiche d'investimento del fondo dopo aver stabilito i criteri generali per la ripartizione del rischio.

Tale azione è svolta dall'organo amministrativo in piena libertà, sebbene entro i confini dettati dalla normativa secondaria, con il fine di perseguire gli interessi dei propri iscritti.

Dall'altro lato il gestore si trova a tradurre le indicazioni assegnategli dal fondo, da ciò si evince la necessità che il patrimonio sia affidato a soggetti con dotata capacità professionale ed idonea esperienza.

D'altronde i principi di riferimento e gli orientamenti che delineano le politiche d'investimento del fondo (*c.d. Asset Allocation*) provengono da un'accurata scelta del consiglio d'amministrazione tenuti a riguardo tre elementi base: i dati strutturali del fondo, gli obiettivi delle parti sociali e la natura dell'ente di previdenza.

Naturalmente, al variare di tali elementi, gli amministratori opereranno per l'esclusione a priori di acquisto di certe tipologie di strumenti finanziari, propendendo invece per altre. Il

primo elemento ha a riguardo le caratteristiche della popolazione di riferimento, ai relativi bisogni previdenziali e la dimensione del patrimonio del fondo pensione con le reali prospettive di incremento. Il terzo elemento descritto è di fondamentale importanza: tenendo comunque presente il fine ultimo del fondo quale corresponsione delle prestazioni previdenziali, si sottolinea la configurazione del fondo quale strumento previdenziale di natura negoziale. In questo modo si comprende meglio come l'indirizzo dell'organo amministrativo non rappresenti per il gestore un potere vincolante, bensì si pone come un parere finalizzato a delineare solamente in via generale le caratteristiche della gestione delle risorse. Da ciò il grado di discrezionalità del gestore rimane assai ampio, potendo questo anche discostarsi dagli indirizzi concordati nella convenzione nel caso in cui si verificano eventi imprevisti.

Analizzando più da vicino gli schemi-tipo di contratto elaborati dalla Commissione di Vigilanza, si evidenziano due tipi di linee di indirizzo: Fondi Monocomparto e Fondi Pluricomparto (o Multicomparto). Tali convenzioni dovranno essere coerenti con i criteri di individuazione e di ripartizione del rischio nonché dovranno tra l'altro riguardare: 1) Le tipologie degli investimenti consentiti ed i limiti fissati per ciascuna di esse. 2) Gli obiettivi di gestione e l'orizzonte temporale di riferimento. 3) Le scelte di limitazione dei vari rischi. 4) La materia del conflitto di interesse.

Per quanto riguarda i primi tre punti, possono derivare vari tipi di gestione finanziaria. Si può distinguere, quindi, in vari tipologie di comparti a seconda della presenza di attività più o meno rischiose: un comparto *Monetario* investe particolarmente in strumenti monetari a basso rischio e orizzonte temporale breve. Un comparto di tipo *Obbligazionario* detiene in portafoglio un numero di attività rischiose (azioni) non superiore al 10%. Un comparto *Obbligazionario Bilanciato* sarà composto da una percentuale non superiore del 30% in azioni. Infine un comparto *Azionario* seguirà linee d'investimento più rischiose in orizzonti

temporali a lungo termine.

Da questi criteri possono derivare tre diverse tecniche di allocazione delle risorse, che prendono in esame caratteristiche proprie del fondo.

Un primo metodo, **Liability driven managements**, si basa sulla scelta delle politiche di investimento in relazione all'età lavorativa degli iscritti al fondo, nel senso che più l'età lavorativa è avanzata, più la strategia gestionale dovrà essere conservativa e meno rischiosa, cioè rivolta verso il comparto obbligazionario del mercato finanziario. Se invece l'orizzonte temporale dell'aderente è sufficientemente lungo, come nel caso delle giovani generazioni, una razionale strategia di amministrazione del portafoglio deve in certa misura preferire gli investimenti in attività finanziarie che nel lungo periodo compensano il maggior rischio a breve con rendimenti di lungo periodo adeguatamente elevati.

La seconda tecnica, **Balanced managements**, prevede una gestione bilanciata e diversificata tra i diversi settori del mercato finanziario.

Il terzo approccio gestionale offre soluzioni miste tra le due precedenti¹⁵.

Da questa predisposizione delle linee di investimento deriva la già citata distinzione tra fondi pensione “**Monocomparto**” e “**Multicomparto**”, a seconda della presenza, rispettivamente, di un'unica tipologia di investimento valida per tutti gli aderenti o di direttive di gestione diversificate. Il *Multicomparto* è definito dal quarto comma dell'art.3 del decreto del Ministero del Tesoro disponendo che il fondo pensione può individuare diverse linee di investimento ad una delle quali gli iscritti al fondo possono aderire per un periodo di tempo predeterminato ed eventualmente, qualora ne facciano richiesta, possono trasferire la loro adesione ad un altro comparto di investimento. La Commissione di Vigilanza precisa che lo statuto del fondo multicomparto è tenuto ad individuare e caratterizzare ogni linea di gestione ed a fare chiarezza in merito alle forme e modalità d'investimento consentite per ogni

¹⁵SALERNO,M.E., *La gestione finanziaria delle risorse dei fondi pensione*, Milano, Banca borsa e titoli di credito, 2001, p. [369–381]

comparto così da evidenziare lo specifico profilo di rischio. Inoltre il fondo ha la possibilità di affidare la gestione finanziaria di ogni comparto a soggetti terzi differenti, procedendo alla stipula di diverse convenzioni.

A prescindere dalle linee di gestione, è osservazione comune che la diversificazione degli investimenti rappresenta il fondamentale criterio di amministrazione del rischio presente in ogni mercato finanziario. Quindi tramite un'opportuna diversificazione dell'allocazione del risparmio è possibile organizzare un portafoglio dove singole attività finanziarie legate a rendimenti che non sono positivamente correlati, nel loro insieme finiscono per assicurare un rendimento pari alla media dei rendimenti delle singole attività comprese nel portafoglio; essendo il rischio finanziario d'insieme tendenzialmente inferiore alla media dei rischi connessi alle singole attività. Si riesce dunque a diminuire il rischio d'investimento senza necessariamente spingere verso il basso la soglia dei rendimenti attesi.

Tuttavia il ruolo dell'organo amministrativo non si esaurisce nella predisposizione delle linee guida dell'attività di gestione, bensì si estende sulla verifica dei risultati in relazione agli obiettivi prescritti, grazie anche alle comunicazioni obbligatorie su tali risultati che il gestore deve periodicamente fornire al fondo. Il potere/dovere di monitoraggio costante del comportamento del gestore, in capo al CdA, conferma la sua responsabilità nell'ambito dell'attività gestoria delle risorse previdenziali.

Il momento di collegamento tra il fondo, che individua il livello di Rischio-Rendimento accettabile per la natura del fondo, ed il gestore atto a concretizzare tali politiche di investimento, è appunto rappresentato dalla verifica dei risultati raggiunti rispetto agli obiettivi perseguiti. Tali disposizioni di controllo e vigilanza occorrono sia per assicurare le necessarie garanzie di protezione del collettivo interesse degli aderenti, sia per corrispondere alle evidenti esigenze di tutela dei terzi che con il fondo mantengono rapporti.

Per esigenze di operatività e trasparenza, l'azione di controllo del fondo sull'operato del gestore sarà ancorata ad una varietà di indicatori di riferimento quali sono le tipologie e l'orizzonte temporale degli investimenti, eventuali garanzie di risultato e la tecnica della gestione finanziaria con riguardo ai cosiddetti **Benchmarks**, che consentono di valutare in maniera oggettiva la performance di un gestore. Costituiscono una prima serie di indicatori oggettivamente significativi le informazioni sull'assetto azionario della società, sull'entità del suo patrimonio netto, sull'organizzazione complessiva e sul volume delle attività di gestione in corso di svolgimento. Non si possono poi trascurare informazioni relative alle soglie di rendimento finanziario per il passato raggiunte mediante tipologie d'investimento confrontabili. Naturalmente la definizione di tali *benchmarks* dovrà essere coerente con la tipologia di impiego fissata nella convenzione.

L'art.2, co.2, D.M. n.703/96 che tratta tale argomento di verifica dei risultati, affida alla COVIP il compito di definire tali parametri oggettivi e confrontabili da inserire nei mandati di gestione. Tramite una delibera del Dicembre del 1998, la Commissione di Vigilanza ha sancito l'obbligo di inserire nelle convenzioni tali indicatori definiti facendo riferimento ad indicatori finanziari di indirizzo comune e sarà la Commissione stessa che autorizzerà preventivamente alla stipula dei mandati avendo verificato l'adeguatezza in termini di coerenza, rappresentatività, trasparenza ed oggettività.

Sarà chiaro che l'adozione di tali indicatori è rilevante sia nel caso della gestione di portafoglio per così dire *passiva* e perciò intesa a replicare i risultati finanziari dell'indice assunto come *benchmark*, sia nel caso della gestione *attiva* intesa a conseguire risultati di portafoglio più consistenti di quanto il *benchmark* prefigura.

Ultimo aspetto che riguarda la verifica dei risultati è definito dall'obbligo del fondo di comunicazione periodica nei confronti degli iscritti con riguardo l'andamento della gestione con allegato un commento sui risultati ottenuti in confronto al *benchmark* prescelto.

Inoltre il legislatore ha disciplinato anche il procedimento di selezione del gestore in maniera tale che l'organismo previdenziale sia in grado di individuare l'offerta più consona a soddisfare gli interessi sia del fondo che degli aderenti. La COVIP ha deliberato (9/12/1999) che la scelta derivasse direttamente dalle politiche d'investimento fissate *ex-ante* quali supporto alla selezione del gestore nonché alla definizione della convenzione. La Commissione di Vigilanza opera in modo da garantire la trasparenza del procedimento, la coerenza tra gli obiettivi gestionali fissati dagli amministratori ed i criteri di scelta dei gestori a cui la realizzazione di tale compito è demandato.

In senso tecnico, per la stipula delle indicate convenzioni, gli organi amministrativi del fondo devono domandare offerte contrattuali attraverso la forma della pubblicità "notizia" che avrà come contenuto l'indicazione della consistenza delle risorse monetarie da affidare in gestione, la contestuale definizione delle tipologie di gestione volta a volta richieste con espresso riferimento ai loro obiettivi ed alle loro modalità, gli incarichi ed i requisiti richiesti, il numero massimo di gestori per ogni linea d'investimento nonché la durata dell'incarico¹⁶. Quanti indirizzano al fondo le loro offerte di servizio devono possedere precisi requisiti, nonché devono predisporre offerte per ogni singolo prodotto in modo da consentire agli amministratori della forma pensionistica un ampio e motivato raffronto dell'insieme delle condizioni contrattuali per ognuna delle tipologie di servizio oggetto dell'offerta¹⁷. Condizione necessaria, definita dalla disciplina, è che tali soggetti non appartengano allo stesso gruppo societario.

L'art.6, co.4-bis del d.lgs.124/93 affida all'Organo di Vigilanza il compito di dettare istruzioni in merito a tale procedimento di selezione dei gestori individuando due obiettivi cui deve ispirarsi l'intervanto dell'autorità di controllo: quello della trasparenza della scelta e quello

¹⁶Di norma è non inferiore a 3 anni in modo tale da garantire un orizzonte temporale adeguato all'attività d'investimento e comunque, non pu' essere rinnovata tacitamente

¹⁷Tale operazione avviene tramite la compilazione di appropriati *questionari*

della coerenza tra obiettivi e modalità gestionali decisi preventivamente dagli amministratori e regole di determinazione dei criteri di scelta dei gestori.

Capitolo 2

Convenzione di gestione

La recente Deliberazione della COVIP del 18 Marzo 2003 impone ai fondi negoziali “l’adozione di un modello organizzativo proiettato a privilegiare funzioni di coordinamento e di controllo delle attività gestionali, con specifico riguardo alla progettazione ed al monitoraggio dei flussi informativi, alla definizione degli standard qualitativi e quantitativi dei servizi esternalizzati (gestione delle risorse finanziarie), alla valutazione dell’adeguatezza delle procedure e delle risorse impiegate dai fornitori dei servizi.”

Affinché tale contesto sia effettuabile viene richiesta la presenza di un assetto organizzativo interno del fondo configurato in modo adeguato alle caratteristiche del fondo tale da assicurare lo svolgimento delle attività gestionali rispettando il principio della sana e prudente gestione.

Riguardo l’attività di controllo ed indirizzo della gestione patrimoniale, tale deliberazione precisa che gli Organi direttivi del fondo avranno competenze di monitoraggio dell’adeguatezza dell’*asset allocation* del fondo in relazione all’andamento dei mercati finanziari e delle altre forme di previdenza complementare, nonché alle caratteristiche degli aderenti ed ai relativi bisogni previdenziali. In più dovranno verificare la rispondenza dei risultati di gestione rispetto agli obiettivi prefissati e che siano rispettate le disposizioni normative e contrattuali

che regolano le risorse finanziarie definite nell'ambito delle convenzioni di gestione.

In tal modo la deliberazione del 18/03/2003 ha imposto che la funzione di controllo interno non possa essere effettuata da soggetti incaricati dello svolgimento di attività che sono esse stesse oggetto del controllo. Perciò conferisce ad uno dei componenti l'Organo di amministrazione l'incarico di direzione generale decide di affidare in regime di *outsourcing* la funzione di controllo interno.

2.1 Gli schemi-tipo della convenzione di gestione

In questa sezione si vuole trattare in che modo la normativa regola la definizione e la stesura del mandato di gestione.

La convenzione di gestione, stipulata una volta concluso il processo di selezione del gestore, è configurata come un contratto di diritto privato. È comprensibile lo sforzo del legislatore di garantire uniformità nelle regole che presiedono alla predisposizione di tale documento; da una parte dettando elementi contenutistici obbligatori (d.lgs.124/93, art.6, co.4-bis), dall'altra affidando alla Commissione di Vigilanza il compito di elaborare lo schema-tipo di convenzioni (d.lgs.124/93, art.17, co.2, lett.e). In altre parole, si assiste ad una standardizzazione della disciplina dei rapporti contrattuali tra fondi e gestori, ovvero ad una tipizzazione del contratto (convenzione) di gestione del risparmio raccolto dagli organismi di previdenza complementare.

Dunque, ai sensi dell'art.6, co.4-bis del decreto, la convenzione deve obbligatoriamente indicare:

- Le linee di indirizzo dell'azione dei gestori convenzionati, definite dall'organo amministrativo del fondo coerentemente con i criteri di individuazione e ripartizione del rischio nella scelta degli investimenti fissati nello statuto.

- Le modalità attraverso le quali procedere alla modifica delle linee di indirizzo medesime.
- Le modalità ed i termini attraverso cui il fondo può esercitare la facoltà di recesso, contemplando anche la possibilità per lo stesso, nel momento cui comunica al gestore la sua volontà di recedere, di rientrare in possesso del proprio patrimonio mediante la restituzione delle attività finanziarie in cui questo è stato investito.
- L'attribuzione, in ogni caso, al fondo dei diritti di voto inerenti ai valori mobiliari in cui sono investite le sue disponibilità finanziarie.

La Deliberazione COVIP del 7 Gennaio 1998 individua due schemi tipo di contratti per la gestione in regime di contribuzione definita: l'uno concernente la gestione "pura", ovvero senza garanzia di alcun risultato, e l'altro la gestione "garantita" ovvero accompagnata dalla garanzia di restituzione del capitale e/o corresponsione di un interesse minimo.

In tali documenti, dopo una serie di premesse, sono presenti ulteriori indicazioni, da inserire obbligatoriamente nelle convenzioni, concernenti: l'oggetto del contratto, le modalità di determinazione del patrimonio del fondo e di smobilizzo parziale delle risorse, i rapporti con la banca depositaria, il rendiconto e gli obblighi di informazione in capo al gestore, le commissioni da corrispondere al soggetto convenzionato, la durata della convenzione ed il recesso, oltre che del fondo, altresì del gestore e, nell'ipotesi di gestione garantita, le modalità per il rilascio della garanzia.

Contribuisce alla standardizzazione del contratto tra fondo e gestore l'accertamento a cui è chiamata l'Autorità di Vigilanza in fase di stipula delle convenzioni. Quest'ultime, dopo la deliberazione interna di approvazione rientrante nella competenza dell'organo amministrativo, sono subordinate al rilascio di un provvedimento di autorizzazione, da parte della COVIP, sulla base di un procedimento istruttorio volto ad accertare *ex-ante* che, date le caratteristiche strutturali ed operative del gestore, esistano le premesse per una gestione af-

fidabile. La portata del controllo della Commissione di Vigilanza si esaurisce in una verifica di legittimità, non entrando nel merito delle scelte di allocazione delle risorse.

Come richiesto dalla COVIP, la convenzione che i fondi pensione stipulano con i gestori abilitati, “ha per oggetto la gestione professionale, mediante investimento in strumenti finanziari, delle risorse del fondo pensione”; quest’ultimo conferisce in gestione le proprie risorse e mette a disposizione del gestore un importo fissato dei versamenti effettuati dai soggetti tenuti alla contribuzione. Da tale affermazione emerge che il contenuto dell’attività gestoria si risolva esclusivamente nella gestione dei contributi versati al fondo dagli iscritti in vista del loro investimento per conto altrui, in cambio di un determinato corrispettivo. Spetta unicamente al fondo l’obbligo di garantire l’erogazione delle prestazioni pensionistiche agli aderenti mediante eventuale convenzione con un’impresa di assicurazione.

Coerente con tale impostazione è la previsione in base alla quale la titolarità formale e sostanziale dei beni e delle disponibilità conferite in gestione rimane in capo al fondo.

In aggiunta, la legge sancisce alcuni criteri inderogabili disciplinanti il rapporto tra fondo e gestore, che trovano conferma nelle deliberazioni di vigilanza relative agli schemi di contratto.

Andando ad analizzare la Deliberazione nei suoi termini: l’art.1, co.3 prevede che la gestione sia effettuata dal gestore nell’esclusivo interesse del fondo, in più quest’ultimo impartisce le istruzioni alla banca depositaria che a sua volta le esegue verificandone la conformità alla legge.

L’art.2 riguarda la predisposizione delle linee d’indirizzo. Il gestore sarà tenuto a rispettare le linee di indirizzo definite nel mandato, adeguando la composizione delle risorse a tali linee guida che eventualmente possono essere modificate nei modi e tempi previsti dalla legge tramite adeguata comunicazione che il fondo invia al gestore (art.3).

La determinazione del valore del patrimonio del fondo viene effettuata dal gestore secondo i criteri individuati dalla Commissione di Vigilanza, cioè tramite una contabilizzazione ai “valori correnti” (art.4).

Inoltre il fondo può richiedere al gestore lo smobilizzo parziale delle risorse affidate in gestione, rispettando le clausole che determinano i termini di preavviso. Tale smobilizzo di risorse è previsto per erogazione di prestazioni stabilite dall'accordo collettivo, ovvero per esigenze proprie del fondo, od infine per il verificarsi di trasferimenti di posizioni pensionistiche. Le modalità sono definite nell'art.5.

La titolarità del diritto di voto inerente ai valori mobiliari dell'oggetto della gestione spetta, in ogni caso, al fondo pensione; in questo modo il gestore si impegna a rilasciare a quest'ultimo la documentazione necessaria per l'esercizio del diritto di voto (che eventualmente può essere conferito al gestore con procura da rilasciarsi per iscritto)(art.6).

L'art.7 riguarda i rapporti con la banca depositaria ed i conseguenti flussi informativi.

La normativa definisce inoltre le modalità con cui saranno corrisposte al gestore le commissioni previste dalla convenzione.

Naturalmente la Deliberazione si preoccupa di andare a definire gli obblighi informativi inerenti al gestore, sia in termini di rendiconto dell'attività svolta, che riguardanti comunicazioni in materia di situazioni di conflitto d'interesse.

L'art.10 definisce la durata della convenzione, che non può essere rinnovata tacitamente, e conferisce al fondo la possibilità di recesso, con un congruo termine di preavviso, nell'ipotesi di modifica degli indirizzi di gestione.

Gli art.11 e seguenti prevedono che nel mandato di gestione vi sia la presenza di tutta una serie di documenti e di allegati che riguardino ogni tipo di informazione utile al controllo dell'attività sia riguardanti il fondo stesso che il gestore.

Nel caso in cui ci sia la presenza di più linee di investimento, si prevede, ai sensi dell'art.3,co.4

del D.M. 703/96, all'apertura di altrettanti conti correnti e conti deposito in titoli creando quindi una gestione Multicomparto. All'interno di ogni comparto il fondo può operare tramite convenzioni con gestori differenti ognuno dei quali è addetto alla gestione delle risorse seguendo linee guida specifiche.

Qualora fossero presenti nella convenzione delle garanzie di restituzione del capitale o corresponsione di un interesse minimo, la Deliberazione COVIP del 7/1/98 prevede che il contratto presenti delle norme che riguardino le modalità ed i criteri con cui vengono assegnate.

Nell'ottica di una più efficiente gestione, il gestore può a sua volta conferire ad intermediari terzi deleghe gestionali in settori o mercati che richiedano competenze specifiche. Al fine di non modificare la coerenza dell'attività di gestione con le linee guida di indirizzo espresse dal fondo, l'incarico dovrà contemplare delle norme che stabiliscano la presenza di istruzioni impartite periodicamente dal gestore, alle quali l'intermediario delegato deve attenersi. Dovranno inoltre essere individuati gli strumenti finanziari, i settori o i mercati di investimento, nonché gli eventuali limiti e condizioni alla gestione.

Infine, con riguardo agli oneri di intermediazione mobiliare relativi all'acquisto di prodotti, servizi o strumenti finanziari connessi all'attività di gestione, la convenzione dovrà stabilire il costo percentuale delle singole operazioni di negoziazione, distinto per tipologia di mercato.

Parte II

Gestione finanziaria dei fondi pensione

Capitolo 3

Definizione delle strategie e procedure di controllo

Per avere una visione più completa e approfondita della stipula del mandato di gestione e delle linee guida definite nello stesso a cui il gestore deve rispondere, risulta fondamentale trattare quali siano gli schemi pratici di organizzazione della gestione finanziaria dei fondi pensione in Italia; in questo modo sarà possibile adottare un modello organizzativo finalizzato all'esercizio del controllo.

Tale trattazione è di particolare rilevanza sia per definire le linee guida che regolano la convenzione di gestione, che in termini di responsabilità dell'organo amministrativo e del gestore.

Iniziamo col dire che non è possibile definire in linea teorica le giuste strategie di gestione in senso assoluto; conviene prima studiare quali siano le procedure pratiche da utilizzare nella gestione. Fondamentalmente sono due i passi da trattare: la scelta di un modello che possa definire le scelte d'investimento ed aiutare nell'attività di controllo del comportamento dei gestori e la determinazione dei motori di calcolo adeguati per valutare le grandezze del

modello.

3.1 Schema Semi-Passivo

Una soluzione “debole” del problema è rappresentata dalle strategie gestionali utilizzate nel mercato italiano che si riferiscono ad uno schema “*semi-passivo*”.

Viene inizialmente determinato un *benchmark* di riferimento per il gestore che, a partire da questo, avrà il compito di massimizzare il rendimento nel periodo di durata della convenzione e di mantenere sotto un certo limite stabilito lo scostamento tra rendimento del fondo e rendimento del *benchmark* calcolato tramite il **TEV**: *Tracking Error Volatility*. Spetta agli amministratori del fondo valutare tale ipotesi.

Nel caso di superamento del limite del TEV, il gestore dovrà rientrare nel limite stabilito non appena verificato lo scostamento, dando comunicazione al fondo circa gli atti idonei a tale adempimento. In assenza di quest’ultimo, il fondo ha diritto di modificare l’ammontare delle risorse attribuite al gestore.

In questo senso la soluzione risulta utile poiché molto semplice da utilizzare e da organizzare soprattutto in termini di controllo. Il consiglio d’amministrazione può assolvere ai suoi doveri di responsabilità in modo diretto: definendo il *benchmark* e controllando, tramite il TEV, che il gestore assolva i suoi obblighi; le tecnologie di controllo non richiedono dunque alta specializzazione. Il problema è che in realtà essa presenta delle inadeguatezze gravi: per esempio non si tiene conto delle passività del fondo in un’ottica di *Asset Liability Management* che rappresenta una delle caratteristiche fondamentali di un fondo; in più la definizione *semi-passiva* del benchmark rende troppo rigida tale soluzione escludendo interventi tempestivi di correzione del mandante che, in caso di dissesti, non risulterebbe responsabile. Infine risulta troppo ambigua per gli aderenti la definizione del fondo tramite il *benchmark*.

3.2 Mandato con strategia

Molto più idoneo agli interessi degli aderenti ed efficace nei risultati è definire la convenzione di gestione tramite una strategia.

In questo senso rientra l'idea di dare dei vincoli alla gestione definendo i passi fondamentali che rappresentano tale strategia:

- Scelta del *benchmark* azionario che definisca il livello di volatilità cui si vuole essere esposti e che caratterizzi i settori di mercato di riferimento per gli investimenti.
- Definizione di un rendimento minimo che si vuole perseguire (o equivalentemente il piano dei redditi che si vogliono perseguire nel tempo).
- Costruzione di una struttura di protezione del risultato [Tecnicamente tramite la costituzione di un portafoglio di “put protective”].
- Definizione delle caratteristiche dell'investimento obbligazionario sottostante: Duration, tempo medio di rigiro del portafoglio.
- Gestione della put tramite strategia replicante.

Utilizzando tale “Mandato con strategia” si ottiene un portafoglio sia azionario che obbligazionario variabile nel tempo che ha lo scopo di raggiungere almeno i rendimenti minimi fissati.

La logica del mandato con strategia può essere utilizzata anche per la progettazione del Multicomparto; facendo riferimento allo stesso *benchmark*, si differenziano i comparti in base al livello minimo di rendimento garantito. La rappresentazione del comparto tramite il rendimento minimo rappresenta un modo efficace che il consiglio di amministrazione ha per descrivere agli aderenti il prodotto che offre e per esplicitare il livello di avversione al rischio tramite il rendimento.

Inoltre uno schema definito in questo modo, grazie alla sua dinamicità ed alla sua replicabilità, favorisce il controllo della gestione. Non bisogna pensare che tale strategia renda la gestione automatica in quanto, definire una quota azionaria tramite la Volatilità e una quota obbligazionaria tramite la Duration, significa andare a fissare le indicazioni strategiche su cui basarsi, ma il gestore resta comunque libero di scegliere quali azioni ed obbligazioni detenere nel portafoglio.

Compito degli amministratori è fornire al gestore tali valori strategici (inseriti nelle convenzioni) da rispettare e far sì che rimangano costanti per un tempo tale da permettere un adeguato controllo. Nel caso quindi di convenzioni con strategia è necessario che il CdA operi con diligenza professionale non potendo comunque prescindere dalla disponibilità di sistemi di controllo realizzati con alta tecnologia.

Resta da sottolineare che, grazie alla definizione dei mandati di gestione tramite la strategia da adottare, è possibile rendere i fondi pensione più efficienti e con maggiori tutele per gli aderenti¹.

¹DE FELICE,M., *La gestione finanziaria dei fondi pensione: definizione delle strategie, esercizio del controllo*, Roma, Convegno MEFOP CNEL, 12 Giugno 2002

Parte III

Grandezze caratteristiche nella gestione di portafogli titoli

Il calcolo del rendimento è una delle fasi operative di valutazione della *performance* di un investimento. La teoria del portafoglio moderna ha rifondato tale valutazione spostandola in una più complessa misurazione congiunta Rischio–Rendimento. Tale teoria distingue il rischio d’investimento in un rischio globale ed un rischio non diversificabile; il primo viene misurato con la deviazione standard dei rendimenti, il secondo è definito dal “beta” della regressione dei rendimenti del portafoglio sui rendimenti di un benchmark. La misura della *performance* sarà allora definita come rapporto tra una misura di rendimento ed una misura di rischio. Dal punto di vista logico è impossibile definire una misura di performance standard, in quanto ciascuna è adeguata ad uno scopo particolare; dunque sembra più ragionevole usare adeguati indici (“one–parameter performance measures”) che la diffusione ha consacrato come standard.

Inoltre, nel caso in cui ci si riferisca alla gestione di fondi pensione negoziali, il problema di misurazione della performance assume connotazioni diverse a seconda se il mandato di gestione preveda il perseguimento di particolari obiettivi di reddito o vincoli per il controllo del rischio. In questo caso infatti il processo di valutazione del gestore da parte del cliente dovrà tenere conto di altre procedure di misurazione della performance oltre quelle standard.

In questo capitolo si vuole trattare quali siano le principali misure di rendimento e di rischio utilizzate nell’esercizio del controllo della gestione di un portafoglio titoli, parte delle quali sono frequentemente presenti nelle convenzioni di gestione di fondi pensione negoziali. Risulta evidente come tali misurazioni, se realizzate dai fondi pensione, abbiano ruolo cruciale e notevoli implicazioni per le varie fasi di vita del fondo stesso e per la costruzione di un’efficiente offerta nel mercato della previdenza complementare.

La presenza di queste misure è necessaria in varie fasi operative del fondo: nella definizione delle strategie, nella selezione del gestore, nella valutazione e nel controllo degli investimenti

effettuati, nonché nel garantire sempre adeguata informazione.

In questo senso, in Italia, non si è ancora raggiunto lo stadio della maturità presente in altre realtà europee tipo quella anglosassone. Per soddisfare i livelli di misurazione, di controllo, di trasparenza e di comunicazione, è necessario che i soggetti coinvolti nella gestione acquisiscano consapevolezza dei problemi analitici da affrontare e degli ostacoli da superare tramite formulazioni di proposte operative adatte alla situazione nazionale.

Una prima distinzione va fatta tra grandezze **ex-ante** ed **ex-post** sottolineando la diversa struttura ed i diversi obiettivi cui esse rispondono.

Le prime riguardano delle valutazioni fatte precedentemente rispetto al momento della gestione ed avranno lo scopo di fornire informazioni sulle quali basare le scelte future, nonché concederanno la possibilità di un controllo preventivo sull'operato del gestore.

Le seconde, al contrario, rappresentano misure di performance che valuteranno l'andamento del portafoglio titoli una volta accertate le movimentazioni effettuate su di esso. In questo senso, daranno una visione sull'andamento passato della gestione e garantiranno la possibilità di interventi mirati nel caso non vengano rispettati gli obiettivi posti inizialmente. È possibile quindi affermare che quest'ultime rispondano direttamente alle esigenze di controllo da parte degli amministratori dei fondi pensione sull'operato del gestore e sui rendimenti ottenuti; mentre le grandezze *ex-ante* concedono la possibilità di un controllo preventivo finalizzato alla stesura di linee guida da rispettare nel momento successivo della gestione.

La trattazione presenta innanzitutto delle misure di rendimento definite come grandezze *ex-post*. Ci si pone in un istante di valutazione successivo a quello di gestione e, tramite l'osservazione delle movimentazioni del portafoglio avvenute precedentemente, si possono calcolare varie misure che indicano il rendimento realizzato dal portafoglio. Tramite questa

impostazione, il consiglio d'amministrazione del fondo potrà usufruire di informazioni importanti sull'operato del gestore e dei rendimenti ottenuti sugli investimenti effettuati con il patrimonio del fondo in riferimento ai Benchmarks fissati.

Successivamente saranno definite le principali misure di rischio utilizzate nella gestione di un portafoglio titoli, seguendo una logica *ex-ante*. In questo caso sarà necessario definire antecedentemente le ipotesi evolutive del mercato, che opererà in condizioni di incertezza, e da queste effettuare le valutazioni che riguardano le varie componenti di rischio presenti. Tramite questa impostazione gli amministratori avranno la possibilità di analizzare il rischio di mercato con il fine di contenerlo entro i limiti fissati a priori, per ogni tipologia di gestione.

Capitolo 4

Misure di Rendimento

La misurazione del rendimento di un portafoglio costituisce un tema di rilevante importanza sia se affrontato in termini *ex-ante* che *ex-post*, in quanto presenta notevoli implicazioni analitiche e fattuali sulla sua gestione.

È evidente quindi l'importanza di dotare i consigli di amministrazione di strumenti di misura idonei a valutare l'efficacia delle proprie scelte strategiche mediante confronti con indici di riferimento.

Pur essendo già state affrontate dalla normativa dei fondi pensione, più o meno esplicitamente, le caratteristiche essenziali della gestione, quali l'ampiezza dell'orizzonte temporale di riferimento, il ruolo dei *benchmarks* nel confronto con le misure di rendimento, il ruolo dei costi, il controllo della rischiosità e la “disloccure” dei contratti derivati, è ancora in atto il dibattito di come sviluppare i calcoli e di come presentare i risultati.

4.1 Il Benchmark

Andiamo inizialmente ad analizzare la definizione ed il ruolo del **Benchmark**.

Nella normativa sui fondi pensione, questo è definito come “parametro oggettivo di riferimento per la verifica dei risultati della gestione”. Dovrà soddisfare i requisiti di *coerenza* rispetto alla politica di investimento definita nel mandato, di *rappresentatività* rispetto alle opportunità di investimento effettivamente disponibili sul mercato, di *oggettività* nel senso che sia diffuso e possa essere utilizzato comunemente da diversi soggetti presenti sul mercato e dal gestore, di *trasparenza* così da consentire agevolmente e senza ambiguità il calcolo del valore. Il CdA dovrà utilizzare tale *benchmark*, nella fase del controllo, come “portafoglio di riferimento” per la valutazione dei rendimenti realizzati dal fondo, al netto e al lordo delle commissioni di gestione e degli oneri amministrativi e di negoziazione.

Nel 1997, nei lavori di stesura del T.U.F., si è individuato nel *benchmark* uno strumento logico e tecnico su cui basare l’informativa agli investitori e, in particolare, il mezzo per poter verificare se gli obiettivi di correttezza e trasparenza siano stati rispettati.

Su tale definizione è stato redatto un documento, valido a livello internazionale, che individua gli standard da utilizzare nella presentazione delle performance degli investimenti e che definisce l’obbligo di utilizzare un *benchmark* e di fornire delle spiegazioni sulla differenza presente tra la struttura del portafoglio e quella del *benchmark* prescelto.

La presenza di tale indicatore è presente anche nei vari regolamenti sulla prestazioni dei servizi di investimento ed è necessario affinché l’intermediario possa fornire ai clienti un parametro oggettivo di riferimento al quale confrontare i risultati effettivamente ottenuti.

A questo punto è possibile individuare le finalità principali del *benchmark* che rappresenta sia un adeguato mezzo di informazione nei confronti del pubblico sulla qualità degli investimenti effettuati, che il riferimento di valutazione *ex-post* per il gestore sul rendimento realizzato rispetto a quello definito da tale indicatore.

Affinché tali finalità siano svolte adeguatamente, è necessario che il *benchmark* sia facilmente ed economicamente replicabile. Infatti, per rispettare il fine informativo, “ battere il *benchmark* ” può significare solamente ottenere un rendimento migliore a parità di rischio.

A prescindere dalla loro definizione, dal punto di vista operativo, resta di non semplice soluzione individuare e misurare tali indici che consentano di valutare *ex-post* la qualità della gestione.

Nei fondi pensione inoltre è presente un problema rilevante nella fase della gestione e del controllo rappresentato dalla presenza di garanzie di minimo. In tale situazione si vuole evitare che sia evitato un risultato nel breve periodo “inferiore alla rivalutazione di legge del TFR, pari all’1.5% in più dei $\frac{3}{4}$ del tasso di variazione dell’inflazione” con un alto livello di probabilità.

4.2 Calcolo del Rendimento

Il problema della misurazione del rendimento di un investimento finanziario si sintetizza nella scelta e nella misurazione di una media; in quanto quest’ultima rappresenta, in una logica funzionale, un indice sintetico di una distribuzione di valori. Sorge il problema di individuare quale sia la media da scegliere; in assoluto non esiste una media migliore di un’altra allo scopo considerato. Perciò, definite le finalità, si andrà a considerare l’indice che più si addice a queste.

4.2.1 Andamento del valore

Prima di andare a definire quali siano le misure di rendimento più utilizzate nel controllo della gestione di un fondo, facciamo delle precisazioni di notazione.

Consideriamo un intervallo di tempo $[t_0, \dots, t_n]$ con $t_0 < t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_{n-1}$ che avrà ampiezza $t_n - t_0 = T$.

Consideriamo quindi la presenza di un flusso di movimentazioni di portafoglio intermedie, eventualmente nulle: x_1, x_2, \dots, x_{n-1} alle date t_1, t_2, \dots, t_{n-1} .

Per semplicità viene formulata l'ipotesi che nell'istante iniziale t_0 ed in quello finale t_n non avvengano movimentazioni. Tale ipotesi può essere realizzata ponendo: $t_0 = t_1^-$ e $t_n = \tau_n^-$. Essendo τ_n^- l'istante immediatamente precedente alla prima data successiva a t_{n-1} nella quale si ha una movimentazione.

Pongo V_0 il valore del portafoglio ad inizio periodo, in t_0 e V_n il valore a fine periodo, in t_n . Allora $V(t_k)$ con $k = 1, 2, \dots, n-1$ sarà il valore del portafoglio in qualsiasi istante di movimentazione ed è dato da:

$$V(t_k) = V(t_k^-) + x_k \quad (4.1)$$

che rappresenta la somma tra il valore nell'istante precedente e l'ammontare della movimentazione.

4.3 Metodo Time-Weighted

Il metodo *Time-Weighted* (dei rendimenti giornalieri o delle quote) di calcolo del rendimento si basa sull'assunzione:

$$M_k = \frac{V(t_k^-)}{V(t_{k-1})} = \frac{V(t_k^-)}{V(t_{k-1}^-) + x_{k-1}} \quad , \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (4.2)$$

Che rappresenta la variazione del valore del portafoglio al verificarsi di una movimentazione.

In questo modo il rendimento R_T relativo alla gestione del portafoglio nell'intervallo temporale $[t_0, \dots, t_n]$ espresso in base di tale intervallo sarà:

$$R_T = M_1 M_2 \dots M_n - 1 \quad (4.3)$$

Si può ottenere la stessa definizione facendo un'analisi sul valore delle quote.

Sia Q_k il valore della quota alla data t_k e sia $N(t_k)$ il numero di quote alla stessa data. Si avrà:

$$Q_k = \frac{V(t_k)}{N(t_k)}$$

Allora il rendimento prima definito sarà pari a:

$$R_T = \frac{Q_0}{Q_n} - 1 \quad (4.4)$$

Si può anche scrivere:

$$R_T = \frac{V_n N_n}{V_0 N_0} - 1 \quad (4.5)$$

Essendo naturalmente N_0 ed N_n riferiti rispettivamente agli istanti di tempo t_0 e t_n .

Si sottolinea inoltre che in t_k l'importo della movimentazione x_k non influisce sul valore delle quote Q_k ma solo sul numero delle quote $N(t_k)$.

4.4 Metodo Money-Weighted

Tale metodo si rifà alla logica del tasso interno di rendimento lineare (TIR).

Il TIR relativo alla gestione del portafoglio nell'intervallo $[t_0, \dots, t_n]$, calcolato in regime di interessi semplici si ricava risolvendo l'equazione:

$$V_n = V_0[1 + (t_n - t_0)R] + \sum_{k=1}^{n-1} [1 + (t_n - t_k)R] \quad (4.6)$$

R rappresenta il tasso su base annua che, utilizzando una legge di capitalizzazione lineare, rende equa l'operazione finanziaria:

$$\{V_0, x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, -V_n\} / \{t_0, \dots, t_n\}$$

Naturalmente tale adozione di una legge di sconto razionale è accettabile nel caso in cui l'intervallo temporale di osservazione sia non superiore ad un anno.

L'equazione del TIR (4.6) può essere scritta:

$$V_n = V_0[1 + R_T] + \sum_{k=1}^{n-1} x_k \left(1 + \frac{t_n - t_k}{T} R_T\right) \quad (4.7)$$

avendo espresso $R_T = R * T$ il tasso d'interesse lineare su base $[t_0, t]$.

Si ricava:

$$R_T = \frac{V_n - V_0 - \sum_{k=1}^{n-1} x_k}{V_0 + \sum_{k=1}^{n-1} \frac{t_n - t_k}{T} x_k} \quad (4.8)$$

4.5 Il rendimento benchmark

Andiamo a vedere come calcolare il rendimento ottenuto dagli investimenti utilizzando i due metodi ora descritti facendo riferimento ad un benchmark.

LOGICA Time-Weighted

Si ipotizza che l'apprezzamento degli assets del portafoglio coincide con quello di un benchmark $B(t)$ preso come riferimento. Si suppone inoltre che il valore di tale indice sia funzione continua del tempo, oppure che i salti di $B(t)$ avvengano in istanti di tempo diversi dagli istanti t_k in cui sono presenti le movimentazioni.

Si ha allora:

$$B(t_k^-) = B(t_k) \quad , \quad k = 1, 2, \dots, n-1$$

Avendo ipotizzato che il portafoglio si apprezza nella stessa misura del benchmark, varrà la relazione:

$$V(t_k^-) = [V(t_{k-1}^-) + x_{k-1}] \frac{B(t_k)}{B(t_{k-1})} = [V(t_{k-1}^-) + x_{k-1}] \frac{B(t_k)}{B(t_{k-1})} \quad , \quad k = 1, 2, \dots, n$$

Dalla (4.2) si ottiene:

$$M_k = \frac{B(t_k)}{B(t_{k-1})} \quad , \quad k = 1, 2, \dots, n$$

Quindi sostituendo:

$$R_T = \frac{B(t_n)}{B(t_0)} - 1 \quad (4.9)$$

LOGICA Money-Weighted

Anche in questo caso si fa riferimento ad un indice esterno $B(t)$. Così, da tale benchmark, si può ricavare il rendimento money-weighted lineare. Si ha:

$$V_n^* = V_0 \frac{B(t_n)}{B(t_0)} + \sum_{k=1}^{n-1} x_k \frac{B(t_n)}{B(t_k)} \quad (4.10)$$

Il rendimento benchmark sarà pari a:

$$R_T^* = \frac{V_0 \left[\frac{B(t_n)}{B(t_0)} - 1 \right] + \sum_{k=1}^{n-1} x_k \left[\frac{B(t_n)}{B(t_k)} - 1 \right]}{V_0 + \sum_{k=1}^{n-1} \frac{t_n - t_k}{T} x_k} \quad (4.11)$$

Facendo le posizioni:

$$\rho_k = \frac{B(t_n) - B(t_k)}{B(t_k)},$$

$$\omega_k = \frac{t_n - t_k}{T}$$

e

$$x_0 = V_0$$

si ottiene:

$$R_T = \frac{V_n - \sum_{k=0}^{n-1} x_k}{\sum_{k=0}^{n-1} \omega_k x_k} \quad e \quad R_T^* = \frac{\sum_{k=0}^{n-1} \rho_k x_k}{\sum_{k=0}^{n-1} \omega_k x_k}$$

La logica money-weighted tiene conto delle movimentazioni intermedie, perciò il rendimento R_T^* , definito nella (4.11), risulta diverso da quello che si otterrebbe rapportando il valore finale V_n^* della (4.10) al valore iniziale V_0 del portafoglio. Si avrebbe in pratica:

$$R'_T = \frac{V_n^*}{V_0} - 1$$

In questo caso si avrebbe infatti:

$$R'_T = \frac{V_0 \left[\frac{B(t_n)}{B(t_0)} - 1 \right] + \sum_{k=1}^n x_k \left[\frac{B(t_n)}{B(t_k)} - 1 \right]}{V_0} - 1 = \frac{V_0 \frac{B(t_n)}{B(t_0)} + \sum_{k=1}^n x_k \frac{B(t_n)}{B(t_k)}}{V_0} \quad (4.12)$$

Osservandola si evince che differisce dalla (4.11) proprio nel denominatore.

Nell'ipotesi limite che le movimentazioni siano nulle ($x_k = 0 \quad \forall k$), si avrebbero i rendimenti espressi dalle espressioni (4.9), (4.11) e (4.12) coincidenti.

A questo punto si pone il problema di scelta di quale misura di rendimento utilizzare.

Il metodo Time-Weighted risulta adatto nel momento che si voglia confrontare il rendimento di un fondo con quello del benchmark in quanto prescinde dai volumi investiti. L'indice Money-Weighted lineare invece, consente di misurare adeguatamente il rendimento di periodo, nella logica del tasso interno, tenendo conto delle movimentazioni.

L'utilizzo del tasso interno di rendimento (TIR) a capitalizzazione composta risulterebbe piú adeguato, il limite deriva dal fatto che non sempre è garantita la sua esistenza. Differentemente, il metodo Money-Weighted permette in ogni caso il calcolo della performance ed in piú, se effettuato su intervalli brevi, ottiene una buona approssimazione del rendimento effettivo.

Prendendo in esame entrambi i metodi di calcolo del rendimento, Time-Weighted e Money Weighted, si ha la possibilità di ottenere un adeguato apporto informativo: il primo riesce a dare all'investitore una misura assoluta dell'abilità del gestore mentre il secondo misura gli effetti delle entrate e delle uscite sul rendimento prodotto.

Inoltre tutti gli indici finora visti (Time-Weighted di portafoglio, Time-Weighted sul benchmark, Money Weighted di portafoglio, Money-Weighted sul benchmark) sono utilizzati per ulteriori procedure di controllo all'interno della gestione così da ottenere diversi punti di vista sul rendimento realizzato.

Va sottolineato infine che schemi di controllo di questo tipo presentano costi di calcolo assai contenuti poiché utilizzano delle informazioni già disponibili per gli obblighi amministrativi.

4.6 Tracking Error e Tracking Error Volatility

Il Tracking Error può essere definito come differenza tra la performance di un particolare fondo ed il relativo benchmark di portafoglio. Tale misura può essere calcolata facilmente partendo dai risultati passati, sottraendo al guadagno totale che il portafoglio ha realizzato in un dato periodo, l'utile totale ottenuto con l'utilizzo del benchmark nello stesso periodo. È possibile calcolare anche la deviazione standard delle differenze sui vari periodi di rilevazione, riassumendo i risultati. Questa misura rappresenterà il Tracking Error Volatility (TEV) e rappresenta una rilevazione del rischio assunto dal gestore.

Il TEV futuro di un portafoglio formato da un certo gruppo di attività, può essere stimato tramite un'analisi di tipo statistico. Tale analisi è effettuata andando a valutare inizialmente l'ammontare dei potenziali guadagni derivanti da ogni strumento del portafoglio, quindi si vanno ad analizzare le relazioni che intercorrono tra tali utili delle varie attività.

Sebbene queste relazioni sono in realtà abbastanza complesse, è possibile eseguire i calcoli necessari in maniera più semplice e lineare facendo delle assunzioni semplificative e, in ogni modo, scontate. Una di queste ipotesi consiste nell'assumere che i guadagni per ogni singolo titolo del portafoglio riflettano una comune distribuzione normale. Questo implica che, nel caso si conoscano la media, la deviazione standard ed i coefficienti di correlazione di tali guadagni di ogni strumento, sarà possibile calcolare la media e la varianza della distribuzione del portafoglio, nonché il suo Tracking Error relativo ad un portafoglio benchmark di riferimento.

Se il Tracking Error Volatility è espresso come una deviazione standard e se esso rispetta l'assunzione della distribuzione normale, allora l'ammontare dell'utile del portafoglio non dovrebbe discostarsi da quello calcolato con il benchmark se non al massimo in due o tre istanti di tempo nell'orizzonte preso a riferimento.

In questo caso il TEV fornisce una misura di quanto i guadagni del portafoglio possano differire da quelli del Benchmark di riferimento.

Il TEV è spesso utilizzato come parametro di riferimento nella convenzione di gestione di un fondo pensione. Grazie a questo gli amministratori potranno effettuare una valutazione della gestione sulla base della volatilità delle differenze di rendimento tra portafoglio gestito (al lordo delle commissioni) e Benchmark (TEV). La verifica può avere varia cadenza e le rilevazioni saranno effettuate più o meno frequentemente. È possibile definire la seguente formula che calcola la deviazione standard sulle differenze dei rendimenti, nel periodo di verifica:

$$\sigma_{ER} = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^m \{(R_t^G - R_t^B) - E[R_t^G - R_t^B]\}^2}{m - 1}}$$

con:

- R_t^G : Rappresenta il rendimento del portafoglio gestito (al lordo delle commissioni) sul singolo periodo di rilevazione t .
- R_t^B : Rappresenta il rendimento del Benchmark sul periodo di rilevazione t .
- $E[R_t^G - R_t^B]$: Rappresenta la media della differenza tra rendimento della gestione e quello del Benchmark.
- m : Rappresenta il numero di osservazioni nel periodo verifica.

È possibile definire una misura del TEV annualizzata partendo da questa deviazione standard. Si fissa n come numero di osservazioni annuali (rispetto allo stesso periodo di rilevazione):

$$TEV = \sigma_{ER} * \sqrt{n}$$

Se, ad esempio, si considerano rilevazioni mensili (giornaliere) del rendimento ed un periodo di verifica semestrale, è $m = 6(125)$ e $n = 12(250)$.

Il gestore sarà quindi impegnato ad ottenere una volatilità delle differenze di rendimento, calcolate su ogni periodo, tra portafoglio e Benchmark non superiori ad un determinato livello.

È importante considerare l'influenza, nella verifica, del fattore tempo. Prima di raggiungere, dalla data di conferimento della gestione, il periodo di verifica stabilito, le valutazioni verranno effettuate su un numero di rilevazioni inferiore rispetto alle successive.

Una volta effettuata la prima verifica di performance, ogni rilevazione successiva andrà aggiunta alla serie precedente, in modo da ottenere un campione di dati maggiore e quindi un numero di TEV statisticamente più rappresentativo. A livello pratico si costruisce il campione di una valutazione del TEV, andando a sommare all'ultima rilevazione effettuata, tutte le rilevazioni nel periodo precedente di verifica e scartandone la prima.

Capitolo 5

Misure di Rischio

Nelle valutazioni del rischio effettuate nei mercati finanziari rientrano numerose misure che descrivono i diversi aspetti del rischio di un portafoglio composto da varie attività finanziarie. Di solito le istituzioni finanziarie calcolano queste misure di rischio per ciascuna delle variabili di mercato verso cui sono esposte ogni giorno, dando luogo ad un numero di misure di rischio assai elevato. Tali misure apporteranno importanti informazioni agli operatori che hanno la responsabilità della gestione delle varie componenti del portafoglio dell'istituzione finanziaria.

Si è già sottolineato che tali grandezze sono definite *ex-ante*, perciò la loro definizione necessita di una preliminare impostazione modellistica, che possa descrivere l'evoluzione aleatoria delle componenti di rischio che caratterizzano il mercato e dalla quale poter ricavare la valutazione di tali misure.

5.1 Definizioni preliminari

Si indichi con $v(t,T,s)$ il valore (prezzo) in T , pattuito al tempo t , di una unità monetaria esigibile in s . Tale grandezza si chiama anche *Prezzo a Termine* o *Prezzo Forward* ed è nota nell'istante di valutazione t . Naturalmente gli istanti di tempo considerati rappresentano un orizzonte temporale di riferimento in cui: $t \leq T \leq s$.

Si pone inoltre $v(t,s)=v(t,t,s)$, che rappresenta il *Prezzo a pronti* o *Prezzo Spot*.

Viene definito *zero coupon bond* (zcb) con scadenza in s , un titolo che paga un importo certo x_s (numero reale ≥ 0) al tempo s , che rappresenta il valore di rimborso. Il valore nell'istante di valutazione t di x_s è dato, per la proprietà d'indipendenza dall'importo, dal valore attuale finanziario secondo il fattore di sconto $v(t,s)$: $V(t, x_s) = x_s v(t, s)$.

Viene indicato con $\mathbf{t} = \{t_1, t_2, \dots, t_m\}$ lo scadenziario di riferimento del mercato; si supponga che sia possibile osservare, in t , i prezzi $V(t, x_k)$ di zcb con valore di rimborso x_k . A questo punto sarà possibile definire il tasso d'interesse a pronti (spot):

$$i(t, t_k) = \left[\frac{V(t, t_k)}{x_k} \right]^{-1/(t_k-t)} - 1 = v(t, t_k)^{-1/(t_k-t)} - 1$$

L'insieme $\{i(t, t_k), \quad k = 1, 2, \dots, m\}$ descrive la struttura dei tassi a pronti caratteristica del mercato nell'istante t .

Si definisce inoltre il tasso d'interesse a termine (Forward) uniperiodale:

$$i(t, t_k, t_{k+1}) = \frac{v(t, t_k)}{v(t, t_{k+1})} - 1$$

Ancora una volta l'insieme $\{i(t, t_k, t_{k+1}), \quad k = 1, 2, \dots, m\}$ descrive la struttura dei tassi a termine, implicita nella struttura a pronti, caratteristica del mercato nell'istante t .

È possibile definire quella che è chiamata la *curva dei tassi a pronti zero coupon swap*. Si indichi con j_m il tasso swap quotato sul mercato in t per la scadenza t_m . Date le quotazioni

dei tassi swap rilevate sul mercato alla data di valutazione t , si ricava, con procedimento ricorsivo e partendo dalla condizione iniziale $i(t, t_1) = j_1$, tale curva:

$$i(t, t_m) = \left\{ \frac{1 + j_m}{1 - j_m \sum_{k=1}^{m-1} [1 + i(t, t_k)]^{-(t_k - t)}} \right\}^{1/(t_m - t)} - 1$$

Poiché sul mercato sono tipicamente quotati i tassi swap solo per determinate scadenze, si ricavano quelli per le scadenze mancanti tramite interpolazione lineare. Per le scadenze inferiori all'anno, la struttura dei tassi *zero coupon swap* è di solito completata con le quotazioni di tassi del mercato monetario (ex. Euribor a 6 mesi).

5.2 Il modello del mercato di riferimento

Si considera un modello di mercato definito in condizioni di incertezza. Saranno quindi trattati il rischio di tasso d'interesse (nominale), il rischio di prezzo (dei titoli azionari), il rischio di cambio.

Viene ipotizzato che il rischio di tasso d'interesse sia originato da un'unica fonte d'incertezza, il "*tasso locale*", la cui dinamica aleatoria è descritta da un processo diffusivo del tipo *Mean-Reverting Square-Root* alla **Cox, Ingersoll e Ross (CIR)**.

Per quanto concerne il trattamento dell'incertezza indotta dalla variabilità dei prezzi azionari e dei tassi di cambio, si fa riferimento alla logica del modello di **Black e Scholes**.

5.2.1 Il modello di Cox, Ingersoll e Ross

Il rischio di tasso d'interesse nominale rappresenta l'aleatorietà del prezzo indotta dall'evoluzione aleatoria dei tassi. Viene trattato nella logica dei modelli di struttura per scadenza dei tassi di tipo diffusivo. In particolare si consideri il modello CIR nella sua versione univariata. Si ipotizza che tale rischio sia originato da un'unica fonte d'incertezza, l'evoluzione aleatoria del tasso locale d'interesse (spot rate) r_t , definito come l'intensità istantanea di interesse

di uno *zcb* unitario con vita a scadenza infinitesima. Il modello ipotizza inoltre che tale tasso segua un processo diffusivo del tipo *mean-reverting square-root*, caratterizzato da una probabilità di transizione di tipo chi-quadro non centrata. In pratica segua l'equazione differenziale stocastica:

$$dr_t = \alpha(\gamma - r_t)dt + \rho\sqrt{r_t}dZ_t \quad \text{con} \quad \alpha, \gamma, \rho > 0 \quad \text{e} \quad r \geq 0$$

dove r_t è il tasso locale d'interesse al tempo t , γ è una costante positiva che rappresenta il tasso normale di lungo periodo, α è una costante positiva che caratterizza la costante di tempo del processo di richiamo, ρ è una costante positiva che caratterizza il coefficiente di diffusione (volatilità) del processo $\{r_t\}$, $Z(t)$ è un moto Browniano standard (Processo di Wiener).

Il prezzo di mercato del rischio assume la forma:

$$q(r_t, t) = \frac{\pi\sqrt{r_t}}{\rho}$$

dove π è una costante (positiva, negativa o nulla).

Partendo da tale modello è possibile andare fare una valutazione dei contratti "*interest rate sensitive*" (IRS). Il prezzo al tempo t di tale tipo di contratto, caratterizzato dai parametri contrattuali \mathbf{c} , è funzione del valore corrente dello spot rate:

$$V(t) = V(r_t, t; \mathbf{c})$$

Se V è dotata delle opportune proprietà di regolarità, utilizzando l'argomento di hedging ed il principio di arbitraggio, si ricava l'equazione generale di valutazione alle derivate parziali, del secondo ordine, parabolica:

$$\frac{1}{2}\rho^2 r \frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + [\alpha\gamma - (\alpha - \pi)r] \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{\partial V}{\partial t} - rV = 0$$

L'equazione di valutazione può essere utilizzata per ricavare il prezzo di qualsiasi contratto IRS, una volta specificata la forma della condizione a scadenza:

$$V(r_s, s) = F(r_s)$$

Il prezzo può essere espresso in termini di aspettativa “aggiustata per il rischio”, che fornisce la cosiddetta “soluzione in forma integrale”:

$$V(t) = \hat{E}_t \left[F(r_s) e^{-\int_t^s r(u) du} \right]$$

dove \hat{E}_t rappresenta l'operatore di media condizionata (al valore di r_t).

Risulta possibile, ad esempio, definire la struttura per scadenza dei prezzi e dei tassi a pronti nel modello CIR.

L'equazione generale di valutazione, con la condizione al contorno $v(s, s) = 1$, consente di ricavare, al tempo t , il prezzo $v(r_t, t; s)$ dello zcb unitario con scadenza in s ; il problema ammette la soluzione in forma chiusa:

$$v(r_t, t; s) = A(t, s) e^{-r_t B(t, s)}$$

Dove:

$$A(t, s) = \left\{ \frac{2d e^{(\alpha - \pi + d)(s-t)/2}}{(\alpha - \pi + d)[e^{d(s-t)} - 1] + 2d} \right\}^{\frac{2\alpha\gamma}{\rho^2}}$$

$$B(t, s) = \frac{2[e^{d(s-t)} - 1]}{(\alpha - \pi + d)[e^{d(s-t)} - 1] + 2d}$$

$$d = \sqrt{(\alpha - \pi)^2 + 2\rho^2}$$

La funzione $v(t, s)$, fissato t , fornisce la struttura per scadenza dei prezzi, al tempo t , degli zcb unitari.

La struttura per scadenza dei tassi d'interesse a pronti è fornita dalla:

$$i(t, s) = \left[\frac{e^{r_t B(t, s)}}{A(t, s)} \right]^{1/s-t} - 1$$

5.2.2 La logica di Black e Scholes

Il rischio azionario è l'aleatorietà del prezzo del contratto indotta dall'evoluzione aleatoria del prezzo dell'azione. Il rischio di cambio invece esprime l'aleatorietà del prezzo indotta dall'evoluzione aleatoria del tasso di cambio. Questi due rischi di mercato saranno trattati utilizzando la logica del modello di *Black-Scholes*. Si farà riferimento al caso azionario, la formulistica del caso valutario sarà analoga.

Tale modello ipotizza un prezzo dell'azione S_t , osservato sul mercato nell'istante t , che segue un processo diffusivo del tipo moto browniano geometrico, caratterizzato da una probabilità di transizione di tipo lognormale. In questo modo, è assunto che il processo $\{S_t\}$ sia descritto dall'equazione differenziale stocastica:

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dZ_t$$

Dove μ e σ rappresentano rispettivamente il drift (media) e il coefficiente di diffusione (deviazione standard) del processo. Tali parametri risultano essere due costanti.

Il prezzo di un contratto derivato in t , avente come sottostante l'azione S_t e caratterizzato dai parametri contrattuali \mathbf{c} , è funzione del valore corrente del bene sottostante:

$$V(t) = V(S_t, t; \mathbf{c})$$

Utilizzando l'argomento di hedging ed il principio d'arbitraggio, è possibile ricavare l'equazione fondamentale di valutazione alle derivate parziali, del secondo ordine, parabolica:

$$\frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} + rS \frac{\partial V}{\partial S} + \frac{\partial V}{\partial t} = rV$$

Tale formula può essere utilizzata per ricavare il prezzo del contratto derivato, specificando la forma della condizione a scadenza.

Nell'ipotesi che il sottostante pagasse un continuo dividend-yield, q , l'equazione di valutazione si modifica nella:

$$\frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} + (r - q)S \frac{\partial V}{\partial S} + \frac{\partial V}{\partial t} = rV$$

5.3 Il valore dei contratti finanziari di riferimento

Si caratterizza il valore dei contratti finanziari del tipo obbligazioni, azioni e di contratti derivati standard.

5.3.1 Obbligazioni

Il valore in t di un'obbligazione a tasso fisso è definito dall'espressione:

$$V(t, x) = \sum_{k=1}^n x_k v(t, t_k)$$

avendo indicato con: $x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ un vettore del flusso *rate*, definito sullo scadenziario contrattuale $t = \{t_1, t_2, \dots, t_n\}$.

Esistono inoltre le obbligazioni indicizzate a tasso variabile distinte per indicizzazione a tassi di struttura e contratti indicizzati a rendimenti non di struttura.

5.3.2 Azioni

Il valore di mercato in t dell'azione, è calcolato sulla base della quotazione e del tasso di cambio a pronti (se invece fosse un'azione denominata in divisa estera, espresso come quantità di divisa estera contro una unità di divisa domestica), quotato sul mercato alla data di valutazione.

5.3.3 Contratti derivati

Interest rate swap

Un contratto del tipo *Interest Rate Swap* è uno scambio tra un flusso d'interesse a tasso fisso ed un flusso d'interesse a tasso variabile di tipo "sincrono", denominati nella stessa divisa e calcolati su uno stesso capitale nozionale di riferimento.

Il contratto viene trattato come un portafoglio di obbligazioni; si rappresenta con \mathbf{x} il flusso a credito e con \mathbf{y} il flusso a debito. Il valore di mercato, in t , è definito come differenza tra valore del flusso a credito e valore del flusso a debito:

$$V(t) = V(t, \mathbf{x}) - V(t, \mathbf{y})$$

Domestic currency swap

Un contratto del tipo *Domestic Currency Swap* (DCS), consiste nello scambio di due zcb denominati in valute diverse, con uguale scadenza.

Il contratto è trattato come un portafoglio di obbligazioni denominate in divise diverse; per fissare le idee, si indichi con x l'importo da ricevere a scadenza denominato nella valuta a credito, con y^d l'importo da pagare a scadenza denominato nella valuta a debito.

Il valore di mercato in t , espresso nella valuta a credito, è definito come differenza tra valore del flusso a credito e del controvalore, nella divisa a credito, del valore del flusso a debito:

$$V(t) = V(t, x) - S_t V(t, y^d)$$

dove $V(t, x)$ è calcolato utilizzando la struttura per scadenza dei tassi d'interesse della valuta a credito, $V(t, y^d)$, espresso nella valuta a debito, viene calcolato utilizzando la corrispondente

struttura per scadenza dei tassi d'interesse, S_t è il tasso di cambio a pronti (quantità di valuta a credito per una unità di valuta a debito).

Cross currency swap

Un contratto del tipo Cross Currency Swap (CCS), è uno scambio tra un flusso generato da un bullet bond a tasso fisso o variabile e un flusso generato da un bullet bond a tasso fisso o variabile, denominati in valute differenti; tipicamente, il flusso a tasso variabile è di tipo “sincrono”.

Il contratto è trattato come un portafoglio di obbligazioni denominate in divise diverse; per fissare le idee, si indichi con \mathbf{X} il flusso a credito, denominato nella valuta a credito, con \mathbf{Y}^d il flusso a debito, denominato nella valuta a debito.

Il valore di mercato in t , espresso nella valuta a credito, è definito come differenza tra valore del flusso a credito ed il controvalore, nella divisa a credito, del valore del flusso a debito:

$$V(t) = V(t, \mathbf{X}) - S_t V(t, \mathbf{Y}^d)$$

dove $V(t, \mathbf{X})$ è calcolato utilizzando la struttura per scadenza dei tassi d'interesse della valuta a credito, $V(t, \mathbf{Y}^d)$, espresso nella valuta a debito, è calcolato utilizzando la corrispondente struttura per scadenza dei tassi d'interesse, S_t è il tasso di cambio a pronti (quantità di valuta a credito per una unità di valuta a debito).

Opzioni europee su tasso

Un'opzione su zcb unitario, di tipo europeo, con scadenza in s , prezzo di esercizio K , tempo di esercizio $T = t + \tau$, è un contratto scritto su zcb unitario che scade in s e che paga a

scadenza (pay-off):

$$C(T) = \max\{v(r_T, T, s) - K, 0\} \quad \text{se } Call$$

$$P(T) = \max\{K - v(r_T, T, s), 0\} \quad \text{se } Put$$

Un'opzione su obbligazione a tasso fisso, di tipo europeo, con scadenza in s , prezzo d'esercizio K , tempo di esercizio $T = t + \tau$, è un contratto scritto su un flusso d'importi deterministici $x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ definito sullo scadenziario $t = \{t_1, t_2, \dots, t_n\}$, con $T < t_1$, che paga a scadenza:

$$C(T) = \max\{V(r_T, T, x) - K, 0\} \quad \text{se } Call$$

$$P(T) = \max\{K - V(r_T, T, x), 0\} \quad \text{se } Put$$

Il valore di mercato in t , dell'opzione call su zcb unitario è calcolato nel modello CIR utilizzando l'espressione:

$$C(t) = v(t, s)\chi^2(x_1; \theta, \lambda_1) - Kv(t, T)\chi^2(x_2; \theta, \lambda_2)$$

dove $\chi^2(x; \theta, \lambda)$ è la funzione di ripartizione della distribuzione chi-quadro non centrata avente θ gradi di libertà e parametro di non centralità λ , essendo:

$$x_1 = 2r^*[a + b + B(T, s)]$$

$$x_2 = 2r^*(a + b)$$

$$\theta = \frac{4\alpha\gamma}{\rho^2}$$

$$\lambda_1 = \frac{2a^2r_t e^{2d\tau}}{a + b + B(T, s)}$$

$$\lambda_2 = \frac{2a^2r_t e^{2d\tau}}{a + b}$$

e:

$$a = \frac{2d}{\rho^2[e^{d\tau} - 1]}$$

$$b = \frac{\alpha - \pi + d}{\rho^2}$$

$$d = \sqrt{(\alpha - \pi)^2 + 2\rho^2}$$

$$r^* = \frac{1}{B(T, s)} \log \frac{A(T, s)}{K}$$

Il prezzo della put si ricava dalla relazione di parità put-call:

$$P(t) = Kv(t, T)[1 - \chi^2(x_2; \theta, \lambda_2)] - v(t, s)[1 - \chi^2(x_1; \theta, \lambda_1)]$$

Considerando invece il valore di mercato in t dell'opzione call su obbligazione, calcolato nel modello CIR, si ha l'espressione:

$$C(t) = \sum_{k=1}^n x_k v(r(t), t, t_k) \chi^2(y_k; \theta, \lambda_k) - Kv(t, T) \chi^2(y; \theta, \lambda)$$

essendo:

$$\theta = \frac{4\alpha\gamma}{\rho^2}$$

$$y_k = 2r^*[a + b + B(T, t_k)]$$

$$\lambda_k = \frac{2a^2 r_t e^{2d(T-t)}}{a + b + B(T, t_k)}$$

$$y = 2r^*(a + b)$$

$$\lambda = \frac{2a^2 r_t e^{2d(T-t)}}{a + b}$$

con r^* valore di r_T per cui:

$$V(T, x) = \sum_{k=1}^n x_k v(r(T), T, t_k) = K$$

Il prezzo della put si ricava dalla relazione di parità Put-Call:

$$C(t) - P(t) = V(r_t, t, x) - Kv(r_t, t, T)$$

Opzioni europee su azioni

Un'opzione su azione (indice), di tipo europeo, avente prezzo d'esercizio K , tempo di esercizio $T = t + \tau$, è un contratto scritto su un'azione (indice), S , che paga a scadenza (pay-off):

$$C(T) = \max\{S_T - K, 0\} \quad \text{se } \textit{Call}$$

$$P(T) = \max\{K - S_T, 0\} \quad \text{se } \textit{Put}$$

Nel problema di valutazione classico di *Black-Scholes* viene ipotizzata una struttura per scadenza dei tassi d'interesse deterministica in t , costante al livello r che rappresenta il rendimento certo di un titolo privo di rischio (zcb).

È possibile ricavare il valore di mercato in t : l'equazione generale di valutazione nella logica di Black-Scholes, risolta con la condizione al contorno:

$$V(T) = \max\{S_t - K, 0\},$$

ammette una soluzione in forma chiusa data dalla formula di *Black-Scholes*, che nel caso di opzioni call su azioni sarà:

$$C(t) = S_t e^{-q\tau} N(d_1) - K e^{-r\tau} N(d_2)$$

Essendo S_t il livello corrente dell'azione (indice) alla data di valutazione t , σ la volatilità, q il continuous dividend yield, N la funzione di ripartizione della distribuzione normale, con:

$$d_1 = \frac{\log[S_t/K] + (r - q + \sigma^2/2)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{\tau}$$

Dalla relazione di parità Put-Call, si ricava l'espressione del prezzo della put con identica notazione:

$$P(t) = K e^{-r\tau} N(-d_2) - S_t e^{-q\tau} N(-d_1)$$

Il prezzo dell'opzione può anche essere espresso in termini di aspettativa “aggiustata per il rischio”:

$$V(t) = e^{-r\tau} \hat{E}_t[\max\{S_T - K, 0\}]$$

dove \hat{E}_t rappresenta l'operatore di media condizionata, al valore di S_t , calcolata secondo una distribuzione di probabilità lognormale caratterizzata da drift:

$$\hat{\mu} = rS$$

e coefficiente di diffusione pari a:

$$\hat{\sigma} = \sigma S$$

Opzioni europee su valuta

Un'opzione su valuta, di tipo europeo, avente prezzo d'esercizio K , tempo di esercizio $T = t + \tau$, è un contratto scritto su una divisa, S , che paga a scadenza un valore espresso in divisa domestica (pay-off):

$$C(T) = \max\{S_T - K, 0\} \quad \text{se } Call$$

$$P(T) = \max\{K - S_T, 0\} \quad \text{se } Put$$

La formula del valore in t è fornito dalla formula di **Garman-Kholagen**:

$$C(t) = S_t e^{-r_f \tau} N(d_1) - K e^{-r \tau} N(d_2)$$

Essendo S_t il tasso di cambio a pronti (quantità di valuta domestica contro una unità di valuta estera), r_f il tasso d'interesse privo di rischio della valuta estera, r il tasso d'interesse privo di rischio della valuta domestica, con:

$$d_1 = \frac{\log[S_t/K] + (r - r_f + \sigma^2/2)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{\tau}$$

Dalla relazione di parità Put–Call:

$$P(t) = Ke^{-r\tau}N(-d_2) - S_t e^{-rf\tau}N(-d_1)$$

5.4 Misure di sensitività del valore rispetto al tasso d'interesse

5.4.1 Misure di sensitività tradizionali

Si considera, al tempo t , la generica obbligazione descritta dal generico flusso deterministico di importi:

$$\mathbf{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\},$$

pagabili alle date:

$$\mathbf{t} = \{t_1, t_2, \dots, t_n\},$$

con $t \leq t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_n$.

In questa situazione, tale operazione, è vista come l'acquisto, o la vendita, in t di un titolo che garantisca il flusso \mathbf{x}/\mathbf{t} che, nel nostro caso, rappresenterà un'obbligazione.

In molti casi è significativo utilizzare una rappresentazione semplificata della struttura temporale del flusso \mathbf{x}/\mathbf{t} estraendo, dall'insieme delle date dello scadenziario \mathbf{t} , un indice sintetico che ne riassume le caratteristiche in modo sufficiente per certe specifiche applicazioni e che possa rappresentare un'ulteriore misura di rischio.

Naturalmente l'utilizzo di una semplice media delle scadenze non rappresenterebbe del tutto il portafoglio, in quanto non tiene conto di aspetti importanti quali la vita a scadenza di ogni singola posta $(t_k - t)$, l'aspetto finanziario dovuto ai pagamenti intermedi, l'effetto di trasformazione del valore indotto dal fattore tempo e la situazione di mercato presente in t . Prendendo in esame tutti questi fattori, si arriva alla definizione di **Duration media finanziaria** o **Duration Obbligazionaria** (*Macaulay*, 1938). Questa costituisce un indice

sintetico di grande importanza, sia teorica che empirica.

Sia $v(t, s)$ la struttura dei prezzi a pronti in vigore sul mercato al tempo t , la *Duration* sarà definita come:

$$D(t, x) = \frac{\sum_{k=1}^n (t_k - t) x_k v(t, t_k)}{\sum_{k=1}^n x_k v(t, t_k)}$$

che può anche essere scritta nella forma:

$$D(t, x) = \sum_{k=1}^n (t_k - t) p_k$$

essendo:

$$p_k = \frac{x_k v(t, t_k)}{\sum_{k=1}^n x_k v(t, t_k)}$$

In questo modo la Duration rappresenta la media aritmetica ponderata delle vite a scadenza delle poste del flusso con pesi p_k calcolati come valori attuali delle singole poste normalizzati. Naturalmente risulta rilevante il fatto che i valori attuali che determinano i pesi p_k sono dati in base alla struttura per scadenza in vigore sul mercato al tempo t . Quindi $D(t, x)$ si misura in unità temporali.

Si può anche pensare la Duration come distanza da t del baricentro della distribuzione temporale delle masse $\{p_k\}$.

Ne risulta immediata la proprietà:

$$t_1 - t \leq D(t, x) \leq t_n - t,$$

dato che il baricentro non può essere esterno al segmento sul quale sono distribuite le masse.

Nulla vieta la possibilità di calcolare la Duration come la distanza misurata sull'asse temporale tra il baricentro della distribuzione di masse $\{p_k\}$ ed un punto t' diverso da t . In questo caso si usa la notazione:

$$D(t; t', x) = \sum_{k=1}^n (t_k - t') p_k$$

Si mette in evidenza come il parametro temporale rientri in due modi diversi: uno per indicare la data t di valutazione, nella quale vengono assegnati i pesi p_k ; l'altro per specificare una data convenzionale t' rispetto alla quale si calcolano le distanze.

Si ha un'importante proprietà logica:

$$D(t; t', x) = D(t, x) + (t - t')$$

che aiuta nei calcoli lasciando la possibilità di calcolare più semplicemente:

$$D(t; 0, x) = \sum_{k=1}^n t_k p_k$$

e da questa ricavare la Duration rispetto a t come:

$$D(t, x) = D(t; 0, x) - t$$

Osservazione 1. La Duration di una obbligazione indicizzata è calcolata come Duration del flusso deterministico equivalente; ad esempio, nel caso di sincrono a tassi di struttura, senza flusso *spread*, la Duration del titolo è uguale all'orizzonte di liquidità.

Osservazione 2. La Duration per i contratti Interest Rate Swap, DCS e CCS è definita come differenza delle Duration del flusso a credito e del flusso a debito.

Da queste considerazioni risulta semplice evidenziare che, se si misurano i tempi a partire dall'istante t , la Duration rappresenta l'ascissa del baricentro, fornisce cioè il *momento del primo ordine* della distribuzione $\{p_k\}$.

Sarà quindi possibile ricavare i momenti di ordine superiore al primo e, più precisamente, il *momento secondo* che risulta essere il più espressivo.

La *Duration di secondo ordine* sarà data da:

$$D^{(2)}(t, x) = \frac{\sum_{k=1}^n (t_k - t)^2 x_k v(t, t_k)}{\sum_{k=1}^n x_k v(t, t_k)} \quad (5.1)$$

Che può essere scritta con notazione più compatta:

$$D^{(2)}(t, x) = \sum_{k=1}^n (t_k - t)^2 p_k \quad (5.2)$$

La Duration di secondo ordine esprime la media pesata dei quadrati degli scarti temporali $(t_k - t)$ e fornisce quindi una *misura di dispersione temporale* del flusso \mathbf{x} rispetto a t .

Ricorrendo nuovamente all'analogia fisica, $D^{(2)}(t, x)$ rappresenta il momento d'inerzia della distribuzione di masse $\{p_k\}$ qualora questa fosse pensata in rotazione intorno ad un asse perpendicolare all'asse dei tempi e passante per il punto t . Perciò tale momento d'inerzia, che esprime la tendenza del sistema di masse a conservare la propria velocità di rotazione, risulta tanto più elevato quanto più le masse risultano lontane tra loro.

La Duration di secondo ordine ha dimensioni *tempo*². Per tornare alla scala naturale dei tempi è sufficiente calcolarne la radice quadrata andando a definire la **Dispersione standard** del flusso \mathbf{x}/t come: $\sqrt{D^{(2)}(t, x)}$.

Ha notevole rilevanza calcolare il momento di ordine secondo rispetto alla Duration di primo ordine in 0. Si definisce così l'**Indice di Dispersione** di una obbligazione a tasso fisso come:

$$M^{(2)}(t, x) = \frac{\sum_{k=1}^n (t_k - D_0)^2 x_k v(t, t_k)}{V(t, \mathbf{x})}$$

avendo indicato:

$$D_0 = D(t; 0, x)$$

Si indica con: *Indice di Dispersione Standard*, la radice quadrata dell'indice di dispersione.

Analisi di sensitività

Per capire a pieno l'importanza di una misura di variabilità quale la Duration, sarà interessante vedere come il calcolo dei principali indici di variabilità, utilizzati correntemente nella

cosiddetta *analisi di sensitività*, dipenda proprio da quello della Duration.

Per fare ciò si parte dall'ipotesi che le poste x_k del titolo siano non tutte nulle e che il flusso non contenga pagamenti negativi:

$$x_k \geq 0 \quad , \quad k = 1, 2, \dots, n.$$

Si ponga inoltre, per semplicità di notazione, $t = 0$.

L'espressione del valore in 0 del titolo in termini del tasso d'interesse i o della sua intensità istantanea $\delta = \log(1 + i)$, in ipotesi di struttura piatta, sarà data da:

$$V(0, x) = \sum_{k=1}^n x_k (1 + i)^{-t_k} = \sum_{k=1}^n x_k e^{-\delta t_k}$$

Variatione Relativa o Semielasticità. È definita come il rapporto tra la derivata prima della funzione valore e la funzione stessa; si tratta quindi della tradizionale derivata logaritmica. Tale grandezza misura la rapidità di variazione del prezzo per unità di capitale e risulta:

$$\frac{V'(i)}{V(i)} = -\frac{\sum_{k=1}^n t_k x_k (1 + i)^{-(t_k+1)}}{\sum_{k=1}^n x_k (1 + i)^{-t_k}} = -\frac{1}{1 + i} \frac{\sum_{k=1}^n t_k x_k (1 + i)^{-t_k}}{\sum_{k=1}^n x_k (1 + i)^{-t_k}} = -\frac{1}{1 + i} D(0, x) \quad (5.3)$$

e analogamente:

$$\frac{V'(\delta)}{V(\delta)} = -\frac{\sum_{k=1}^n t_k x_k e^{-\delta t_k}}{\sum_{k=1}^n x_k e^{-\delta t_k}} = -D(0, x)$$

Dunque la variazione relativa è strettamente collegata alla Duration del flusso \mathbf{x}/t calcolata in base ad una struttura piatta.

Nei casi in cui la *semielasticità* è definita come il reciproco della derivata logaritmica del prezzo rispetto a δ , si ha la perfetta coincidenza (a meno del segno) con la Duration.

La (5.3) è nota come *Modified Duration*.

Elasticità. L'*Elasticità* si può ottenere moltiplicando la semielasticità per il valore della variabile indipendente. Espressivamente, l'elasticità del prezzo rispetto ad i rappresenta il

limite del rapporto tra la variazione percentuale $\Delta V/V$ di V e la variazione percentuale $\Delta i/i$ di i al tendere di Δi a zero; cioè:

$$\frac{dV/V}{di/i} = i \frac{V'(i)}{V(i)} = -\frac{i}{1+i} \frac{\sum_{k=1}^n t_k x_k (1+i)^{-t_k}}{\sum_{k=1}^n x_k (1+i)^{-t_k}} = -\frac{i}{1+i} D(0, x)$$

Per ciò che concerne l'elasticità rispetto a δ :

$$\delta \frac{V'(\delta)}{V(\delta)} = -\delta \frac{\sum_{k=1}^n t_k x_k e^{-\delta t_k}}{\sum_{k=1}^n x_k e^{-\delta t_k}} = -\delta D(0, x)$$

Convexity. Le misure di convessità richiedono l'uso della derivata seconda. La *Convexity* del prezzo è una misura espressa in unità di capitale ed è definita come rapporto tra derivata seconda della funzione e la funzione stessa:

$$\frac{V''(i)}{V(i)} = \frac{\sum_{k=1}^n t_k(t_k + 1)x_k(1+i)^{-(t_k+2)}}{\sum_{k=1}^n x_k(1+i)^{-t_k}}$$

e:

$$\frac{V''(\delta)}{V(\delta)} = \frac{\sum_{k=1}^n t_k^2 x_k e^{-\delta t_k}}{\sum_{k=1}^n x_k e^{-\delta t_k}} = D^{(2)}(0, x)$$

La convessità della funzione prezzo risulta quindi collegata con gli indici di dispersione. In particolare, la *Convexity*, espressa come funzione dell'intensità δ , coincide con la *Duration* di ordine secondo del flusso \mathbf{x}/\mathbf{t} calcolata con una struttura piatta.

Covessità relativa. Si definisce come rapporto tra la derivata seconda e la derivata prima della funzione. Nel caso della funzione V questo indice di variabilità, noto anche come *Volatility Convexity*, esprime la convessità della funzione prezzo in unità di variazione del prezzo. Risulta:

$$\frac{V''(i)}{V'(i)} = -\frac{\sum_{k=1}^n t_k(t_k + 1)x_k(1+i)^{-(t_k+2)}}{\sum_{k=1}^n t_k x_k(1+i)^{-(t_k+1)}}$$

e:

$$\frac{V''(\delta)}{V'(\delta)} = -\frac{\sum_{k=1}^n t_k^2 x_k e^{-\delta t_k}}{\sum_{k=1}^n t_k x_k e^{-\delta t_k}} = -\frac{D^{(2)}(0, x)}{D(0, x)}$$

Quindi la convessità relativa, rispetto a δ , del prezzo del flusso \mathbf{x}/t è uguale al rapporto, cambiato di segno, fra Duration del secondo ordine e Duration del primo ordine.

Un'ultima osservazione va fatta partendo dalla definizione di *Modified Duration* per ricavare una “Regola del pollice” spesso usata nella pratica. Si considerino incrementi di i non troppo grandi e si approssimi ad 1 il fattore $1/1+i$.

La (5.3) si può scrivere:

$$D(0, x) \approx -\frac{\Delta V}{V \Delta i}$$

Assumendo questa approssimazione accettabile per una variazione del tasso uguale ad un punto percentuale, cioè per $\Delta i = 0.01$, si ottiene:

$$D(0, x) \approx -100 \frac{\Delta V}{V}$$

Si può quindi affermare, in via approssimata, che se il titolo che garantisce il flusso \mathbf{x} ha Duration pari a D , a seguito di un incremento di un punto percentuale del tasso di valutazione subirà una perdita di valore di circa D punti percentuali. Oppure si può definire la Duration di un titolo come approssimazione della perdita percentuale di prezzo subita per un aumento dell'1% del tasso d'interesse.

5.4.2 Misure di sensitività nel modello CIR

Prendendo sempre in esame il flusso \mathbf{x}/t , si vuole considerare una misura di rischio sul prezzo del titolo quando incidono fattori stocastici o meglio “*non anticipati*”. Tramite l'utilizzo del Lemma di Itô, si stabilisce che le variazioni percentuali istantanee dV/V del prezzo, attribuibili a fluttuazioni *non anticipate* del tasso locale $r(t)$, sono determinate dalla quantità:

$$\sigma_V(r(t), t; x) = -\frac{1}{V(r(t), t; x)} g(r(t), t) \frac{\partial}{\partial r} V(r(t), t; x) = -gV_r/V$$

Essendo il fattore $g(r(t), t)$ indipendente da x , segue che le caratteristiche del titolo influiscono sulla componente stocastica della dinamica del prezzo tramite la quantità:

$$\Omega(r(t), t; x) = -\frac{V_r(r(t), t; x)}{V(r(t), t; x)}$$

Tale grandezza, che ha dimensione temporale e dipende direttamente dal flusso \mathbf{x} , è assunta come misura del “*rischio base*” di x .

Generalmente ci si può ricondurre ad una scala temporale naturale per la misura di rischiosità introducendo la definizione di **Duration stocastica**, data nel 1979 da Cox, Ingersoll e Ross. Per poter far ciò, è necessario fissare una “scala di Duration” stabilendo che la duration degli zero-coupon bond sia pari alla maturity di tali titoli, comunemente alla definizione generale di Duration.

Si prendano in esame due flussi di cassa \mathbf{x} e \mathbf{y} aventi stessa rischiosità nell’istante t . Allora risulta:

$$\Omega(t; x) = \Omega(t; y)$$

In particolare, qualora \mathbf{y} rappresenta il flusso di uno zero-coupon bond unitario con vita a scadenza τ , sarà:

$$\Omega(t; x) = -\frac{v_r(t, t + \tau)}{v(t, t + \tau)} \tag{5.4}$$

Essendo $v(t, t + \tau)$ il fattore di sconto relativo al periodo $[t, t + \tau]$ ed il fattore $v_r(t, t + \tau)$ la sua derivata rispetto ad r .

Poiché due flussi ugualmente rischiosi debbono avere uguale Duration e poiché quella dello zero-coupon bond coincide con la vita a scadenza, se vale la (5.4) dovrà essere: $D(t; x) = \tau$.

La Duration stocastica del flusso \mathbf{x} sarà quindi definita implicitamente dalla:

$$-\frac{V_r(t; x)}{V(t; x)} = -\frac{v_r(t, t + D)}{v(t, t + D)}$$

Cioè:

$$-\frac{\sum_{k=1}^n x_k v_r(t, t_k)}{\sum_{k=1}^n x_k v(t, t_k)} = -\frac{v_r(t, t+D)}{v(t, t+D)} \quad (5.5)$$

Se si indica con φ l'opposto della derivata logaritmica di v , rispetto ad r , cioè la rischiosità dello zero-coupon bond con scadenza in s , si ha:

$$\Omega(t, s) = -\frac{v_r(t, s)}{v(t, s)} = \varphi(t, s)$$

La (5.5) si può allora scrivere:

$$\varphi(t, t+D) = \frac{\sum_{k=1}^n \varphi(t, t_k) x_k v(t, t_k)}{\sum_{k=1}^n x_k v(t, t_k)} \quad (5.6)$$

Se $\varphi(r(t), t, s)$ fosse una funzione continua e strettamente monotona di s , si può definire la sua funzione inversa e, dalla (5.6), si ricava la forma esplicita della Duration stocastica che risulta:

$$D(t, x) = \varphi^{-1} \left[\frac{\sum_{k=1}^n \varphi(t, t_k) x_k v(t, t_k)}{\sum_{k=1}^n x_k v(t, t_k)} \right] - t$$

La Duration stocastica assume in questo senso il significato di media associativa dei tempi di scadenza del flusso di cassa, fatta tramite la trasformazione φ , avente come pesi i valori attuali dei singoli pagamenti.

Indipendentemente dalle caratteristiche specifiche del titolo trattato, è possibile estendere le considerazioni appena fatte sulla Duration stocastica a titoli aventi flussi di cassa non più deterministici ma aleatori. Infatti si può facilmente affermare che, anche in questo caso, le variazioni percentuali istantanee “non anticipate” del prezzo V del titolo *Interest Rate Sensitive* sono proporzionali, attraverso il fattore $g(r(t), t)$ indipendentemente da V , alla derivata logaritmica del prezzo rispetto al valore corrente di r . Perciò, ancora una volta, è possibile definire una misura caratteristica del titolo che misuri il rischio base e cioè la sensitività di V alle variazioni del tasso $r(t)$:

$$\Omega(r(t), t) = -\frac{V_r(r(t), t)}{V(r(t), t)}$$

Secondo le caratteristiche del titolo preso in esame, può succedere che $\Omega(r(t), t)$ possa assumere valori positivi, nulli o negativi. Si comprende che, una volta definita un'espressione esplicita per la funzione $V(r(t), t)$, tale misura può rappresentare un valido supporto per le scelte di una strategia di copertura.

Nel caso in cui la rischiosità sia negativa, risulta delicata la definizione di Duration stocastica; tuttavia, dato che nella pratica la funzione $\varphi(t, s)$, oltre ad essere invariabile rispetto ad s , può assumere anche valori negativi, la definizione di Duration stocastica può essere estesa anche a titoli con rischiosità negativa, ponendo:

$$D(r(t), t) = \varphi^{-1}\{\Omega(r(t), t)\} - t \quad (5.7)$$

D'altronde il valore di Ω dovrà necessariamente appartenere all'insieme di definizione della funzione $\varphi^{-1}(x)$.

Tramite le ipotesi e la formulistica ipotizzata dal modello *CIR* per la misurazione dell'aleatorietà del prezzo rispetto a variazioni casuali dei tassi, si ricava:

$$\varphi^{-1}(x) = \frac{1}{d} \log \frac{(\varphi - d)x - 1}{\varphi x - 1}$$

avendo indicato con $\varphi(\tau)$, $\tau = s - t$, la funzione:

$$\varphi(\tau) = -\frac{1}{v} \frac{\partial v}{\partial r} \equiv B(\tau) = \frac{e^{d\tau} - 1}{\varphi[e^{d\tau} - 1] + d}$$

Un'osservazione va fatta sul segno della Duration stocastica nel caso di titoli con valori della rischiosità negativi. Essendo in genere la funzione $\varphi^{-1}(x)$ monotona crescente, con $\varphi^{-1}(0) = t$ e che assume valori minori di t per valori negativi dell'argomento, dalla (5.7) si evince che tali titoli avranno Duration stocastica negativa; diversamente dai titoli con flusso di cassa deterministico.

5.5 Altre misure di rischiosità

Nella valutazione del rischio di mercato di un portafoglio titoli, è necessario a volte valutare altre misure di rischiosità che si andranno ora a definire. Naturalmente si distinguono il rischio di tasso d'interesse e quello azionario con le solite ipotesi modellistiche. Per ciò che concerne il rischio di cambio, esso segue le stesse ipotesi e la stessa notazione di quello per equity.

Ognuna di tali misure, per la sua peculiarità, offre importanti informazioni della variazione del prezzo al variare dei parametri che incidono sui modelli ipotizzati.

5.5.1 Contratti *interest rate sensitive*

La funzione prezzo di un titolo IRS dipende dai parametri del processo del CIR e dal prezzo di mercato del rischio di tasso:

$$V(t) = V(t, r_t, \alpha, \gamma, \rho, \pi)$$

Facendo lo sviluppo in serie di Taylor al primo ordine, si ha:

$$\Delta V(t) \approx \frac{\partial V}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial V}{\partial \alpha} \Delta \alpha + \frac{\partial V}{\partial \gamma} \Delta \gamma + \frac{\partial V}{\partial \rho} \Delta \rho + \frac{\partial V}{\partial \pi} \Delta \pi$$

Con:

$$\Delta V(t) = V(t, r + \Delta r, \alpha + \Delta \alpha, \gamma + \Delta \gamma, \rho + \Delta \rho, \pi + \Delta \pi) - V(t, r, \alpha, \gamma, \rho, \pi)$$

Si possono allora considerare le misure di rischio:

$$Delta = \frac{\partial V}{\partial r}$$

$$Rho = \frac{\partial V}{\partial \gamma}$$

$$Phi = \frac{\partial V}{\partial \alpha}$$

$$Vega = \frac{\partial V}{\partial \rho}$$

$$Gamma = \frac{\partial^2 V}{\partial r^2}$$

$$Theta = \frac{\partial^2 V}{\partial \alpha^2}$$

5.5.2 Contratti di tipo “azionario”

Nel caso di contratti trattati nella logica di *Black-Scholes*, la funzione del valore risulta:

$$V(t) = V(t, S_t, r, \sigma)$$

Possono essere considerate le misure:

$$Delta = \frac{\partial V}{\partial S}$$

$$Vega = \frac{\partial V}{\partial \sigma}$$

$$Rho = \frac{\partial V}{\partial r}$$

ed inoltre:

$$Gamma = \frac{\partial^2 V}{\partial S^2}$$

$$Theta = \frac{\partial V}{\partial t}$$

Nella struttura classica di *Black-Scholes* possono essere ricavate soluzioni in forma chiusa.

Le lettere greche dei contratti Interest Rate Swap sono calcolate come differenza dei corrispondenti valori del flusso a credito e di quello a debito. Lo stesso avviene per i DCS ed i CCS con l'accortezza di esprimere il valore caratteristico del flusso a debito in termini di divisa a credito, sulla base del tasso di cambio a pronti.

5.6 Value-at-Risk

Il Value-at-Risk (VaR) è comunemente inteso come un superamento delle tradizionali tecniche di sensitività. Quest'ultime quantificano la variazione del portafoglio al variare di uno o più fattori di rischio, il VaR fa un passo avanti e misura la massima variazione negativa del valore del portafoglio al variare probabilistico dei fattori di rischio. Mentre le prime sono dunque statiche, le analisi di Valore a Rischio introducono elementi più realistici quale la volatilità delle variabili di mercato, la loro correlazione, e la probabilità con cui esse si modificheranno.

La definizione generale rappresenta il VaR quale massima perdita attesa, su un dato orizzonte temporale e nei limiti di un predefinito livello di confidenza, che potrà verificarsi detenendo il proprio portafoglio a posizioni inalterate. I tipi di rischio che è possibile misurare con tale indice monetario sono molteplici così come molteplici risultano gli ambiti di applicazione.

Oltre all'essere un indice monetario, e pertanto molto immediato, del rischio di un portafoglio, il VaR presenta un altro grande vantaggio rispetto alle misure tradizionali (quali ad esempio: Duration, Convexity, Delta ...). Infatti tali misure catturano l'esposizione ad un solo tipo di rischio, mentre il VaR è in grado di quantificare l'esposizione globale di un soggetto a varie fonti di rischio.

A fronte di una definizione concettuale semplice, l'implementazione del VaR non è per nulla banale e può essere realizzata con diversi metodi, che tuttavia condividono un approccio procedurale comune.

Supponiamo di trovarci in un periodo di tempo Δt e fissiamo un livello di confidenza definito da una percentuale p^* fissata. Se L è la distribuzione di probabilità della perdita, il $VaR = L^*$ rappresenta il p^* -esimo percentile di tale distribuzione. In formule L^* è soluzione

di:

$$Pr\{L \leq L^*\} = p^*$$

Partendo da questa definizione può essere data anche un'interpretazione "frequentista": Se si effettuano ripetizioni dell'esperimento, ci si aspetta una perdita maggiore di L^* (cioè del VaR) $100(1 - p^*)$ volte ogni 100 prove.

La perdita L è causata da variazioni nelle condizioni di mercato: un'*adverse market move* è una variazione che causa perdite superiori a L^* .

Dunque, possiamo più brevemente definire il VaR come la stima del cambiamento potenziale del valore del portafoglio con un certo livello di confidenza statistica e in un certo periodo di detenzione. In questo cambiamento potenziale risiede il concetto di "rischio di mercato". Con tale termine si intende la perdita potenziale derivante da variazioni nei tassi di interesse, nei prezzi azionari e nei tassi di cambio.

Ciò che influenza la valutazione del Value at Risk risiede nella scelta soggettiva di p^* e di Δt .

- Il livello di confidenza definisce il grado di protezione dal rischio di movimenti avversi dei fattori di mercato. I valori tipici per p^* sono: 99%, 97.5% o 95%: la scelta può essere rilevante o meno a seconda dell'uso che si intende fare del VaR, cioè a seconda che il VaR venga utilizzato come misura assoluta del rischio sostenuto o come unità di confronto, nel qual caso p^* diventa solo un fattore scalare. Naturalmente, più alto è il livello di confidenza, maggiore sarà la capacità del VaR di contenere le predite, ma minore risulta il contributo in termini informativi, dato che viene esclusa una gamma più ristretta di valori.
- I periodi più comunemente usati sono di 1,2 o 10 giorni, oppure 1 mese. Poiché vige l'ipotesi che il portafoglio rimanga costante durante tutto il periodo esaminato, la

scelta dell'orizzonte temporale deve dipendere dalla frequenza con cui il portafoglio viene sottoposto a movimentazioni e dal periodo necessario per la sua liquidazione.

5.6.1 Metodo del Percentile Sottostante

Se il calcolo del VaR della posizione V , in funzione di un sottostante X , non è computazionalmente oneroso, nel senso che esiste una formula chiusa per $V(X)$, e se V è funzione monotona di X , è possibile calcolare il VaR tramite il metodo del *Percentile Sottostante*. Tale procedimento sarà quello impiegato successivamente nelle valutazioni del VaR rispetto alle sue componenti di rischio.

Dal punto di vista pratico si tratta di andare a calcolare il valore X^* definito come il percentile della distribuzione di X per cui si avrebbe una massima perdita attesa con una probabilità p^* . Da questo valore, si ricava il VaR della posizione V come:

$$VaR = V(X) - V(X^*)$$

5.6.2 Proprietà del VaR

Il VaR_{p^*} è una funzione a valori reali definita sullo spazio delle variabili aleatorie e soddisfa le seguenti proprietà:

1. $X \geq 0 \Rightarrow VaR_{p^*}(X) \leq 0$;
 $X \geq Y \Rightarrow VaR_{p^*}(X) \leq VaR_{p^*}(Y)$
2. $\lambda \geq 0, \quad VaR_{p^*}(\lambda X) = \lambda VaR_{p^*}(X)$
3. $k \in \mathbb{R}, \quad VaR_{p^*}(X + k) = VaR_{p^*}(X) - k$

In generale il VaR non verifica la relazione di subadditività:

$$VaR(X + Y) \leq VaR(X) + VaR(Y)$$

Tale proprietà sarebbe desiderabile per un sistema di risk management; nel caso si voglia controllare il rischio totale assunto, è sufficiente imporre dei limiti sui rischi presi da ciascun settore.

Una misura di rischio che soddisfa le tre proprietà precedenti insieme alla subadditività, si dice *coerente*. Il VaR verifica quest'ultima proprietà su casi particolari, ad esempio se la variabile (X,Y) seguisse una distribuzione *normale bivariata*.

5.6.3 VaR di Tasso

Dato il prezzo $V(r_t, t)$ del contratto IRS al tempo t , siano r_{sup} e r_{inf} rispettivamente il percentile superiore ed il percentile inferiore della distribuzione di probabilità di $r_{t+\Delta t}$, essendo Δt l'unwind period; risulta quindi:

$$r_{sup} : Pr\{r_{t+\Delta t} \leq r_{sup} | r_t\} = p^*,$$

$$r_{inf} : Pr\{r_{t+\Delta t} > r_{inf} | r_t\} = 1 - p^*$$

A questo punto è possibile definire il VaR di una posizione *long* nel caso in cui V sia funzione monotona decrescente di r_t :

$$VaR = V(r_t, t) - [V(r_{sup}, t + \Delta t) + X(t, t + \Delta t)]$$

E nel caso V sia monotona crescente con r_t :

$$VaR = V(r_t, t) - [V(r_{inf}, t + \Delta t) + X(t, t + \Delta t)]$$

Dove $V(r_{sup}, t + \Delta t)$ e $V(r_{inf}, t + \Delta t)$ indicano il valore perturbato del contratto in $t + \Delta t$ considerando, rispettivamente, il percentile superiore ed inferiore. $X(t, t + \Delta t)$ indica la somma delle poste scadute nell'intervallo $(t, t + \Delta t]$.

Il VaR di un portafoglio costituito da n contratti IRS è definito dalla:

$$VaR = \max\{VaR_{inf}, VaR_{sup}\}$$

avendo indicato:

$$VaR_{sup} = \max\left\{\sum_{i=1}^n \{V^i(r_t, t) - [V^i(r_{sup}, t + \Delta t) + X^i(t, t + \Delta t)]\}h_i, 0\right\},$$

$$VaR_{inf} = \max\left\{\sum_{i=1}^n \{V^i(r_t, t) - [V^i(r_{inf}, t + \Delta t) + X^i(t, t + \Delta t)]\}h_i, 0\right\}$$

Essendo V^i la funzione valore del titolo i -esimo, $i = 1, 2, \dots, n$; con $h_i = 1$ nel caso di posizione *long*, $h_i = -1$ nel caso di posizione *short*.

5.6.4 VaR Azionario

Tale metodo sarà quello che più interesserà nelle valutazioni della rischiosità degli investimenti effettuati con le risorse dei fondi pensione. In particolare nel caso in cui si consideri il modello di Black-Scholes come formula chiusa della posizione $V(S_t, t)$, per l'ipotesi di lognormalità del sottostante S_t alla base del modello, si ricavano S_{sup} e S_{inf} che rappresentano rispettivamente il percentile superiore ed inferiore della distribuzione di probabilità di $S_{t+\Delta t}$:

$$S_{sup} : S_t^* = S_t e^{l_p^* \sigma \sqrt{\Delta t} + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right) \Delta t},$$

$$S_{inf} : S_t^* = S_t e^{-l_p^* \sigma \sqrt{\Delta t} + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right) \Delta t}$$

Il VaR di una posizione *long* nel caso in cui V sia funzione monotona decrescente di S_t , è definito dall'espressione:

$$VaR = V(S_t, t + \Delta t) - V(S_{sup}, t + \Delta t)$$

e nel caso V sia monotona crescente con S_t :

$$VaR = V(S_t, t + \Delta t) - V(S_{inf}, t + \Delta t)$$

Dove $V(S_{sup}, t + \Delta t)$ e $V(S_{inf}, t + \Delta t)$ indicano il valore perturbato del contratto in $t + \Delta t$ considerando, rispettivamente, il percentile superiore ed inferiore.

Il VaR di prezzo di un portafoglio d'investimento costituito da n azioni è definito dalla:

$$VaR = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n VaR_i VaR_j \rho_{ij}}$$

Essendo il VaR_i il *Value at Risk* del contratto i -esimo e ρ_{ij} il coefficiente di correlazione tra il contratto i -esimo ed il contratto j -esimo.

Tale definizione consente di andare a definire il *VaR diversificato*. Nel caso in cui $\rho_{ij} = 1 \forall i, j$, si ottiene il VaR definito "Additivo":

$$VaR_{Ptf} = \sum_{i=1}^n VaR_i;$$

dato dalla somma dei Value at Risk per ogni posizione del portafoglio. Tale misura di rischio è di tipo "Conservativo" e definisce il *VaR non diversificato*.

Naturalmente la differenza tra i due VaR misura l'effetto della diversificazione.

5.6.5 VaR di Cambio

Sarà possibile calcolare il VaR di cambio in maniera del tutto analoga al VaR che misura il rischio azionario, utilizzando la logica di *Black e Scholes*. Naturalmente la formulistica rimarrà la medesima,; sottolineando che, in questo caso, il sottostante S_t rappresenta il tasso di cambio a pronti tra le due valute prese in esame.

5.6.6 Logica del Back-Testing

Molte società, oltre a calcolare il VaR, effettuano alcune verifiche nel comportamento del loro portafoglio in condizioni eccezionali utilizzando gli *stress tests*. Quest'ultimi consistono nella

stima della *performance* del portafoglio in presenza di alcuni tra i più estremi movimenti di mercato visti negli ultimi 10 o 20 anni.

Inoltre, qualunque sia il metodo usato per il calcolo del VaR, un'importante verifica della sua attendibilità è rappresentata del **Back-Testing**. Si tratta di andare a verificare il comportamento delle stime del VaR sulla base dei dati storici.

Tale processo è raccomandato dal Comitato di Basilea e, a livello pratico, funziona in questo modo: si considerano n osservazioni passate del valore del portafoglio. Per ognuna di queste si producono, con il modello, le stime del VaR. Infine si conta il numero di volte in cui tale stima è stata superata.

Si supponga si stia calcolando il VaR ad un giorno con un livello di confidenza del 99%. Il *back-testing* consiste nel vedere, in base appunto ai dati storici, quanto spesso le perdite giornaliere sono risultate maggiori del VaR. Se la frequenza è pari a circa l'1% dei giorni considerati, possiamo essere ragionevolmente soddisfatti della metodologia di calcolo del VaR. Se invece la frequenza è superiore, la metodologia è sospetta.

Utilizzando la simbologia: si consideri un livello di confidenza pari a p^* e siano X_1, \dots, X_n delle variabili aleatorie binomiali tali che: X_i vale 1 se il VaR nel giorno i è stato superato e 0 altrimenti. Si ha $Pr\{X_i = 1\} = 1 - p^*$ e $Pr\{X_i = 0\} = p^*$.

La media di X_i è $1 - p^*$. Per la legge dei grandi numeri, si ha:

$$\frac{X_1 + \dots + X_n}{n} \rightarrow 1 - p^* \quad q.o.$$

Se la percentuale è maggiore potrebbe significare che si sta sottostimando o sovrastimando il VaR. Simulando n osservazioni da variabili aleatorie si possono ottenere percentuali di superamento dei percentili con errori anche rilevanti, che dipendono da n e dalla coda della distribuzione. Si nota una tendenza a trovare percentuali più basse di quella fissata.

Nella maggior parte dei casi si considerano serie storiche non molto lunghe e ci si contenta di vedere che le perdite non siano troppo eccessive.

5.7 Risk Capital

Il *Risk Capital* è una misura di rischio del tutto affine al *Value at Risk*. La definizione e l'impostazione sono analoghe. Anche il Risk Capital si occupa di andare a definire *ex-ante* una misura della rischiosità del mercato in relazione alla perdita futura che si può registrare, con un'assegnata probabilità.

Continuando con la stessa notazione, per definire il Risk Capital, si necessita delle solite ipotesi sull'evoluzione modellistica dei vari rischi di mercato. In questo modo sarà possibile dare una definizione differenziando il RC rispetto ai vari fattori di rischio ed ai modelli che si è ipotizzato essi seguano.

Ciò che differenzia il RC dal VaR, è che quest'ultimo viene calcolato facendo riferimento al valore del contratto nell'istante di valutazione iniziale t e sottraendovi il valore perturbato del portafoglio, mentre il secondo sottrae tali valori perturbati al valore atteso del contratto a fine periodo ("best estimate").

Tipicamente, per il calcolo del RC, vengono fissati un orizzonte temporale strategico (tipicamente un anno), ed un livello di probabilità p^* adeguato al rating-obiettivo dell'impresa (ad esempio, per il rating A: $p^* = 99.97\%$).

5.7.1 Risk Capital di Tasso

Dato il prezzo $V(r_t, t)$ di un contratto *interest rate sensitive* al tempo t , siano r_{sup} ed r_{inf} rispettivamente il percentile superiore ed inferiore della distribuzione di probabilità di $r_{t+\Delta t}$,

essendo Δt l'unwind period, risulta:

$$r_{sup} : Pr\{r_{t+\Delta t} \leq r_{sup} | r_t\} = p^*,$$

$$r_{inf} : Pr\{r_{t+\Delta t} > r_{inf} | r_t\} = 1 - p^*$$

Avendo indicato con p^* il livello di confidenza considerato.

Definito $\bar{R}(t + \Delta t)$ come reddito atteso prodotto dal contratto in $t + \Delta t$, il *Risk Capital* di una posizione *long* sarà dunque definito, nel caso in cui V sia funzione monotona decrescente di r_t , dall'espressione:

$$RC = \bar{R}(t + \Delta t) - [V(r_{sup}, t + \Delta t) + X(t, t + \Delta t)]$$

Mentre nel caso di V funzione crescente di r_t :

$$RC = \bar{R}(t + \Delta t) - [V(r_{inf}, t + \Delta t) + X(t, t + \Delta t)]$$

Dove si sia posto che $X(t, t + \Delta t)$ indichi la somma delle poste scadute nell'intervallo $[t, t + \Delta t]$ e $\bar{R}(t + \Delta t) = E_t[R(t + \Delta t)]$.

Si può anche scrivere:

$$\bar{R}(t + \Delta t) = \bar{R}'(t + \Delta t) + \bar{R}''(t + \Delta t)$$

In altre parole, il reddito prodotto dal contratto in $t + \Delta t$ è dato dalla somma del reddito atteso da reinvestimento R' e del reddito atteso da smobilizzo R'' .

Il RC di un portafoglio costituito da n contratti *irs*, può essere definito dalla:

$$RC = \max\{RC_{inf}, RC_{sup}\}$$

Con:

$$RC_{sup} = \max\left\{\sum_{i=1}^n \{\bar{R}_i(t + \Delta t) - [V_i(r_{sup}, t + \Delta t) + X_i(t, t + \Delta t)]\} h_i, 0\right\};$$

$$RC_{inf} = \max\left\{\sum_{i=1}^n \{\bar{R}_i(t + \Delta t) - [V_i(r_{inf}, t + \Delta t) + X_i(t, t + \Delta t)]\}h_i, 0\right\}$$

essendo V_i la funzione valore del titolo i -esimo, $i = 1, 2, \dots, n$, con $h_i = 1$ nel caso di posizione *long* e $h_i = -1$ nel caso di posizione *short*.

5.7.2 Risk Capital Azionario

La valutazione del Risk Capital rispetto al fattore di rischio azionario, segue anch'essa la logica di *Black-Scholes*.

Dato il prezzo, $V(S_t, t)$, del contratto derivato su azione al tempo t , siano S_{sup} ed S_{inf} , rispettivamente, il percentile superiore ed inferiore della distribuzione di probabilità di $S_{t+\Delta t}$, essendo Δt l'unwind period, risulta quindi:

$$S_{sup} : S_t e^{l_p^* \sigma \sqrt{\Delta t} + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right) \Delta t},$$

$$S_{inf} : S_t^* = S_t e^{-l_p^* \sigma \sqrt{\Delta t} + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right) \Delta t}$$

Il RC di una posizione *long* è definito dall'espressione:

$$RC = \bar{S}(t + \Delta t) - V(S_{sup}, t + \Delta t)$$

Se V è funzione monotona crescente di S_t e da:

$$RC = \bar{S}(t + \Delta t) - V(S_{inf}, t + \Delta t)$$

Essendo:

$$\bar{S}(t + \Delta t) = E_t[S(t + \Delta t)] = S_t e^{\mu \Delta t}$$

Con $S(t + \Delta t)$ valore del contratto in $t + \Delta t$.

Il RC di prezzo di un portafoglio di investimento costituito da n azioni, è definito dalla:

$$RC = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n RC_i RC_j \rho_{ij}}$$

essendo RC_i il Risk Capital del contratto i –esimo e ρ_{ij} il coefficiente di correlazione tra il contratto i –esimo ed il contratto j –esimo. Anche in questo caso se $\rho_{ij} = 1 \quad \forall i, j$, si ottiene il *Risk Capital non diversificato* con analoghe considerazioni fatte nel caso del VaR.

5.7.3 Risk Capital di Cambio

Anche in questo caso sarà possibile calcolare il RC di cambio in maniera del tutto analoga a quella del RC che misura il rischio azionario, utilizzando la logica di *Black e Scholes*. In questo caso il sottostante S_t rappresenta il tasso di cambio spot.

Capitolo 6

Applicazione

Si tratterà il problema del controllo della gestione finanziaria di un fondo pensione caratterizzando le principali misure di rendimento e di rischio, definite nei capitoli precedenti, ad una assegnata data di valutazione. Affinché si possa avere una visione completa dei risultati, si analizza inizialmente la situazione generale del portafoglio, in riferimento alle grandezze caratteristiche della gestione e a misure “di convenzione”; si discendono, quindi, aspetti di dettaglio delle diverse misure.

6.1 Situazione generale del fondo

È stata fissata come data di valutazione il 28 Febbraio 2003.

Risulta un valore quotato del fondo (NAV) uguale a 21.360.062,25 euro. La presenza di obbligazioni in portafoglio è in percentuale predominante rispetto agli altri due comparti. Il patrimonio del fondo viene investito per il 73% circa in obbligazioni, per il 20% circa in azioni ed il restante viene detenuto in liquidità. Tale composizione evidenzia una gestione *Obbligazionaria Bilanciata* in cui il peso degli investimenti a basso rischio risulta predominante e prevede una componente azionaria, la quale presenta un rischio maggiore ed un orizzonte

temporale più lungo, che non superi il 30%.

La situazione di valore e di rischio è descritta nella Tabella 1.

TABELLA 1 – Valori e Misure di Rischiosità

	Valore quotato	%	VaR tot.	%	RC tot.	%	N1	N2	N3	N4	N5
Liquidità	1.540,87	7,21	22,12	1,44	135,47	8,79				8	12
Obblig.	15.626,37	73,16	91,15	0,58	674,94	4,32	14	14	3	1	83
Azioni	4.192,82	19,63	627,00	14,95	3.039,71	72,50			12	6	331
Totale	21.360,06	100	740,27	3,47	3.850,11	18,02					

I valori sono espressi in migliaia di euro

VaR calcolato con livello di probabilità del 99%, unwinding period di 10 giorni lavorativi

RC calcolato con livello di probabilità: 99,93%, unwinding period di 250 giorni lavorativi

N1 è il num. di controparti per: emittente, stato, settore, rating, seniority/security

N2 è il numero di controparti distinto per emittente

N3 è il numero di settori

N4 è il numero di divise

N5 è il numero di titoli

Da una prima analisi sulle misure di rischio si calcola una duration (di Macaulay) di 3,02 anni per la componente obbligazionaria del fondo ed una volatilità della componente azionaria pari a 27,85. Tale situazione denota investimenti in obbligazioni a breve termine e investimenti azionari aventi maggiore durata e rischio.

Il VaR ed il RC, espressi in euro, rappresentano la massima perdita potenziale che si può ottenere con un dato livello probabilistico.

Il VaR, calcolato considerando una probabilità del 99% ed un unwinding period di 10 giorni lavorativi, è di 740.270 e risulta uguale a circa il 3,5% del valore quotato; la componente obbligazionaria contribuisce al VaR totale per circa il 12%, quella azionaria per l'85% e la liquidità contribuisce per circa il 3%.

Come è logico presupporre in un'analisi sul rischio, da tali valutazioni si evince che il comparto liquidità presenta una misura di VaR percentuale sul VaR totale inferiore agli altri due. Il comparto più rischioso risulta quello azionario.

Inoltre si è riscontrato che, nel periodo di rilevazione, la perdita effettiva della quota è stata maggiore della perdita massima potenziale, misurata col VaR a 1 giorno, al 99%.

Il RC totale, calcolato considerando una probabilità del 99,93% ed un unwinding period di 250 giorni lavorativi, è pari a 3.850.110,35 e risulta uguale ad una percentuale del 18,02% del valore quotato. I valori totali del VaR e del RC discostano a causa del differente livello di probabilità fissato e dell'unwinding period definito su intervalli di tempo diversi.

Anche da un'analisi sul RC risulta che il comparto azionario è il più rischioso contribuendo al RC totale per circa l'80%.

Molto interessante è analizzare il numero di divise e di titoli per ogni comparto (N4 e N5). Le obbligazioni sono scritte su un'unica divisa, la liquidità è detenuta in 8 divise differenti, mentre le azioni sono possedute sono quotate in 6 divise. I titoli azionari sono predominanti: 331; ciò mette ancora più in evidenza come le misure di rischio di tale portafoglio siano notevolmente influenzate dal comparto azionario.

Per poter analizzare le valutazioni sulle misure di rendimento, è necessario definire il *Benchmark*.

Il Benchmark che viene assegnato al gestore, è definito nella convenzione dai seguenti indici di riferimento con i relativi pesi:

- 20% JP Morgan EMU Cash 3 mesi
- 50% JP Morgan EMU Government Bond Index Traded
- 15% MSCI EMU
- 15% MSCI World ex EMU (espresso in euro)

Gli indici utilizzati sono quelli espressi in euro.

Nel caso in cui la versione in euro di uno o più degli indici che compongono il Benchmark non sia pubblicata, questi saranno derivati dai corrispondenti indici espressi in USD convertiti in euro con i tassi di cambio USD/euro, in pari data rispetto agli indici, secondo la seguente formula:

$$I_g^{(euro)} = \frac{I_g^{(USD)}}{EXR_g^{(USD/euro)}}$$

con:

- $I_g^{(euro)}$: valore derivato dall'indice in euro del giorno g ;
- $I_g^{(USD)}$: valore dell'indice in USD del giorno g ;
- $EXR_g^{(USD/euro)}$: tasso di cambio "WM/Reuters closing Spot at 4pm London Time" del giorno g , in termini di USD per euro.

Il rendimento mensile del benchmark viene calcolato con la seguente formula:

$$R_m^B = 0.20 \left[\frac{I(JPMEmuCash3mesi)_m}{I(JPMEmuCash3mesi)_{m-1}} - 1 \right] + 0.50 \left[\frac{I(JPMEmuGovBond)_m}{I(JPMEmuGovBond)_{m-1}} - 1 \right] + 0.15 \left[\frac{I(MSCImu)_m}{I(MSCImu)_{m-1}} - 1 \right] + 0.15 \left[\frac{I(MSCIWorldexEmu)_m}{I(MSCIWorldexEmu)_{m-1}} - 1 \right]$$

con:

- R_m^B : rendimento mensile del benchmark nel mese m
- I_{m-1}^B : valore dell'indice l'ultimo giorno lavorativo del mese $m - 1$
- I_m^B : valore dell'indice l'ultimo giorno lavorativo del mese m

Il rendimento annuale del benchmark viene calcolato secondo la seguente formula:

$$R_a^B = \prod_{m=1}^{12} (1 + R_m^B) - 1$$

In conseguenza di questa metodologia di calcolo, il Benchmark assegnato al gestore viene ribilanciato con cadenza mensile, cioè riportato alle proporzioni costanti definite dai pesi relativi a ciascuno indice di mese in mese.

La seguente tabella calcola i rendimenti del portafoglio ed i rendimenti riferiti al benchmark descritto, utilizzando i metodi: Time-Weighted e Money-Weighted. Inoltre offre un'analisi sul Tracking Error Volatility.

TABELLA 2 – Misure di Rendimento e TEV

Ptf di Rife- rimento	T-W Ptf	T-W Bench.	M-W Ptf	M-W Bench.	TEV
<i>Comparto</i>	-2,7883%	-2,6826%	-2,7798%	-2,6753%	0,521219
Gestore1	-2,7640%	-2,6826%	-2,7557%	-2,6753%	0,284185
Gestore2
Gestore3	-3,0863%	-2,6826%	-3,0792%	-2,6753%	0,060196
Gestore4	-2,8071%	-2,6826%	-2,8969%	-2,6753%	1,356721

Rendimenti calcolati sulla serie storica del NAV (a lordo delle commissioni)
 TEV calcolato sulla serie storica del rendimento relativo, espresso su base annua
 T-W : Time-Weighted M-W : Money-Weighted

L'analisi dei rendimenti realizzati dal fondo e dai gestori, dall'inizio del confronto con il Benchmark, evidenzia un risultato peggiore di quest'ultimo (determinato da percentuali negative).

Invece l'analisi del Tracking Error Volatility non evidenzia situazioni critiche rispetto ai mandati con i singoli gestori. Comunque è il GESTORE4 colui che presenta maggiore volatilità della differenza tra rendimenti realizzati e quelli del Benchmark.

Si noti inoltre come i rendimenti Time-Weighted Benchmark e Money-Weighted Benchmark siano gli stessi per ogni gestore.

6.2 Analisi di dettaglio

Il Risk Capital finanziario (di tasso d'interesse, di prezzo, di cambio) presenta un valore pari a 3.850.110,35 euro. Tale valore esprime la perdita massima potenziale che si può ottenere a causa delle variazioni aleatorie del tasso d'interesse, del prezzo azionario e del tasso di cambio.

La TABELLA 3 valuta l'incidenza dei vari rischi di mercato sul RC totale.

TABELLA 3 – Incidenza dei rischi sul RC totale

Rischio di mercato	Incidenza sul RC totale
<i>Di tasso (Obbligazioni)</i>	23,44%
<i>Azionario</i>	62,36%
<i>Di cambio</i>	14,20%

Ancora una volta è la componente di prezzo che incide maggiormente sulla rischiosità. Il rischio di cambio ha un'incidenza sul RC totale minore degli altri.

La seguente tabella che viene presentata calcola il valore del portafoglio, la Duration ed il VaR andando a distinguere secondo il rating ed il paese. In particolar modo si valuta il VaR di tasso ed il VaR di cambio, con le rispettive percentuali rispetto al valore quotato. Inoltre è calcolato il VaR percentuale sul totale.

TABELLA 4 – Analisi della componente obbligazionaria per Rating e Paese

RATING PAESE	Valore quotato	%	Dur.	VaR Tasso	%	VaR Camb.	%	VaR% su tot.
AAA	10.456,14	66,91	4,35	65,6	0,63	0	0,00	0,42
PAESE 1	6.275,70	40,16	4,48	38,64	0,62	38,64	0,37	0,49
PAESE 2	2.506,70	16,04	5,73	21,04	0,84	21,04	0,20	0,27
PAESE 3	1.673,74	10,71	1,78	5,92	0,35	5,92	0,06	0,08
AA-	208,73	1,34	4,26	1,15	0,55	0	0,00	0,01
PAESE 2	208,73	1,34	4,26	1,15	0,55	1,15	0,01	0,01
BBB+	3.297,78	21,10	3,87	56,75	1,72	0	0,00	0,36
PAESE 4	9.865,28	63,13	3,87	56,75	0,58	56,75	0,54	0,73
BB	31,39	0,20	4,65	0,27	0,86	0	0,00	0,00
PAESE 3	31,39	0,20	4,65	0,27	0,86	0,27	0,00	0,00
BBB-	198,71	1,27	0,43	0,2	0,10	0	0,00	0,00
PAESE 1	81,88	0,52	0,84	0,18	0,22	0,18	0,00	0,00
PAESE 4	60,1	0,38	0,26	0,02	0,03	0,02	0,00	0,00
PAESE 5	56,73	0,36	0,04	0	0,00	0	0,00	0,00
Totale	15.626,37	100	3,02	91,15	0,58	0	0,00	0,58

Importi rappresentati in migliaia di euro ai tassi di cambio a pronti alla data di valutazione
 Il Valore quotato è espresso al corso tel quel
 L'indice Dur. è la Duration di Macaulay espressa in anni
 VaR calcolato con livello di probabilità del 99%, unwinding period di 10 giorni lavorativi

Da un'attenta analisi si evince che gli investimenti sono rivolti in particolar modo verso società aventi come rating AAA; esse detengono quasi il 70% del portafoglio. In ordine di grandezza segue il rating BBB+, di minore importanza risultano gli altri. La Duration re-

sta circa agli stessi livelli per ogni paese esclusi quelli di rating BBB- in cui è molto bassa (indicando investimenti a breve termine). Naturalmente il livello più alto di rischio, in termini assoluti, si ha per il rating AAA, questo è dovuto dalla dimensione del valore elevata. Rispetto al VaR di tasso totale, i paesi aventi rating AAA e BBB+ incidono in misura predominante con percentuali rispettivamente di circa il 70% ed il 62%.

Il VaR di tasso è lo 0,58% del valore quotato, mentre il VaR di cambio presenta addirittura una percentuale pari a 0, a dimostrazione della scarsa influenza di tali comparti sul rischio totale. Il VaR di cambio dimostra percentuali pressochè nulle, rispetto al valore quotato, ad esclusione di alcuni paesi con rating più alto.

Inoltre i dati sono distinti per paese, permettendo di valutare anche un rischio di cambio tramite la valutazione del VaR. Il PAESE 4 avente rating BB+, che presenta un valore quotato superiore agli altri, denota un valore del VaR di cambio elevato.

L'ultima tabella esprime le valutazioni del Risk Capital distinto per settore economico nel caso delle azioni.

TABELLA 5 – Analisi della componente azionaria per settore economico

	Valore quot.	%	RC totale	%	RC t./p.	RC Camb.	RC% su tot.
Area Euro	2.004,88	47,82	1.482,13	73,93	1.482,13	0,00	35,349
SETTORE 1	8,77	0,21	7,19	82,00	7,19	0,00	0,171
SETTORE 2	48,64	1,16	48,12	98,93	48,12	0,00	1,148
SETTORE 3	16,43	0,39	16,49	100,32	16,49	0,00	0,393
SETTORE 4	138,70	3,31	86,88	62,64	86,88	0,00	2,072
SETTORE 5	8,82	0,21	7,24	82,05	7,24	0,00	0,173
SETTORE 6	1.783,51	42,54	1.316,21	73,80	1.316,21	0,00	31,392
Altro Europa	421,90	10,06	309,04	73,25	255,02	54,02	6,082
SETTORE 1	8,15	0,19	5,77	70,75	4,47	1,30	0,107
SETTORE 2	0,87	0,02	0,91	105,41	0,78	0,14	0,019
SETTORE 3	8,13	0,19	7,92	97,41	6,62	1,29	0,158
SETTORE 4	1,34	0,03	1,20	89,28	0,99	0,21	0,023
SETTORE 5	2,67	0,06	2,72	101,77	2,29	0,42	0,055
SETTORE 6	1,57	0,04	1,90	121,15	1,65	0,25	0,039
SETTORE 8	1,00	0,02	1,20	119,54	1,04	0,16	0,025
SETTORE 9	398,17	9,50	287,43	72,19	237,18	50,24	5,657

(segue)

	Valore quot.	%	RC totale	%	RC t./p.	RC camb.	RC% su tot.
Area Dollaro	1.567,52	37,39	1.320,47	84,24	940,33	380,14	22,427
SETTORE 1	2,63	0,06	2,61	99,07	1,97	0,64	0,047
SETTORE 2	14,72	0,35	14,11	95,84	10,54	3,57	0,251
SETTORE 3	14,87	0,35	13,89	93,39	10,28	3,60	0,245
SETTORE 4	13,39	0,32	15,09	112,70	11,85	3,25	0,283
SETTORE 5	163,24	3,89	170,30	104,33	130,74	39,56	3,118
SETTORE 6	93,34	2,23	107,74	115,43	85,12	22,62	2,030
Non assegn.	1.265,33	30,18	996,74	78,77	689,83	306,91	16,453
Area Pacifico	198,53	4,73	158,56	79,87	113,04	45,52	2,696
SETTORE 1	6,34	0,15	4,39	69,21	2,95	1,44	0,070
SETTORE 2	10,24	0,24	8,51	83,03	6,18	2,33	0,147
SETTORE 3	5,23	0,12	4,18	79,96	2,99	1,19	0,071
SETTORE 4	2,29	0,05	2,24	97,74	1,72	0,52	0,041
SETTORE 5	103,05	2,46	84,30	81,81	60,89	23,41	1,452
Non assegn.	71,37	1,70	54,94	76,99	38,31	16,64	0,914
Totale	4.192,82	100,00	3.039,71	72,50	2.560,03	479,69	72,498

Gli importi sono in migliaia di euro ai tassi di cambio a pronti alla data di valutazione
RC calcolato con livello di probabilità del 99,93%, unwinding period di 250 giorni lavorativi
RC t./p. indica il Risk Capital indotto dall'aleatorietà del tasso o del prezzo

I dati mostrano che gli investimenti azionari si rivolgono principalmente verso l'area dell'euro e quella del dollaro, implicando un valore di Risk Capital totale maggiore. L'area dell'euro incide sul RC totale con una probabilità pari a circa il 50%, l'area "altro europa" pari al 10%, l'area dollaro pari al 43% e l'area oacifico pari a circa il 5%.

Il Risk Capital congiunto di tasso e di prezzo è pari a 2.560.030 euro, l'area dell'euro contribuisce con una percentuale pari a circa il 60%, l'area "altro europa" pari al 10%, l'area del dollaro pari al 37% e l'area del pacifico pari a circa il 5%.

Naturalmente si avrà una misura di rischio di cambio nulla per l'area dell'euro, mentre l'area del pacifico presenta, rispetto al valore quotato, un RC di cambio abbastanza elevato.

Inoltre, tramite questa tabella, è possibile valutare il rischio per ogni settore economico.

Molti settori economici, soprattutto dell'area "altro europa" e dell'area dollaro, presentano una percentuale di RC totale sul valore quotato superiore a 100.

Parte IV

Bibliografia

Riferimenti Bibliografici

ANGELINI,F., HERZEL,S., *La misurazione del rischio di mercato*, Roma, Master in finanza per la banca e per l'assicurazione, Maggio 2002.

BESSONE,M., *Fondi pensione chiusi e discipline di controllo. La regola di salvaguardia dell'equilibrio finanziario, il regime delle situazioni di crisi*, Milano, Banca borsa e titoli di credito, n. 3, Maggio–Giugno 2002, p. [312–336].

BESSONE,M., *Fondo pensione e discipline di contratto. Le convenzioni per la gestione finanziaria*, Roma, Il Diritto del lavoro: rivista di dottrina e giurisprudenza, Vol. 76, Gennaio–Aprile 2002, p. [39–64].

BESSONE,M., *Gestione finanziaria dei fondi pensione. La disciplina delle attività, le situazioni di conflitto d'interesse*, Milano, Contr. Impr., 2002.

BESSONE,M., *Previdenza complementare*, Torino, Giappichelli, 2000.

CAFAGGI,F., IAMICELI,P., *I fondi pensione: struttura di governo e regole di responsabilità*, Roma, MEFOP, Quaderni, n. 5, 2002.

CASTELLANI,G., DE FELICE,M., MORICONI,F., *La gestione finanziaria dei fondi pensione*, Pisa, Associazione Amici della Scuola Normale Superiore, 1997.

CASTELLANI,G., DE FELICE,M., MORICONI,F., *Il Value-at-Risk*, Università degli studi di Roma La Sapienza, Materiale didattico.

CASTELLANI,G., DE FELICE,M., MORICONI,F., *Valutare le opzioni*, Università degli studi di Roma La Sapienza, Materiale didattico.

DE FELICE,M., *La gestione finanziaria dei fondi pensione: definizione delle strategie, esercizio del controllo*, Roma, Convegno MEFOP CNEL, 12 Giugno 2002.

DE FELICE,M., MORICONI,F., *La teoria dell'immunizzazione finanziaria: modelli e strategie*, Bologna, Il Mulino, 1997.

DUFFIE,D., PAN,J., *An overview of Value-at-Risk*, Journal of derivatives, n. 7, 1997.

HULL,J., *Opzioni Futures ed altri Derivati*, Milano, Il Sole 24 Ore Libri, 2000.

MARTINA,G., *Fondi pensione: linee di tendenza nelle "novelle" del 1999 e del 2000*, Milano, Banca impresa e società, 2002.

MORICONI,F., *Matematica finanziaria*, Bologna, Il Mulino, 1995.

SALERNO,M.E., *Fondi pensione negoziali: costituzione, gestione e vigilanza*, Milano, Giuffrè, 2002.

SALERNO,M.E., *La costituzione dei fondi pensione (aspetti giuridici)*, Siena, Scuola di Spe-

cializzazione in Discipline Bancarie, Facoltà di Economia, Università degli studi di Siena, Studi e ricerche 99–1, Giugno 1999.

SALERNO, M.E., *La gestione finanziaria delle risorse dei fondi pensione*, Milano, Banca borsa e titoli di credito, 2001, p. [369–381].

Riferimenti Normativi

COVIP, *Disposizioni in materia di parametri oggettivi di riferimento per la verifica dei risultati della gestione dei fondi pensione*, Deliberazione 30 Dicembre 1998.

COVIP, *Istruzioni per il processo di selezione dei gestori delle risorse dei fondi pensione*, Deliberazione 9 Dicembre 1999.

COVIP, *Linee guida in materia di organizzazione interna dei fondi pensione negoziali*, Deliberazione 18 Marzo 2003.

COVIP, *Segnalazioni di squilibrio – ex art.11, co.4, d.lgs.124/93*, Deliberazione del 13 Luglio 1999.

COVIP, *Schema di convenzione per la gestione delle risorse dei fondi pensione in regime di contribuzione definita*, Deliberazione 7 Gennaio 1998.

Decreto Legislativo 21 Aprile 1993, n. 124, *Disciplina delle forme pensionistiche complementari*.

Decreto Legislativo 24 Febbraio 1998, n. 58, *Testo unico delle disposizioni in materia di intermediazione finanziaria*.

D.M. 21 Novembre 1996, n. 703, *Regolamento recante norme sui criteri e sui limiti di investimento delle risorse dei fondi pensione e sulle regole in materia di conflitto di interessi*.

ISVAP, *Sistema di controllo interno, ruolo e responsabilità degli organi amministrativi e di controllo*, Circolare n. 366D del 3 Marzo 1999.